UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE ECONOMIA

MODELOS ESTADISTICOS PARA PRONOSTICOS DE CORTO PLAZO

TRABAJO

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN ECONOMIA
OPCION "C" PRESENTA

María de Jesús Luna Alvarado

MONTERREY, N. L.

MARZO DE 1982

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE ECONOMIA

MODELOS ESTADISTICOS PARA PRONOSTICOS DE CORTO PLAZO

TRABAJO

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN ECONOMIA
OPCION "C" PRESENTA

María de Jesús Luna Alvarado

MONTERREY, N. L.

MARZO DE 1982

I N D I C E

P R E F A C I O.

Este trabajo es más que todo una tarea de aplicación en la rama de estadística; el objetivo es bastante práctico y muy necesario en el análisis económico; como obtener una cifra de pronóstico con técnicas estadísticas que nos permita no sólo disponer del pronóstico, sino de algun método para evaluar el resultado que se obtiene.

La evaluación del resultado se hará como una parte - necesaria en el proceso completo, y no con la intención de determinar cual es el mejor modelo para este caso particular.

Quisiera agradecer al Doctor Francisco García por -- sus valiosas observaciones sobre el planteamiento del tema y - su asesoría, para mi importantísima, en la aclaración de viejos y nuevos conceptos de estadística y econometria.

Deseo tambien reconocer mi deuda con la Licenciada - Amalia S. Arriaga de García por las enseñanzas metodológicas - para llevar un trabajo de investigación.

Por supuesto, la responsabilidad final de cualquiera de los errores y defectos en el trabajo es mía.

Finalmente, quisiera dar las gracias a mi familia. - Su contribución, la más importante, hace que todo valga la pena.

María de Jesús Luna Alvarado.

I.- I N T R O D U C C I O N .

Las acciones de los diversos agentes económicos llevan como antecedente un proceso de toma de decisión consciente o inconsciente; en - - este proceso el agente económico requiere de :

a).- Información de su medio ambiente, resumida ésta en algunas variables clasificadas por el mismo como relevantes.

b).- Algún tipo de predicción de las condiciones que probablemente existirán en el futuro y que le permitirán tomar decisiones inteligentes.

En esta tarea de pronóstico, es lógico que suponga que los factores que influyen en sus variables relevantes para la predicción serán -- los mismos que en el pasado y que el efecto será de la misma magnitud.

El supuesto anterior puede ser válido en el corto plazo ya que los cambios que disminuyen la similitud entre el pasado y el futuro es - - poco probable que altere el patrón total existente en un período tan corto[1] y es aquí donde resultan exitosos los pronósticos en este horizonte de - - tiempo.

Otro aspecto que hace importantes los pronósticos en el corto - plazo, es el rezago en la disponibilidad de información de variables económicas como cifras de producción industrial, tasas de interés, tasas de cambio, etc. y que hace necesario disponer de algún medio para conocer una estimación de estas cifras que sucedieron en el pasado inmediato y que son - necesarios en la toma de decisiones.

1/ La caracterización de Bruce L. Bowerman de la longitud de tiempo es :

INMEDIATO	:	Menos de un mes
CORTO PLAZO	:	De uno a tres meses
MEDIANO PLAZO	:	Más de tres meses, menos de dos años
LARGO PLAZO	:	Dos años o más.

Esta área es particularmente importante para las empresas en muchas fases de su operación, como por ejemplo, en predicciones de demanda para algún producto o líneas de producto, tasas de interés que permitan decidir la planeación y adquisición de bienes de capital, -- condiciones económicas generales existentes, cambios en precios, costos, crecimiento de su mercado, etc.

Un conjunto de pronósticos de corto plazo podrían ser usados para integrar posteriormente un esquema de planeación de largo plazo para la empresa.

Para el sector público, este tipo de pronósticos ha servido como guía de la política pública sobre todo en periódos coyunturales, como una recesión, una devaluación, etc., obviamente que la prontitud, fuerza y adecuación de las acciones gubernamentales será solo en ciertos renglones de su política, dependiendo de la flexibilidad institucional que exista en el país.

Históricamente, los pronósticos de corto plazo han conducido a fallas y éxitos 2/ en las decisiones que son adoptadas por los agentes económicos; un récord amplio de estos pronósticos para una variable, proporcionaría material para analizar la frecuencia y magnitud - del error, los factores que contribuyen al mismo, y el valor potencial de las técnicas para reducir tal error.

Esto también podría ser utilizado para analizar como se forman las expectativas y comó un pronóstico influye en las acciones de los agentes económicos.

La disponibilidad de este récord sistemático haría posible - formular estándares para juzgar pronósticos futuros; el estándar nos diría lo que se puede esperar razonablemente y lo que se puede considerar de " Calidad Superior ".

2/ Ver : Geoffrey H. Moore Journal of American Statistical Association. March 1969. No. 325. Vol. 64.

Así pues, este trabajo esta relacionado con las técnicas más- comunes para obtener pronósticos de corto plazo. Para ilustrar su utilidad se hará una aplicación práctica de algunos modelos estadísticos a -- una serie trimestral de exportaciones mexicanas que consta de 43 obser - vaciones para obtener el prónostico del período siguiente. La evaluación del resultado se hará por las pruebas estadísticas pertinentes, así como por la comparación del dato obtenido en el modelo con la observación - - real.

El trabajo esta compuesto por 3 capítulos; en el primero de - ellos se describen los métodos más comúnes para pronosticar en el corto- plazo; el segundo se dedica íntegramente a los modelos de series de tiempo divididos éstos en : Modelos de Regresión y de Box y Jenkins. El tercer capítulo se dedica a las conclusiones del tema.

II.- C A P I T U L O I.

MODELOS ESTADISTICOS PARA PRONOSTICOS DE CORTO PLAZO

En este capítulo se describirán brevemente los principales tipos de modelos que se usan para pronosticar y los factores a considerar- para seleccionar uno de ellos.

Existen tres tipos básicos de modelos ;

A).- TECNICAS CUALITATIVAS.

Estas son usadas cuando la información estadística es escasa o no existe; por ejemplo, cuando un nuevo producto es introducido en el mercado.

Para su aplicación se usan jucios de valor y posiblemente -- " Tablas de Puntuación " para transformar información cualitativa en -- estimaciones cuantitativas.

El objetivo es conjuntar en forma lógica y sistemática toda la información y juicios relacionados a los factores que se van a estimar; - éstos podrían no considerar necesariamente el pasado. Los modelos más -- utilizados son :

1.- Método Delphi. 3/

En éste, un panel de expertos es interrogado sobre una secuencia de cuestionarios en el cual, las respuestas dadas por uno de ellos -- son usados para producir el siguiente. La información generada es puesta a disposición de los expertos para que, de esta manera, ellos sean capaces de hacer el pronóstico.

Se considera que este método produce buenos pronósticos en el corto y mediano plazo en ventas de nuevos productos.

Requiere un coordinador que lleve la secuencia de los cuestionarios, la edición de los mismos, y la consolidación de las respuestas.

2.- Investigación de mercado. 4/

Es un procedimiento sistemático, formal y consciente para conducir y probar hipótesis acerca de los mercados reales. Se considera que su efectividad es excelente en el corto plazo, buena en el mediano y regular en el largo plazo.

Frecuentemente es utilizado para pronosticar ventas de nuevos productos.

Información requerida: como mínimo, dos grupos de reportes sobre el tiempo. Es necesario recolectar una cantidad considerable de información de mercado, de cuestionarios, encuestas y análisis de series de tiempo de variables de mercado.

3/ North S. Pyke " Probes of the Techological Future " H. Br. Mayo-Junio 1969

4/ Bass, King S. Pessemier, Applications of the Sciences in Marketing Management. New York, John Wiley S. Sons, Inc., 1968

3.- Analogía Histórica. 5/

Este es un análisis comparativo de la introducción y crecimiento de productos similares que basa el pronóstico en la similitud de los patrones.

Se considera que en el corto plazo no es muy efectivo para pronosticar las ventas pero que mejora en el mediano y largo plazo.

Se requiere disponer de series históricas para varios años y para uno o más productos.

B).- MODELOS CAUSALES.

En estos modelos se expresan relaciones causales relevantes entre el factor que va a ser pronosticado y otros factores.

Se pretende encontrar la información que nos permita conocer la dirección de las relaciones causa-efecto entre las variables consideradas en el modelo.

Así las relaciones causales quedan formalmente expresadas por medio de ecuaciones en la construcción del modelo.

1.- Modelo de regresión.

En el modelo se establecen las relaciones funcionales entre la variable dependiente y las variables explicativas, estimándose una ecuación mediante la técnica de mínimos cuadrados. Las relaciones son analizadas estadísticamente para en un paso posterior, seleccionar las más relevantes que se utilizarán para probar fundamentos racionales.

Se considera que su efectividad en términos generales es buena en el corto y mediano plazo pero tiende a ser pobre en el largo plazo.

5/ Spencer Clark S. Houguet Business Economic Forecasting (Homewood, Illinois. Richard D. Irwin, Inc. 1961).

2.- Modelo Económetrico.

Un modelo econométrico es un sistema de ecuaciones de regresión interdependientes que describe algún sector de la economía o una actividad de mercado.

Los parámetros de las ecuaciones de regresión usualmente se estiman en forma simultánea.

Como una regla, éstos modelos son relativamente caros dependiendo del grado de detalle. Sin embargo, debido a que en el sistema de ecuaciones se expresan las casualidades involucradas mucho mejor -- que en un ecuación de regresión, para algúnos casos particulares éste es preferido.

3.- Modelo de Insumo-Producto. 6/

Este es un método de análisis relacionado con flujos inter-industriales o inter-departamentales de bienes y servicios en la economía o en un sector particular, muestra cómo se dá el flujo de insumos para obtener una unidad de producto. Para aplicar este modelo se requiere un considerable esfuerzo en trabajo econométrico y recolección de información.

C).- ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO.

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones ordenadas cronológicamente donde en general, el intervalo de tiempo, T_i = - $T_{i+1} - T_i$, entre observaciones sucesivas es constante.

En literatura estadística relacionada con el tema es práctica común clasificar los tipos de movimientos que caracterizan a la serie como :

a).- Tendencia.- Se define como una variación lenta en alguna dirección específica que se mantiene por un período de tiempo considerablemente largo.

6/ Leontief. Input-Ouput Economics (New York) Oxford University Press 1966.

b).- Ciclo.- Es un movimiento cuasi-periódico en apariencia, alternativamente creciente y decreciente. En algunos casos ésto está-- relacionado con fluctuaciones de la actividad económica.

c).- Estacionalidad.- Es el patrón periódico en la serie de- tiempo que puede observarse dentro de un año calendario cuando se dis_- pone de observaciones semanales, mensuales, trimestrales etc.

d).- Movimientos Irregulares.- Estos son movimientos erráti- cos que no siguen un patrón regular.

En buena parte de las discusiones hechas sobre el tema,estos componentes son tomados como datos y su exacta interpretación recibe re lativamente poca atención. De hecho, en ocasiones algúnos de estos com- ponentes no pueden definirse ni separarse en forma precisa.

La idea de que la serie a través del tiempo consta de éstos- cuatro elementos es bastante antigua, su explicación antes de ser esta_ blecida formalmente, fué una deducción lógica; así pues,en una sociedad sujeta a cambios de estación (relacionados con el clima) y donde el ca_ lendario es de uso generalizado es factible que puedan observarse y re_ conocerse la periodicidad regular de ciertos eventos, además de, desvia ciones alrededor de ésta. Uno de los primeros escritores en establecer- explícitamente los supuestos de estos componentes en la serie, fué - -- Persons 7/ (1919); los principales elementos de sus afirmaciones son;

1.- La naturaleza escencialmente empírica de la definición de los componentes.

2.- La idea de que éstos ya separados, son en algún grado, - dependientes de diferentes fuerzas causales.

Al respecto Freckey 7/ escribe :

" La racionalidad dada al proceso estadístico de separar -- los distintos elementos de una serie de tiempo; es pensando en este --

7/ Analysis of Economics Time Series, A Synthesis. Marc Nerlove y Otros Academic Press. 1979.

proceso como una forma de analizar los efectos de grupos particulares de causas.

Si la clasificación convencional de las fluctuaciones de una serie es aceptada, la afirmación puede hacerse más precisa diciendo que obteniendo una línea de tendencia secular y curvas de variaciones cíclicas, estamos tratando de separar por medios estadísticos, los efectos de dos grupos operando gradualmente sobre periódos de tiempo comparativamente largos, y el otro en una forma más oscilatoria produciendo fluctuaciones de longitud más corta. "

Las técnicas más comunmente usadas en este grupo de modelos son las siguientes:

1.- Promedios móviles.

Cada punto de un promedio móvil en una serie de tiempo, es el promedio aritmético o ponderado de un número de puntos consecutivos en la serie. En este proceso se elimina la estacionalidad y los movimientos irregulares de la serie.

2.- Suavización exponencial.

Esta técnica es similar a la de promedios móviles excepto que observaciones más recientes reciben más ponderación.

Descriptivamente, el nuevo pronóstico es igual a la observación anterior más alguna proporción del error del pronóstico anterior.

Existe una gran variedad de estos modelos, en algunos de ellos puede ser computada la estacionalidad. En cuanto a efectividad éstos son más útiles en el corto plazo donde pueden obtenerse buenos pronósticos.

3.- Box y Jenkins. 8/

La serie de tiempo es ajustada con un modelo matemático, óptimo en el sentido que asigna el más pequeño error a los datos más lejanos en el tiempo, mucho mejor que otros modelos.

8/ Box Jenkins, Time Series Analysis, Forecasting S. Control. (Ssn Francisco Holden-Day, Inc. 1970).

El modelo específico deberá ser identificado,para luego estimar los parámetros que deberán pasar por una prueba de adecuación, donde,si es necesario,se harán cambios que mejoren potencialmente - el modelo.

Para series de tiempo, se considera que éste es el modelo que dá mayor efectividad en los pronósticos, pero es también el que resulta más costoso.

Su efectividad para pronósticos,se dice que es excelente - en el corto plazo,siendo sólo bueno en el mediano y pobre en el largo plazo.

4.- Proyección de la tendencia.

Esta técnica ajusta una línea de tendencia a una ecuación matemática y la proyecta al futuro por medio de esta ecuación.

Existen variaciones según las características de la pendiente de la línea, ésta puede ser Polinomial, Logaritmica, Etc.

Su efectividad 9/ se considera muy buena en el corto plazo y buena para el mediano y largo plazo.

La selección de alguno de éstos tres tipos de modelos depende de muchos factores, entre los cuales se pueden mencionar los - siguientes:

1.- El contexto del pronóstico
2.- Relevancia y disponibilidad de datos históricos
3.- El grado de efectividad deseado
4.- El período de tiempo a ser pronosticado
5.- La relación costo/beneficio del pronóstico.
6.- El tiempo disponible para realizar el análisis

9/ El criterio para juzgar efectividad se hizo según estimaciones basadas en la experiencia de John C. Chambers, Satender K Mulleck y Donal D. Smith en trabajos hechos en un sistema IMB 360-40, 256 K y en una Univac 1108.

Estos factores deberán ser ponderados constantemente y en una variedad de niveles dependiendo del caso particular.

En general se seleccionará una técnica que haga el mejor uso de la información disponible.

Con referencia a la efectividad en el pronóstico, es conveniente seguir la ley de Parsimonia que nos dice que si es posible aplicar una técnica de aceptable efectividad, es aconsejable dejar de buscar la "Regla de Oro" que le ofrezca una técnica más sofisticada de mayor efectividad potencial, pero que requiere de información no existente o de adquisición costosa.

Para el caso particular de la serie de exportaciones se optó por elegir modelos de series de tiempo por considerarse que en términos de las características de la serie y los factores antes mencionados eran los más adecuados.

El siguiente capítulo se dedica a los modelos de serie de tiempo, a los resultados obtenidos y evaluación de los mismos.

III.- C A P I T U L O 2.

MODELOS DE SERIES DE TIEMPO

Como dijimos anteriormente, una serie de tiempo es un grupo de observaciones ordenadas en el tiempo; si conociendo observaciones pasadas de la serie podemos predecir el comportamiento futuro de ésta, se dice que la serie es determinística y no requiere investigación posterior.

Por otro lado, si el conocimiento de la serie nos indica únicamente la estructura probabilística de su conducta futura, estamos hablando de una serie estadística.

Una serie estadística puede considerarse como la realización única de un proceso estocástico; decimos entonces que en la serie:

$$Y \quad (ti) \; ; \text{para } i = 1, 2, \ldots\ldots n$$

donde : Y = variable

t = tiempo

i = Sub-índice que indica el número de una -- observación particualar.

Todo Y_i es la representación de una variable aleatoria Y_i asociada con una función de densidad de probabilidad p (Y_i) y que cualquier grupo de Y_i tiene una función de densidad conjunta p ($Y_1, Y_2, Y_3 \ldots Y_n$). Esto es, que para el conjunto de observaciones de la serie de tiempo se define una sola distribución de probabilidad.

El modelo más simple para el análisis de una serie de tiempo es el de regresión lineal; donde la variable explicativa es el tiempo; de tal forma que, partimos de la forma general del modelo $Y_t = \alpha + BX_t$ considerando a X (tiempo); variable exógena del modelo, como una variable fija, ésto es no aleatoria y a la variable endógena del modelo; como una variable aleatoria.

Si consideramos todos los pares de valores de Y y X que -- pudieron suceder; el modelo de regresión que se establezca nos indica una cierta ley de extracción de pares observados de X y Y obviamente existirá cierta aleatoriedad en los pares de valores de X y Y de que - se disponga cuando se va a ajustar el modelo. Por ello, es que en la - forma general lineal se incluye un componente aleatorio con el que se intenta capturar la magnitud de este efecto.

Series estadísticas con las características antes citadas se usan frecuentemente aplicando análisis de regresión lineal simple; -- para la serie de exportaciones mexicanas usaremos este tipo de modelo distinguiendo entre dos grupos importantes.

A).- MODELOS DE REGRESION.

Una serie de tiempo puede tener o no un componente estacional, el primer paso para determinar si este componente existe en la serie, es construir una gráfica con los datos observados y analizarla, una - vez que se construye y se observa que existe variación estacional,sabemos que no son aplicables los modelos de suavización exponencial -- que se usan cuando la serie tiene solo tendencia y movimientos irregulares; además que habrá que reconocer la diferencia entre variación - estacional aditiva y variación estacional multiplicativa; partiendo - de esta diferenciación se ajustaron modelos de estacionalidad aditiva y multiplicativa al conjunto de datos observados.

a).- Modelo de regresión con estacionalidad aditiva.

Se dice que una serie de tiempo tiene estacionalidad aditiva si el tamaño de la onda (Seasonal Swing) es independiente del nivel promedio determinado por la tendencia, es decir que la magnitud - de la onda no aumenta a como pasa el tiempo.

Observando la gráfica uno, se ve que el tamaño de la onda sí aumenta a como pasa el tiempo, esto implica que la estacionalidad es-- multiplicativa y no aditiva.

Se puede ajustar un modelo con estacionalidad aditiva a los datos observados si se aplica a éstos una trasformación. La trasfor-

GRAFICA DE EXPORTACIONES MEXICANAS DE MERCANCIAS *
PERIODO 1970 – 1980

GRAFICA Nº I

* FUENTE : BANCO DE MEXICO (excluye petroleo crudo y gas)

C U A D R O   1

EXPORTACIONES MEXICANAS DE MERCANCIAS *

A Ñ O	TRIMESTRE	NUM.	VALOR DE LAS EXPORTACIONES	A Ñ O	TRIMESTRE	NUM.	VALOR DE LAS EXPORTACIONES
	I	1	351.8	1975	III	23	580.4
	II	2	334.6		IV	24	656.6
1970	III	3	273,0		I	25	703,5
	IV	4	330,2		II	26	878.7
	I	5	350,0	1976	III	27	605.7
	II	6	331.6		IV	28	924.2
1971	III	7	296.9		I	29	1 067.4
	IV	8	387.1		II	30	966.1
	I	9	456.2	1977	III	31	711.7
	II	10	388,2		IV	32	916,9
1972	III	11	375,9		I	33	1 030.5
	IV	12	446,1		II	34	1 043.4
	I	13	511.2	1978	III	35	955.2
	II	14	517.5		IV	36	1 260.5
1973	III	15	446,4		I	37	1 324.8
	IV	16	596,5		II	38	1 302.7
	I	17	675.6	1979	III	39	1 043.7
	II	18	697,3		IV	40	1 363.4
1974	III	19	669.4		I	41	1 502.4
	IV	20	773.2		II	42	1 463.1
	I	21	676,8	1980	III	43	1 216.5
	II	22	713.7		IV	44	1 689.8

* FUENTE : Banco de México (excluye petróleo crudo y gas).

mación consistiría en obtener los logaritmos naturales de los datos - observados; al volver a graficar estos datos trasformados se observa - que el tamaño de las ondas ahora es casi igual (gráfica 2), y enton_ ces, podemos establecer que al conjunto de datos transformados se le - puede ajustar el siguiente modelo :

$$Y_t{}^{*} = T_t + E_t + \varepsilon_t$$

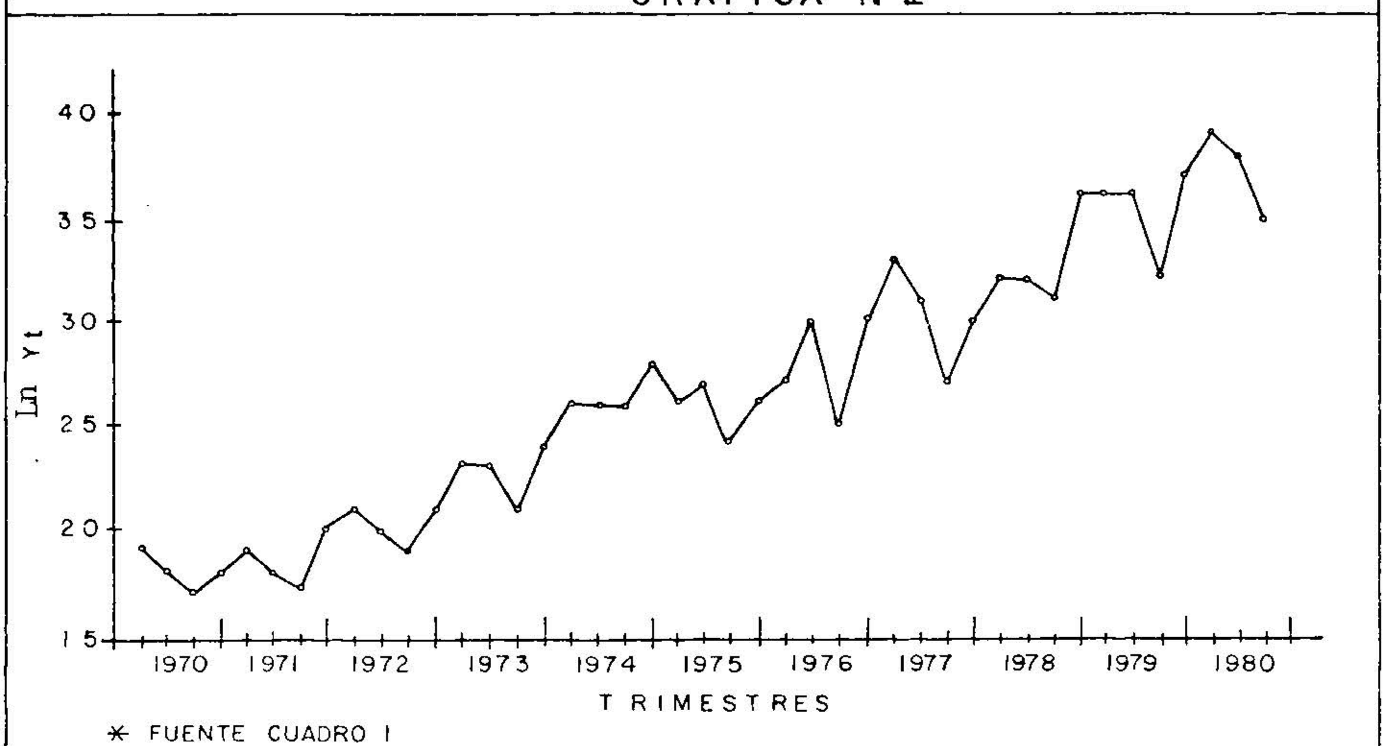
Donde: $Y_t{}^{*}$ = son observaciones trasformadas de exportaciones mexicanas no petroleras en el período t.

T_t =es el factor de tendencia en la serie en el período t.

E_t = es el factor de estacionalidad de la serie en el período t.

ε_t = ya que se trata de un modelo estadístico -- este es un error asociado a la distribución probabilística.

VALORES TRANSFORMADOS DE LA SERIE EXPORTACIONES MEXICANAS
GRAFICA N°2



Supongamos que el factor tendencia y estacionalidad son explicados por las siguientes ecuaciones :

$$T_t = B_o + B_1 t$$

$$E_t = B_{E2,t} \quad X_{E3,t} + B_{E3,t} + \ldots\ldots\ldots + B_{EL} X_{EL,t}.$$

Donde : $X_{E2,t}$, $X_{E3,t}$ .... $X_{E1,t}$ son variables

Dummy dados por las siguientes ecuaciones:

$$X_{E2,t} = \begin{cases} 1 & \text{si el periódo t es de la estación 2} \\ 0 & \text{si no lo es.} \end{cases}$$

$$X_{E3,t} = \begin{cases} 1 & \text{si el periódo t es de la estación 3} \\ 0 & \text{si no lo es.} \end{cases}$$

$$X_{E1,t} = \begin{cases} 1 & \text{si el periódo t es de la estación L} \\ 0 & \text{si no lo es.} \end{cases}$$

Para este caso particular L=4 por lo que ecuación es como - sigue:

$$Y_t^* = e^{T_t + B_{E2} X_{E2,t} + B_{E3} X_{E3,t} + B_{E4} X_{E4,t} + \varepsilon t}$$

Sustituyendo $T_t = B_o + B_1 t$, la ecuación a estimar es :

$$Y_t = e^{B_o + B_1 t + B_{E2} X_{E2,t} + B_{E3} X_{E3,t} + B_{E4} X_{E4,t} + \&_t}$$

Así el uso de variables Dummy asegura que un parámetro que - mide el factor de estacionalidad es agregado al nivel de la tendencia para cada periódo t , entonces el factor B_{E2} X_{E3} mide la estacionalidad de la serie en la estación 2, B_{E3} X_{E3} la mide para la estación 3 y así sucesivamente.

Como puede notarse el uso de variables Dummy permite expre-- sar T_t y E_t como una función lineal de B_o, B_1, B_2, B_3 y B_4 de tal - forma que el modelo se puede ajustar por mínimos cuadrados, buscando - las estimaciones de los parámetros B's.

En la ecuación establecida también se puede señalar que en - forma arbitratia se estableció un valor cero para la estación 1, de -- tal forma que los demás factores estacionales son definidos con respecto a la estación 1. 10/

La explicación intuitiva a esto es la siguiente; digamos que B_{Ej} es la diferencia, excluyendo el factor tendencia, entre el " valor esperado " de la serie en la estación j, y el " valor esperado " de la serie en la estación 1. Si B_{Ej} es positivo, ésto implica que excluyendo la tendencia, el valor de la serie de tiempo en la estación j, se espera que sea mayor que el valor de la serie de tiempo en la estación 1. Si es negativa se espera lo contrario, entonces si no hacemos igual a cero el factor de la estación 1, debemos hacer cero, cualquiera de las otras, para así poder definir a las demás en términos de la que especificamos como cero.

Una vez estimada la ecuación el pronóstico se hace de la siguiente forma :

Si el dato corresponde a la estación 1: $Y_t = T_t + \&_t$

10/ Esto se hace para evitar multicolinealidad en el modelo de regresión.

Para la estación 2 : $Y_t = T_t + B_{E2} \quad X_{E2,t} + \quad \&_t$

Para la estación 3 : $Y_t = T_t + B_{E3} \quad X_{E3,t} + \quad \&_t$

Para la estación 4 : $Y_t + T_t + B_{E4} \quad X_{E4,t} + \quad \&_t$

La ecuación estimada fué :

$$Y_t^* = 5.6726 + 0.0379\ t + (-\ 0.0565)\ _{E2}X_{E2,\ t} + (-0.0357)\ _{E3}X_{E3,\ t} + (-\ 0.0304)\ _{E4}X_{E4,\ t} + \&_t$$

PARAMETRO	COEFICIENTE	ERROR ESTANDAR 11/	ESTADISTICO t
B_o	5.6726	0.0550	103.11
B_1	0.0379	0.0017	22.28
B_{E2}	0.0565	0.0609	0.92
B_{E3}	0.0357	0.575	0.62
B_{E4}	0.0304	0.0575	0.52

ESTADISTICOS :

$R^2 = 0.9290$ $\quad$ F = 124.39 $\quad$ D. W. = 1.665

Para obtener los valores ajustados de las exportaciones mexicanas no petroleras se sustituye en la ecuación , los valores de tiempo de 1 a 43 y se le suma el factor de estacionalidad correspondiente. Para obtener cifras de pronósticos se procede de igual forma, solo que t será : 44, 45 .... Etc.

11/ Una regla generalmente usada para decidir si la variable independiente tiene una importancia adicional significativa es establecer $T_{bj} > 2$ donde $T_{bj} = \frac{bj}{S_{bj}}$.

Los valores obtenidos con la ecuación de predicción se presentan en el Cuadro 2.

b).- Modelo de regresión con estacionalidad multiplicativa.

La variación estacional multiplicativa implica que la magnitud de oscilación estacional aumenta a como pasa el tiempo es decir, que ésta, es proporcional al valor promedio determinado por la tendencia.

El modelo que se propone para pronosticar las exportaciones tiene la siguiente forma :

$$Y_t = E_t \; T_t \; I_t \quad \text{para } t = 1, 2, 3, \ldots\ldots 43$$

Donde , Y_t = Valor trimestral observado de las exportaciones de mercancías en el periódo t.

E_t = Es el factor de estacionalidad de la serie en el período t.

T_t = Es el factor de tendencia de la serie en el periódo t.

I_t = Efecto irregular no asociado al factor de estacionalidad o al factor tendencia.

El objetivo es utilizar el método de descomposición de la serie; estimando de alguna forma tendencia y estacionalidad del modelo propuesto.

Un método sencillo para estimar el factor de estacionalidad se basa en el cálculo de promedios móviles; ya que en esta serie, cada trimestre representa una observación, los promedios móviles se obtienen calculando el promedio de cuatro observaciones consecutivas. Así; el primer promedio móvil se obtiene promediando los primeros cuatro --

C U A D R O 2

VALORES PROYECTADOS CON EL MODELO DE REGRESION CON ESTACIONALIDAD ADITIVA

TRIMESTRE NUM.	Y_t^*	Y_t
1	5.90	367.15
2	5.65	287.07
3	5.92	375.02
4	5.68	293.11
5	6.02	411.93
6	5.77	322.09
7	6.04	420.76
8	5.79	328.86
9	6.13	462.17
10	5.88	361.37
11	6.15	472.08
12	5.91	368.97
13	6.25	518.55
14	6.00	405.45
15	6.27	529.66
16	6.02	413.98
17	6.36	581.80
18	6.12	454.91
19	6.38	594.27
20	6.14	464.47
21	6.48	652.76
22	6.23	510.39
23	6.50	666.75
24	6.25	521.12
25	6.59	732.28
26	6.58	726.86
27	6.34	569.10
28	6.68	798.41
29	6.43	624.27
30	6.70	815.52
31	6.45	637.40
32	6.79	895.79
33	6.79	889.05
34	6.54	694.86
35	6.88	976.55
36	6.63	763.56
37	6.90	997.47
38	6.65	779.62
39	6.99	1 095.67
40	6.75	856.70
41	7.02	1 119.16
42	6.77	874.71
43	7.11	1 229.31
44	7.13	1 495.47

trimestres de 1970, el segundo se obtiene eliminando el primer trimestre de 1970 y agregando el primer trimestre de 1971 para luego promediar éstas cuatro observaciones consecutivas y así sucesivamente, hasta obtener todos los promedios móviles posibles.

Cuando el número de estaciones es par, (en esta serie son cuatro), los promedios móviles calculados no corresponden a una estación específica y se les denomina promedios móviles no centrados. Para centrarlos, tomamos dos promedios móviles no centrados consecutivos y obtenemos un nuevo promedio móvil. A éstos nuevos promedios se les llama promedios móviles centrados; de tal forma que el primer promedio centrado corresponde al tercer trimestre de 1970. Los promedios móviles centrados y no centrados se presentan en el Cuadro 3.

La serie de promedios móviles centrados obtenida previamente, hipotéticamente está libre del efecto estacionalidad y del efecto irregular, de aquí que éstos representan una combinación de tendencia y efecto cíclico.

Considerando la ecuación inicialmente propuesta podemos establecer que ;

$$\text{Promedios móviles centrados} = T_t = \frac{Y_t}{E_t \; I_t} \quad \text{para } t = 1,2..\ 43$$

Lo cual implica que :

$$E_t \; I_t = \frac{Y_t}{P\,M\,C} \quad \text{para } t = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots\ldots\ 43$$

La ecuación anterior establece que la estimación del producto $E_t \; I_t$ se obtiene dividiendo las observaciones trimestrales entre los promedios móviles centrados. El paso siguiente es aislar el factor estacionalidad para la serie; ésto puede hacerse eliminando el efecto irregular de los valores obtenidos en la columna 4 del Cuadro 3.

Para conseguir nuestro objetivo supongamos que el efecto de la estacionalidad, difiere entre trimestres dentro de un mismo año, pero que es constante para el mismo trimestre de cada año; ésto implicaría que las diferencias que se observan en el efecto de estacionalidad para el mismo trimestre de cada año, se deben al efecto irregular.

El procedimiento es calcular los efectos de la estacionalidad de los primeros, segundos, terceros y cuartos trimestres de la serie.

1er. TRIMESTRE	2do. TRIMESTRE	3er. TRIMESTRE	4to. TRIMESTRE
1.080	0.992	0.847	1.027
1.164	0.948	0.837	1.032
1.084	1.037	0.888	0.999
1.069	1.023	0.829	1.026
0.971	1.063	0.950	1.095
0.994	1.180	0.879	0.960
1.180	1.054	0.736	1.050
1.078	1.014	0.781	1.001
1.084	1.046	0.861	1.070
1.101		0.814	1.031
$E_1 = 1.080$	$E_2 = 1.039$	$E_3 = 0.842$	$E_4 = 1.029$

Una práctica recomendable consiste en normalizar los efectos promedios de la estacionalidad, de tal forma, que los factores E_t son forzados a sumar 4, ya que la serie de tiempo se presenta con observaciones trimestrales. Una vez hecha esta normalización los factores de estacionalidad son los que aparecen en la última columna del Cuadro 3.

Una vez estimados los factores estacionales, se puede obtener la serie desestacionalizada que hipotéticamente contiene solo el efecto tendencia, presentada la serie de esta forma es posible explicar las variaciones de T_t en función del tiempo. Matemáticamente esta relación se presenta como: $T_t = f(t)$; donde $f(t)$ tiene que ser expecificada.

C U A D R O 3

ESTIMACION DEL FACTOR ESTACIONALIDAD PARA EL MODELO DE REGRESION CON ESTACIONALIDAD MULTIPLICATIVA

RIMESTRE NUM.	VALOR DE LAS EXPORTACIONES	PROMEDIOS MOVILES (SIN CENTRAR)	PROMEDIOS MOVILES CENTRADOS	$I_t E_t = \frac{Y_t}{T_t}$	E_t
1	351.8				1.09
2	334.6				1.04
3	273.0	322.4	322.2	0.847	0.84
4	330.2	322.0	321.6	1.027	1.03
5	350.0	321.2	324.2	1.080	1.09
6	331.6	327.2	334.3	0.992	1.04
7	296.9	341.4	354.7	0.837	0.84
8	387.1	368.0	375.1	1.032	1.03
9	456.2	382.1	392.0	1.164	1.09
10	388.2	401.9	409.3	1.04	
11	375.0	416.6	423.5	0.888	0.84
12	446.1	430.4	446.6	0.999	1.03
13	511.2	462.7	471.5	1.084	1.09
14	517.5	480.3	499.1	1.037	1.04
15	446.4	517.9	538.5	0.829	0.84
16	596.5	559.0	581.5	1.026	1.03
17	675.6	604.0	631.9	1.069	1.09
18	697.3	659.7	681.8	1.023	1.04
19	669.4	703.9	704.5	0.950	0.84
20	773.2	794.2	706.3	1.095	1.03
21	676.8	708.2	697.2	0.971	1.09
22	713.7	686.0	671.5	1.063	1.04
23	580.4	656.9	660.3	0.879	0.84
24	656.6	663.6	684.2	0.960	1.03
25	703.5	704.8	708.0	0.994	1.09
26	878.7	711.1	744.6	1.180	1.04
27	605.7	778.0	823.5	0.736	0.84
28	924.2	869.0	880.0	1.050	1.03
29	1 067.4	890.9	904.2	1.180	1.09
30	966.1	917.4	916.5	1.054	1.04
31	711.7	915.5	910.9	0.781	0.84
32	916.9	906.3	916.0	1.001	1.03
33	1 030.5	925.6	956.1	1.078	1.09
34	1 043.4	986.5	1 029.5	1.014	1.04
35	955.2	1 072.4	1 109.2	0.861	0.84
36	1 260.5	1 146.0	1 178.4	1.070	1.03
37	1 324.8	1 210.8	1 221.8	1.084	1.09
38	1 302.7	1 232.7	1 245.6	1.046	1.04
39	1 043.7	1 258.4	1 280.6	0.814	0.84
40	1 363.4	1 302.8	1 322.9	1.031	1.03
41	1 502.4	1 342.9	1 364.7	1.101	1.09
42	1 463.1	1 386.4			1.04
43	1 216.5				0.84

La gráfica de las observaciones trimestrales hace suponer que - $f(t)$ tiene la forma de una exponencial, entonces la función de tendencia puede ser establecida como sigue :

$$T_t = A_o e^{B_1 t} \qquad \text{para } t = 1, 2, 3, \ldots\ldots 43$$

Donde A_o y B_1 son parámetros desconocidos que deberán ser estimados. Como ya se sabe la relación entre T_t y $A_o e^{B_1}$, no es exacta por lo que se a_ grega un término para medir el error aleatorio sobre el cual se hacen los supuestos de la distribución probabilística del modelo.

Aplicando logaritmos naturales a ambos lados de la ecuación se - obtiene un modelo cuya especificación se ajusta al modelo de regresión -- lineal simple. Esto es :

$$T_t = A_o e^{B_1 t + \varepsilon_t} \qquad \text{para } t = 1, 2, 3, \ldots .43$$

donde $\ln A_o = B_o$

Los parámetros se estimaron usando el método de mínimos cuadra_ dos. Los resultados se presentan a continuación.

PARAMETRO	COEFICIENTE	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO t
B_o	5.7001	0.0283	200.19 **
B_1	0.0371	0.0011	33.99 **

** Significativo al 1%

ESTADISTICOS : $R^2 = 0.9657$ $F = 1\ 155.47$ D.W. = 1.006

La ecuación de predicción va transformada a su forma exponencial es :

$$T_t = e^{\underset{(201.42)}{5.7001} + \underset{(33.73)}{0.0371}\, t + \varepsilon_t}$$

Los valores obtenidos con la ecuación de predicción se presen_ -

C U A D R O 4

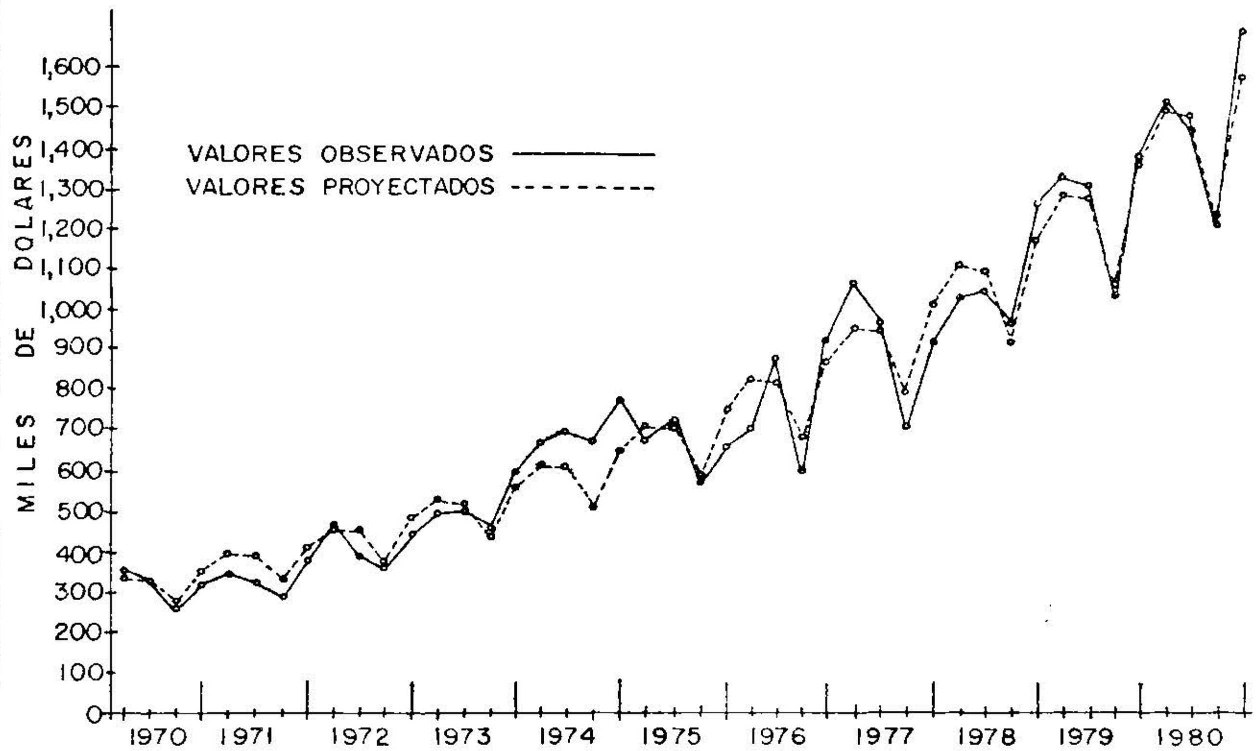
VALORES PROYECTADOS CON EL MODELO CON ESTACIONALIDAD MULTIPLICATIVA

TRIMESTRE NUM.	$T_t = e^{5.70 + 0.03\, t}$	E_t	$Y_t = T_t \times E_t$
1	310.18	1,09	338,10
2	321.91	1.04	334.79
3	334.07	0.84	280.62
4	346.71	1.03	357.11
5	359.81	1,09	392.19
6	373.41	1.04	388.35
7	387.52	0.84	325.52
8	402.17	1.03	414.24
9	417.38	1.09	454.94
10	433.15	1.04	450.48
11	449.52	0.84	377.60
12	466.51	1.03	480.51
13	484.15	1.09	527.72
14	502.45	1.04	522.55
15	521.44	0.84	438.01
16	541.15	1.03	557.38
17	561.61	1.09	612.15
18	582.84	1.04	606.15
19	604.86	0.84	508.08
20	627.73	1.03	646.56
21	651.45	1.09	710.08
22	676,08	1.04	703.12
23	701.63	0.84	589.37
24	728.16	1,03	750.00
25	755.68	1.09	823.69
26	784.24	1.04	815.61
27	813.88	0.84	683.66
28	844.65	1.03	869.99
29	876.57	1.09	955.46
30	909.70	1,04	946.09
31	944.10	0.84	793.04
32	976.78	1.03	1 009.17
33	1 016,81	1.09	1 108.32
34	1 055.24	1.04	1 097.45
35	1 095.13	0.84	919.91
36	1 136.52	1.03	1 170.62
37	1 178,49	1.09	1 285.64
38	1 224.07	1.04	1 273.03
39	1 270.33	0.84	1 067.08
40	1 318.35	1.03	1 357.90
41	1 368.18	1,09	1 491.32
42	1 419,89	1.04	1 476.69
43	1 473.57	0.84	1 237.80
44	1 529.20	1.03	1 575.07

tan en el cuadro 4 y en la gráfica 4 para su comparación con los datos observados.

VALORES OBSERVADOS DE EXPORTACIONES MEXICANAS DE MERCANCIAS *
Y VALORES PROYECTADOS CON EL MODELO DE REGRESION CON ESTACIONALIDAD MULTIPLICATIVA.

GRAFICA Nº 4



* FUENTE : BANCO DE MEXICO (excluye petroleo crudo y gas)

c).- <u>Modelo de regresión con términos trigonométricos para estacionalidad aditiva.</u>

Una serie de tiempo con estacionalidad aditiva o multiplicativa puede ser analizada y pronosticada usando funciones trigonométricas; con senos y cosenos cuyo efecto matemático en el modelo general de regresión lineal es generar oscilaciones semejantes al efecto de estacionalidad estimado en los modelos anteriores.

Se ajustaron 2 modelos con términos trigonométricos; uno -- para estacionalidad aditiva más compleja, y el otro un poco más complicado para estacionalidad multiplicativa; los modelos que se ajustaron son:

MODELO 1. $$Y_t = B_o + B_1 t + B_2 \frac{\text{Sen } 2\pi t}{L} + B_3 \frac{\text{Cos } 2\pi t}{L} + B_4 \frac{\text{Sen } 4\pi t}{L} + B_5 \frac{\text{Cos } 4\pi t}{L} + \varepsilon_t$$

MODELO 2. $$Y_t = B_o + B_1 t + B_2 \frac{\text{Sen } 2\pi t}{L} + B_3 t \frac{\text{Sen} 2\pi t}{L} + B_4 \frac{\text{Cos } 2\pi t}{L} + B_5 t \frac{\text{Cos } 2\pi t}{L} + \varepsilon_t$$

Donde : L = Número de estaciones en el año (para este caso particular L = 4).

Como se puede observar en la especificación del Modelo 2 aparece el término t (tiempo) multiplicando a B_3 y B_5 con lo que se espera que el movimiento oscilatorio de la función trigonométrica aumente a como pasa el tiempo; de tal forma que la internación de t con éstos dos términos arroje como resultado valores parecidos a los obtenidos con el modelo multiplicativo.

MODELO 1.

PARAMETRO	COEFICIENTE	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO t
B_o	156.53	29.90	5.23
B_1	26.85	1.18	22.67
B_2	93.94	20.54	4.57

B_3	9.86	21.01	0.46
B_4	28.01	14.68	1.90
B_5	No significativa	-	-

ESTADISTICOS : R^2 = 0.9229 F = 132.18 D.W. = 0.8824

R^2 ajustada = 0.9258

MODELO 2.

PARAMETRO	COEFICIENTE	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO t
B_o	290.15	51.46	5.63
B_1	9.58	5.39	1.77
B_2	No significativa	-	-
B_3	104 913.58	32 370.53	3.24
B_4	No significativa	-	-
B_5	No significativa	-	-

ESTADISTICOS : R^2 = 0.9121 F = 207.76 D.W. = 1.7760

R^2 ajustada = 0.9078

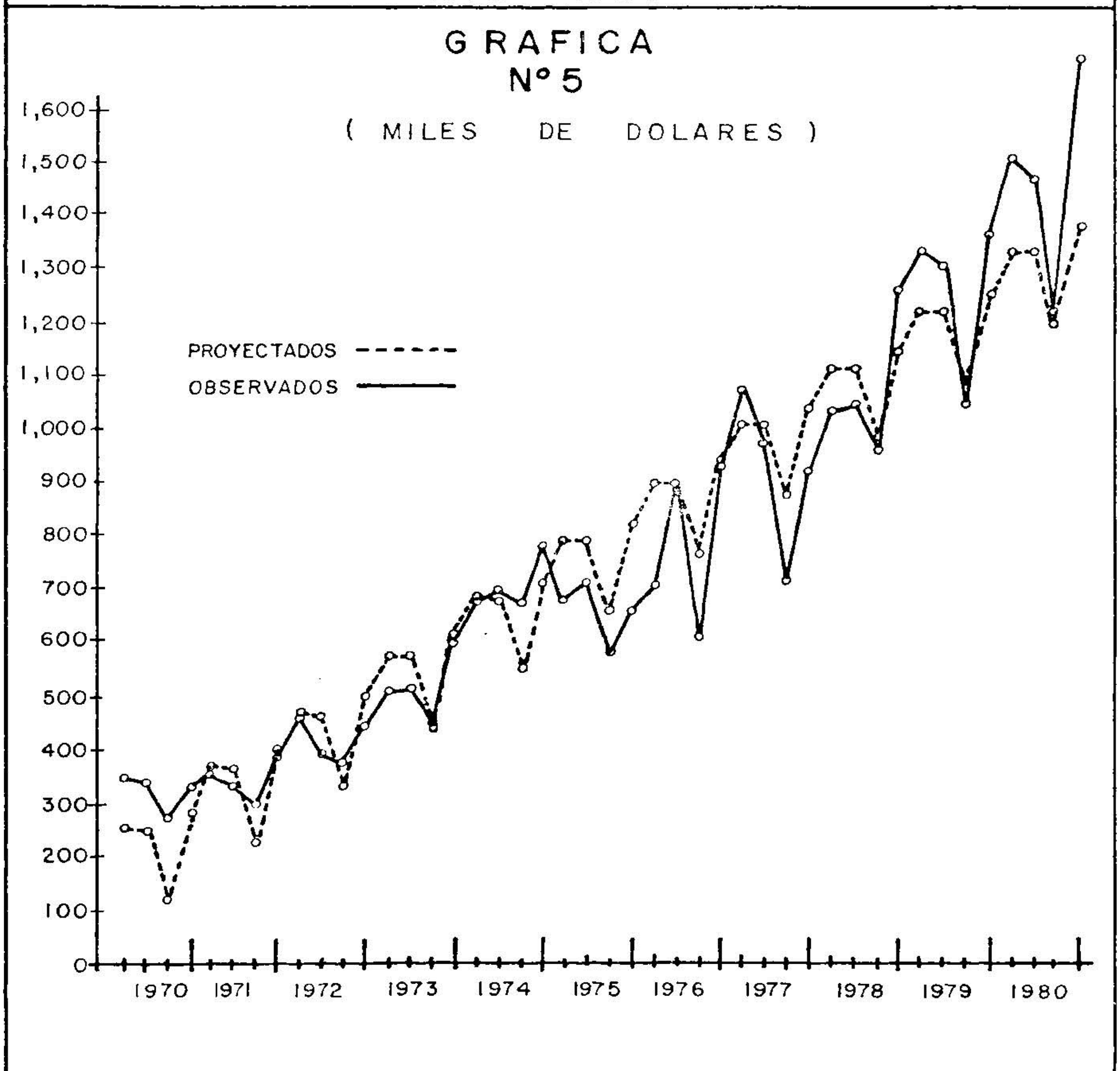
Los datos ajustados por los modelos se presentan en el cuadro 5 para su comparación con los datos observados.(grafica 5).

Como puede verse el modelo 2 no resulta bueno para esta serie de tiempo ya que se pierde uno de los coeficientes que hace interacción --

con t porque el coeficiente no es significativo.

El Modelo 1 aunque es para estacionalidad aditiva, se ajusta muy bien para las primeras observaciones y tal vez con un término de interacción en la especificación del modelo se ajuste mejor para las últimas observaciones.

VALORES OBSERVADOS Y PROYECTADOS EN EL MODELO I
1970 — 1980



C U A D R O 5

VALORES PROYECTADOS CON EL MODELO 1 Y 2 CON TERMINOS TRIGONOMETRICOS

TRIMESTRE NUM.	VALORES AJUSTADOS EN EL MODELO 1	VALORES AJUSTADOS EN EL MODELO 2
1	249.31	300.12
2	248.12	310.86
3	115.13	322.37
4	282.09	334.65
5	356.71	347.70
6	355.52	361.52
7	222.53	376.11
8	389.50	391.48
9	464.12	407.61
10	462.93	424.52
11	329.94	442.19
12	496.90	460.64
13	571.53	479.86
14	570.33	499.85
15	437.35	520.60
16	604.31	542.13
17	678.93	564.43
18	677.74	587.51
19	544.75	611.35
20	711.72	635.96
21	786.34	661.34
22	785.14	687.50
23	652.16	714.42
24	819.13	742.12
25	893.75	770.58
26	892.55	799.82
27	759.57	829.83
28	926.53	860.61
29	1 001.15	892.16
30	999.95	924.48
31	866.97	057.57
32	1 033.94	991.43
33	1 108.56	1 026.06
34	1 107.36	1 061.46
35	974.38	1 097.64
36	1 141.35	1 134.58
37	1 215.97	1 176.30
38	1 214.76	1 210.78
39	1 081.78	1 250.04
40	1 248.76	1 290.04
41	1 323.37	1 330.87
42	1 322.17	1 372.87
43	1 189.19	1 414.77
44	1 375.82	1 457.0

La aplicación del enfoque de regresión para obtener pronósticos de la serie de tiempo involucra el uso del modelo del regresión lineal; sabemos que en este modelo se incluyen un componente aleatorio -- que mide el error; y, que un supuesto importante en este modelo, es que los errores son estadísticamente independientes unos de otros, esto es; que valores sucesivos del error son determinados independientemente de los valores previos de este mismo.

Es claro que en una serie de tiempo, los valores sucesivos -- son en algún grado dependientes; y, en este mismo grado podrían serlo - los términos sucesivos del error; si esto sucede se dice que los errores están autocorrelacionados y es entonces importante conocer el grado autorregresivo de los errores e incluir algún método correctivo en el - modelo simple de regresión lineal.

Como ya se señaló, una prueba disponible para determinar autocorrelación del primer orden de los errores, es la del estadístico --- Durvin-Watson; para los modelos ajustados en este capítulo la prueba resultó positiva lo que implica que las pruebas de los estadísticos T de Student y F podrían no ser tan válidas, y además, obtendremos predicciones ineficientes.

Cuando se detecta autocorrelación se puede utilizar alguno de estos dos métodos para corregir los valores estimados de las B's en el modelo simple:

1]- Conocer la matrix de varianzas y covarianzas del eror -- [V] y usar ésta para estimar las B's del modelo; la dificultad es que la matrix [V] es en realidad desconocida.

2)- Proceso Iterativo: cuando existe autocorrelación de los errores, la ecuación transformada del modelo simple es: $Y_t - \rho_k Y_{t-1} = B_o (1-\rho_k) + B_1 (X_t - \rho_k X_{t-1}) + \varepsilon_t$; mediante un proceso iterativo de Cockrane-Orcutt o de Durvin es posible llegar a esta ecuación transformada, estimando B_o y B_1 que serán valores corregidos para eliminar el problema de autocorrelación.

Al respecto habría que hacer una aclaración; estos métodos correctivos son útiles en modelos causales donde se especifica una o más variables explicativas; en los modelos utilizados se especificó como única variable explicativa el tiempo, y para este caso la correlación entre X_t y X_{t-1} es uno, por lo que, lo más apropiado es aplicar la metodología de Box y Jenkins que desarrolla modelos de series de tiempo para pronósticos de corto plazo usando precisamente para ello, el patrón de los errores.

En el apartado siguiente se describirá brevemente la metodología de Box y Jenkins señalando las principales formas generales de sus modelos; para pasar luego a la identificación y ajuste del modelo más apropiado para la serie de exportaciones de mercancías.

B). MODELOS DE BOX Y JENKINS

a).- Descripción General.

Los modelos de Box y Jenkins se construyen mediante un proceso iterativo de tres etapas; en la primera etapa, que se le llama identificación, se especifica un modelo tentativo para realizar el pronóstico de la serie, una vez que se hizo el análisis de la información histórica. La segunda etapa es la de estimación; en ésta se estiman los parámetros del modelo tentativo previamente identificado ; y en la -----

tercera etapa que se le llama diagnóstico, se realizan las pruebas de -- adecuación del modelo, sugiriendo, de ser necesario, cambios en la especificación del mismo con el propósito de mejorarlo.

1).- Identificación.

En esta etapa es importante manejar el concepto de serie de -- tiempo estacionaria, así como el análisis de la función teórica de autocorrelación y la función parcial de autocorrelación; del análisis de - - estas dos últimas se podrá identificar la serie de tiempo estacionaria - particular, cuyas características, permitirán especificar el modelo tentativo para ser estimado en la segunda etapa.

i).- Serie de tiempo estacionaria.

Se dice que si el conjunto de valores $Y_t, Y_{t+1} \ldots\ldots Y_{t+n}$. siguen un proceso estadístico tendrán una función de densidad probabilística del tipo $P(Y_t, Y_{t+1} \ldots\ldots Y_{t+n})$; cuando esta función es independiente de t para cualquier valor positivo m , y cualquier selección de n_1 hasta n_m ; entonces esta estructura probabilística no cambia - con el tiempo, y el proceso, se dice que es estrictamente estacionario; esto quiere decir que sus valores fluctuan alrededor de una media cons-- tante .

En el primer etapa, se analiza la serie para saber si ésta es estacionaria o nó; si no lo fuera es entonces necesario trasformarla -- para hacerla estacionaria.

Cuando no existe estacionalidad, tomar primeras o segundas diferencias regresivas de los datos originales, normalmente produce valores de una serie estacionaria. La transformación sería como sigue :

Valores Originales	Primeras Diferencias	Segundas Diferencias
Y_1		
Y_2	$Z_2 = \nabla^1 Y_2 = Y_2 - Y_1$	
Y_3	$Z_3 = \nabla^1 Y_3 = Y_3 - Y_2$	$Z_3 = \nabla^2 Y_3 = Y_3 - 2 Y_2 + Y_1$
Y_4		$Z_4 = \nabla^2 Y_4 = Y_4 - 2 Y_3 + Y_2$
Y_5		
Y_{n-2}		
Y_{n-1}		
Y_n	$Z_n = \nabla^1 Y_n = Y_n - Y_{n-1}$	$Z_n + \nabla^2 Y_n = Y_n - 2 Y_{n-1} + Y_{n-2}$

Generalmente los valores $\nabla^1 Y_2 \ldots \nabla^1 Y_n$ o $\nabla^2 Y_3 \ldots \nabla^2 Y_n$ pertenecen a una serie estacionaria, normalmente no es necesario obtener más de segundas diferencias para producir la serie con la característica ya - descrita.

Funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial.

La autocorrelación es medida por el coeficiente ρ_k, que mide - la relación que existe entre dos observaciones de la serie separadas por un intervalo de tiempo K; se dice que ρ_k fluctua entre -1 y 1 de tal forma que si es cercano a 1 indica que las observaciones separadas por K unidades de tiempo tienden a moverse linealmente en forma conjunta con pendiente positiva; si es cercano a -1, lo cual harán pero con pendiente negativa.

No obstante, ρ_K es un parámetro deconocido, pero que puede ser estimado usando para ello las observaciones muestrales $Z_t, Z_{t+1} \ldots\ldots Z_{+n}$ la estimación de ρ_K se le llama de correlación serial al rezago K y es dado por las siguiente formula

$$\hat{\rho}_K = \frac{\sum_{t}^{n-K} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+K} - \bar{Z})}{\sum_{t}^{n} (Z_t - \bar{Z})^2} \qquad \text{Para : } K=1,2,3\ldots\ldots \quad t=1,2,3\ldots\ldots n$$

La función de autocorrelación téorica se define entonces -- como un listado o gráfica de los valores estimados de ρ_K para los rezagos de K=1,2..... Lo importante en conexión con la metodología es que, - la función téorica de autocorrelación tiende a cero a como se incrementa K o desaparece despues de un valor particular de K

El comportamiento de la función al decrecer conforme aumenta- K, y el valor preciso de K en que desaparece determinan la forma general del modelo, e indican la especificación tentativa del modelo que tendrá- que estimarse

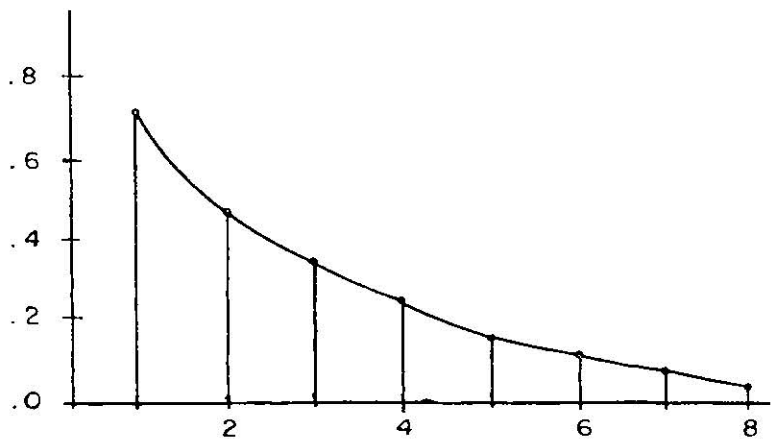
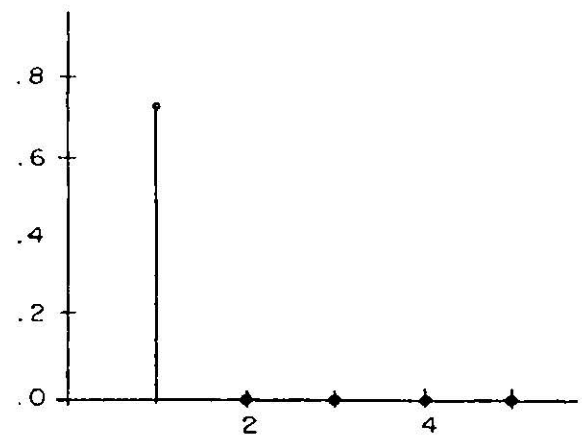
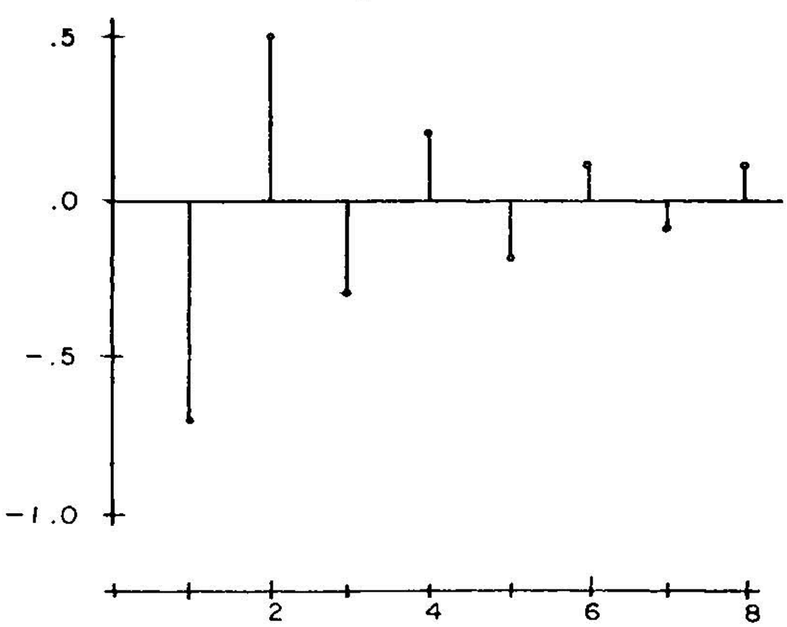
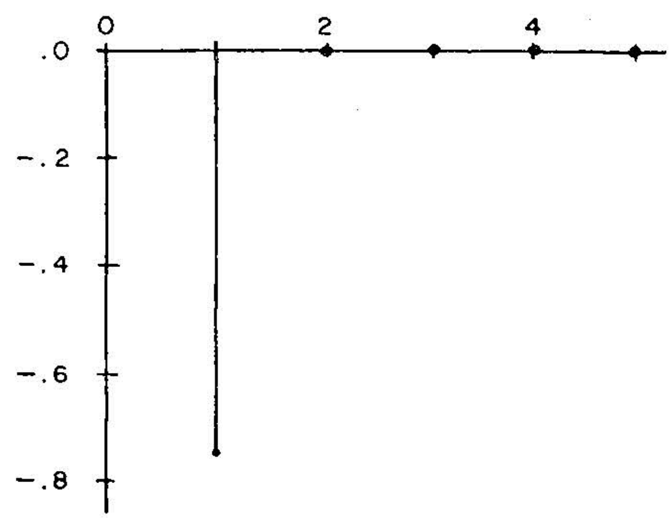
La función de autocorrelación parcial es dada por una lista o gráfica de los valores estimados de ρ_{KK} que nos indica la autocorrelación que existe entre dos observaciones Z_t y Z_{t+K} separados por un rezago de K unidades de tiempo.

De nuevo, el comportamiento de ésta función determina la forma general del modelo.

En el cuadro 6 se presenta un resumen de los principales modelos de Box y Jenkins con las características de las funciones de autocorrelación téorica y autocorrelación parcial correspondientes. Se incluye también gráficas de funciones de autocorrelación teóricas y parciales cuyo- comportamiento indican la especificación de modelos particulares como se señala en el cuadro 6 y en las gráficas mismas.

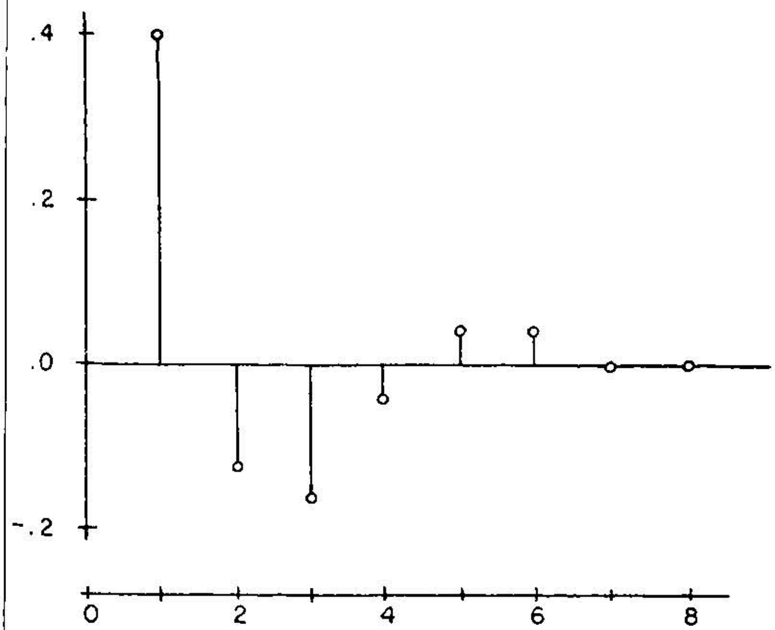
C U A D R O   6

M O D E L O	FUNCION TEORICA DE AUTOCORRELACION PARCIAL	FUNCION TEORICA DE AUTOCORRELACION	CONDICIONES DE ESTACIONARIDAD	CONDICIONES DE INVERTILIDAD
PROMEDIOS MOVILES DE PRIMER ORDEN $Zt = + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$	DECRECE CON UN COMPORTAMIENTO SIMILAR AL DE UNA FUNCION EXPONENCIAL	DESAPARECE DESPUES DEL INTERVALO 1	NINGUNA	$\lvert\theta_1\rvert \quad 1$
PROMEDIOS MOVILES DE SEGUNDO ORDEN $Zt = + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$	DECRECE SIGUIENDO UNA FORMA COMBINADA DE ONDAS Y/O -- FUNCION EXPONENCIAL	DESAPARECE DESPUES DEL INTERVALO 2	NINGUNA	$\theta_1 + \theta_2 \quad 1$ $\theta_2 - \theta_1 \quad 1$ $\lvert\theta_2\rvert \quad 1$
AUTORREGRESIVO DE PRIMER ORDEN $Zt = + \emptyset_1 Z_{t-1} + \varepsilon_t$	DESAPARECE DESPUES DEL INTERVALO 1	DECRECE EN FORMA EXPONENCIAL	$\lvert\emptyset_1\rvert \quad 1$	NINGUNA
AUTORREGRESIVO DE SEGUNDO ORDEN $Zt = +\emptyset_1 Z_{t-1} + \emptyset_2 Z_{t-2} + \varepsilon_t$	DESAPARECE DESPUES DEL INTERVALO 2	DECRECE SIGUIENDO - UNA FORMA COMBINADA DE ONDAS Y/O FUNCION EXPONENCIAL.	$\emptyset_1 + \emptyset_2 \quad 1$ $\emptyset_2 - \emptyset_1 \quad 1$ $\lvert\emptyset_2\rvert \quad 1$	NINGUNA
ARMA DE ORDEN 1, 1 $Zt = +\emptyset Z_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}$	DECRECE CON UN COMPORTAMIENTO SIMILAR AL DE UNA FUNCION EXPONENCIAL	DECRECE EN FORMA EXPONENCIAL	$\lvert\emptyset_1\rvert \quad 1$	$\lvert\theta_1\rvert \quad 1$

Funcion téorica de autocorrelación.	Función de autocorrelación parcial.
1  Modelo: Autorregresivo de orden 1 $\emptyset_1$ es positivo.	2  K = 1
1  Modelo: Autorregresivo de orden 1 $\emptyset_1$ es negativo.	2  K = 1

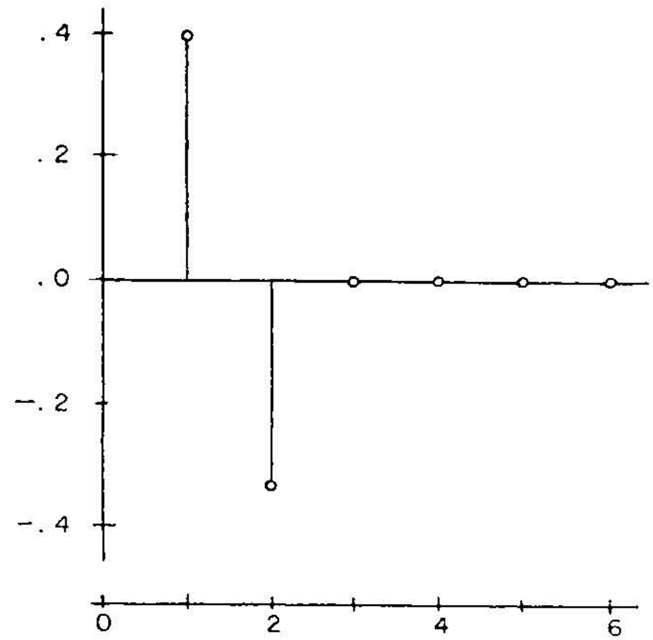
Función téorica de autocorrelación.	Función de autocorrelación parcial.

1



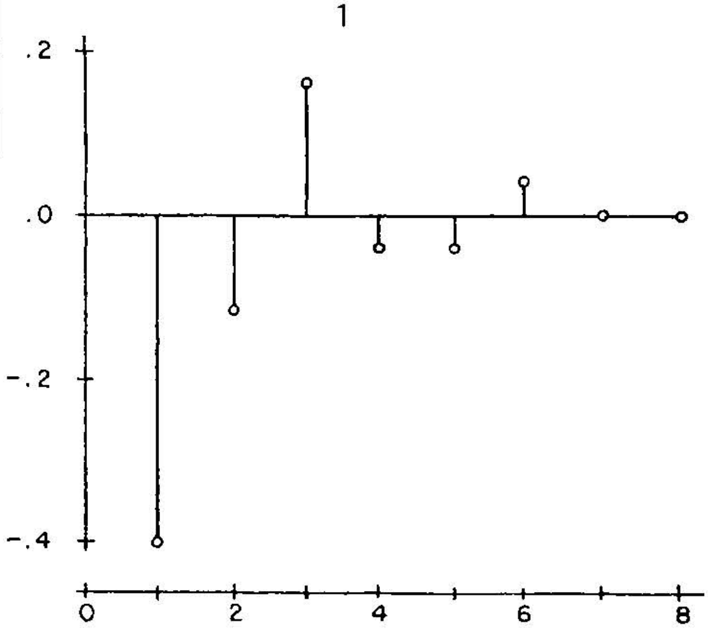
Modelo: Autorregresivo de orden 2.
ϕ_1 positivo y ϕ_2 negativo.

2



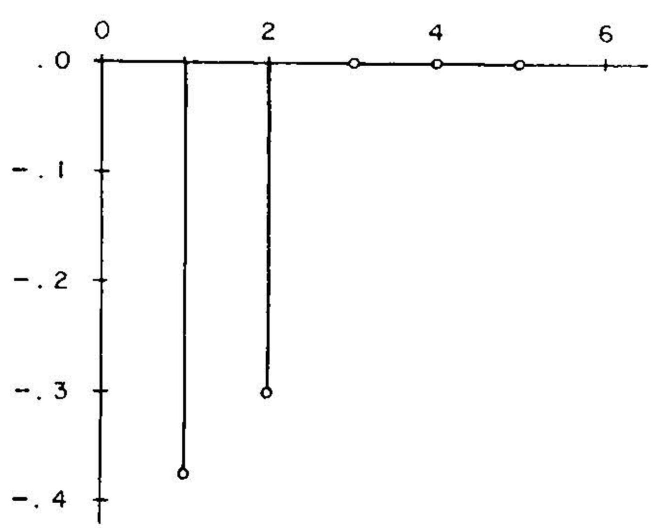
K = 2

1



Modelo: Autorregresivo de orden 2.
ϕ_1 y ϕ_2 son negativos.

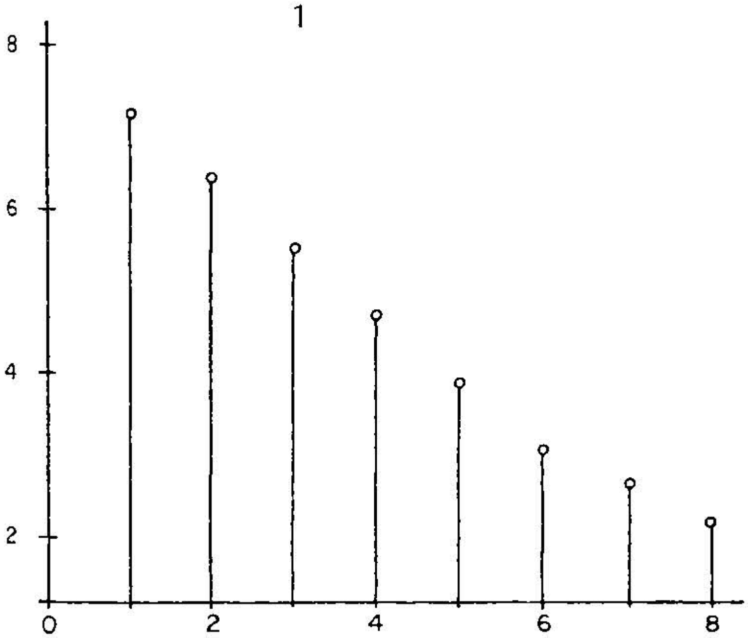
2



K = 2

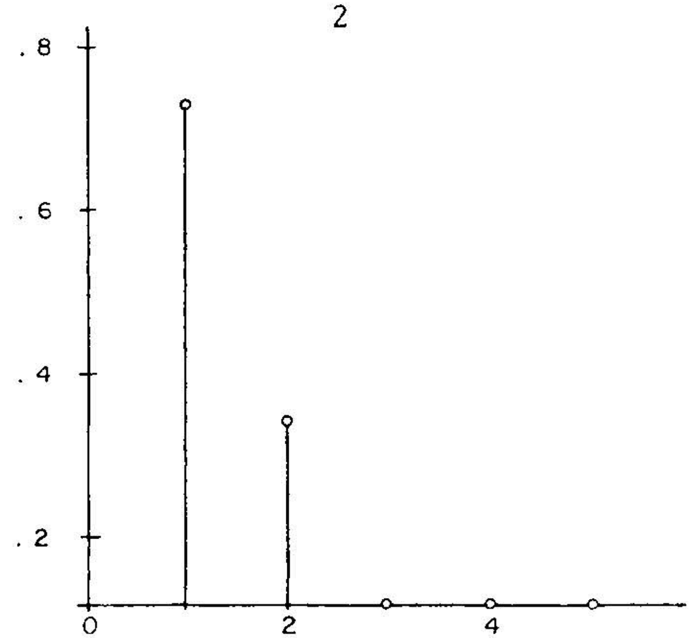
Función téorica de autocorrelación.	Función de autocorrelación parcial.

1



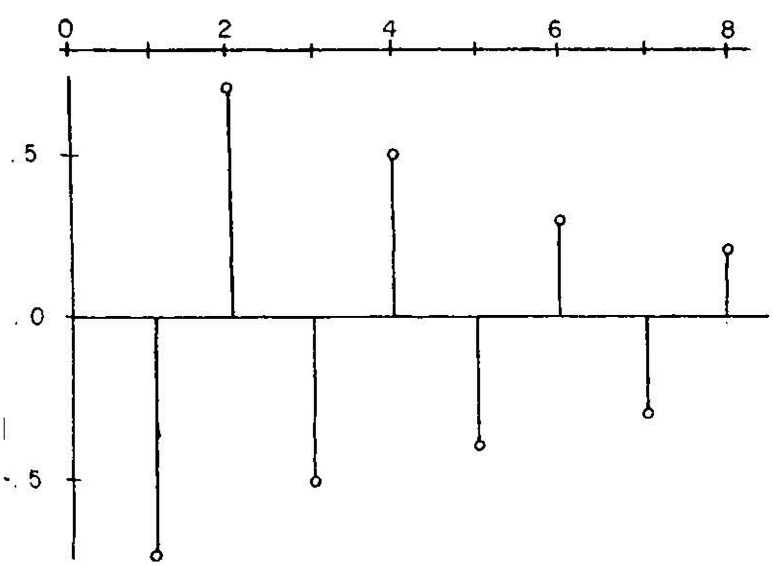
Modelo: Autorregresivo de orden 2.
$\emptyset_1$ y $\emptyset_2$ son positivos.

2



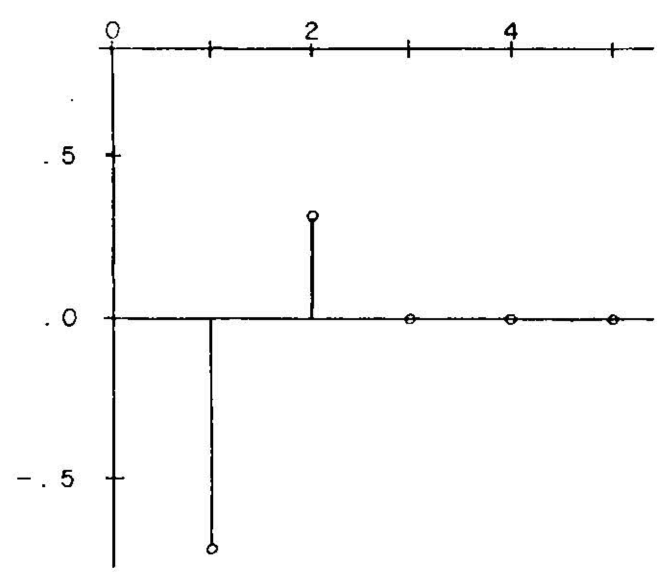
K = 2

1



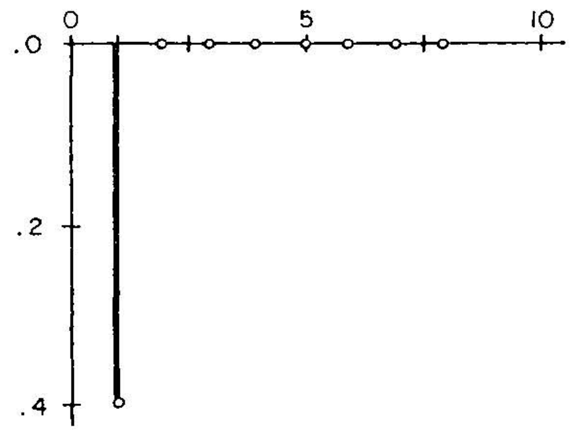
Modelo: Autorregresivo de orden 2.
$\emptyset_1$ negativo y $\emptyset_2$ positivo.

2

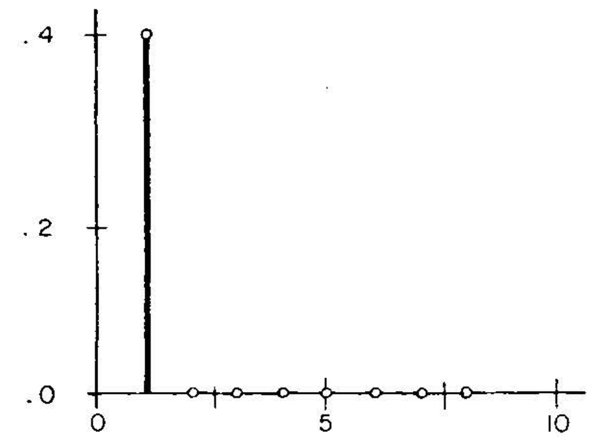


K = 2

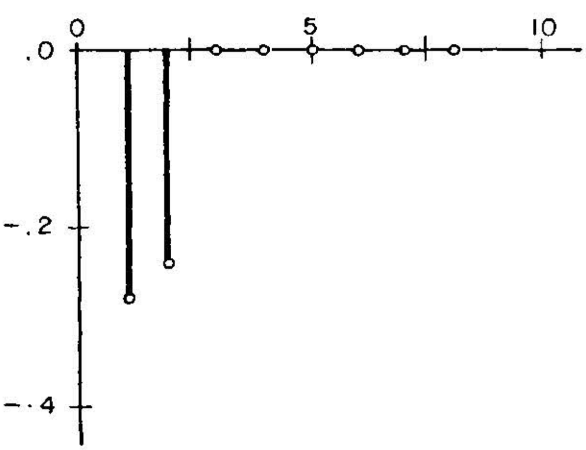
FUNCION TEORICA DE AUTOCORRELACION



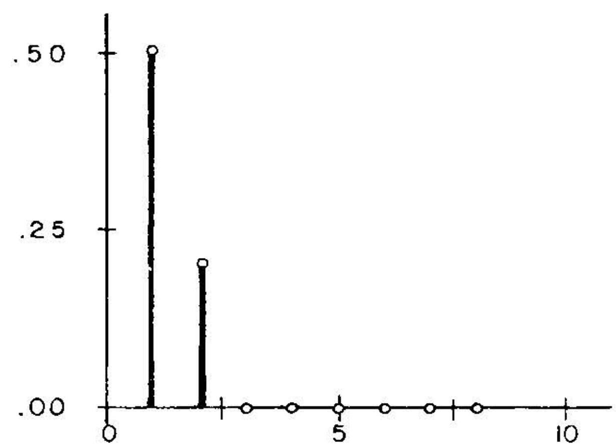
MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 1.
θ_1 es positivo



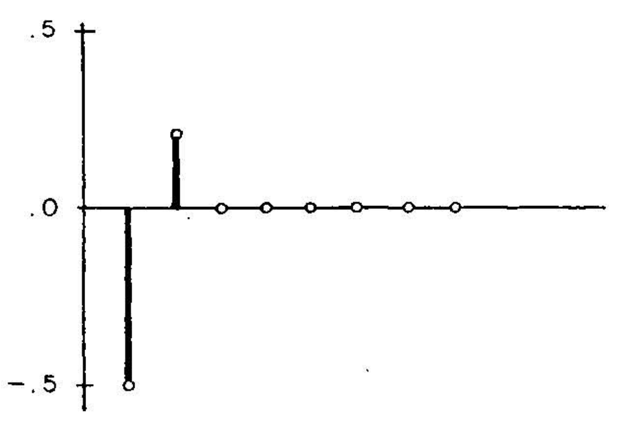
MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 1.
θ_1 es positivo



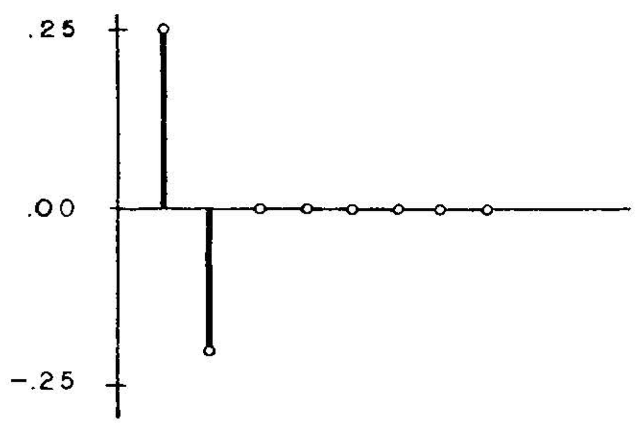
MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 2.
θ_1 y θ_2 son positivos



MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 2.
θ_1 y θ_2 son negativos



MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 2.
θ_1 positivo y θ_2 negativo



MODELO : PROMEDIOS MOVILES DE ORDEN 2.
θ_1 negativo y θ_2 positivo

b).- Identificación y Especificación del modelo

Como se dijo antes, lo primero es identificar si la serie es estacionaria o no. Observando la gráfica uno que contiene los 43 puntos de los datos originales se puede señalar lo siguiente :

1.- La serie no es estacionaria
2.- Tiene tendencia creciente
3.- Posee estacionalidad
4.- El tamaño de las ondas aumenta al aumentar el tiempo

Ya que la serie no es estacionaria, se procedió a transformarla. Primero, para eliminar la estacionalidad multiplicativa, se obtuvó los logaritmos naturales de los datos originales tal que, al graficar éstos nuevos valores las ondas tengan ahora una amplitud casi igual (gráfica 2). Después de ésta primera transformación, se estimó la función téorica de autocorrelación para 42 rezagos, (gráfica 7); y se observa claramente que ésta decrece muy lentamente además de que tiene cierta periodicidad que tiene que ver con la estacionalidad.

Como la serie no es aún estacionaria, lo siguiente fué eliminar la tendencia; para este própósito se obtuvieron primeras, segundas y terceras diferencias de los datos transformados por logaritmos naturales, determinando en éste procedimiento que, para primeras diferencias la serie ya no tiene tendencia. Ver cuadro 7.

Una vez que la serie no tiene tendencia se puede suponer que es estacionaria, para saberlo se volvió a estimar la función de autocorrelación (gráfica 8) observando que ésta tiende más rápidamente a cero pero persiste la periodicidad de orden 4 asociada con la estacionalidad.

La última transformación que se hizo a la serie fué precisamente para eliminar la estacionalidad , a ésta transformación se le llama diferenciación por estacionalidad, ésta operación se puede expresar de la siguiente forma: sea B el operador de rezago por estacionalidad; entonces B^K representa a B elevado a un coeficiente K, donde K indica el valor del rezago que tendrá que aplicarse a la observación particular de la serie;-

Por ejemplo: $B^K Y_t = Y_{t-K}$

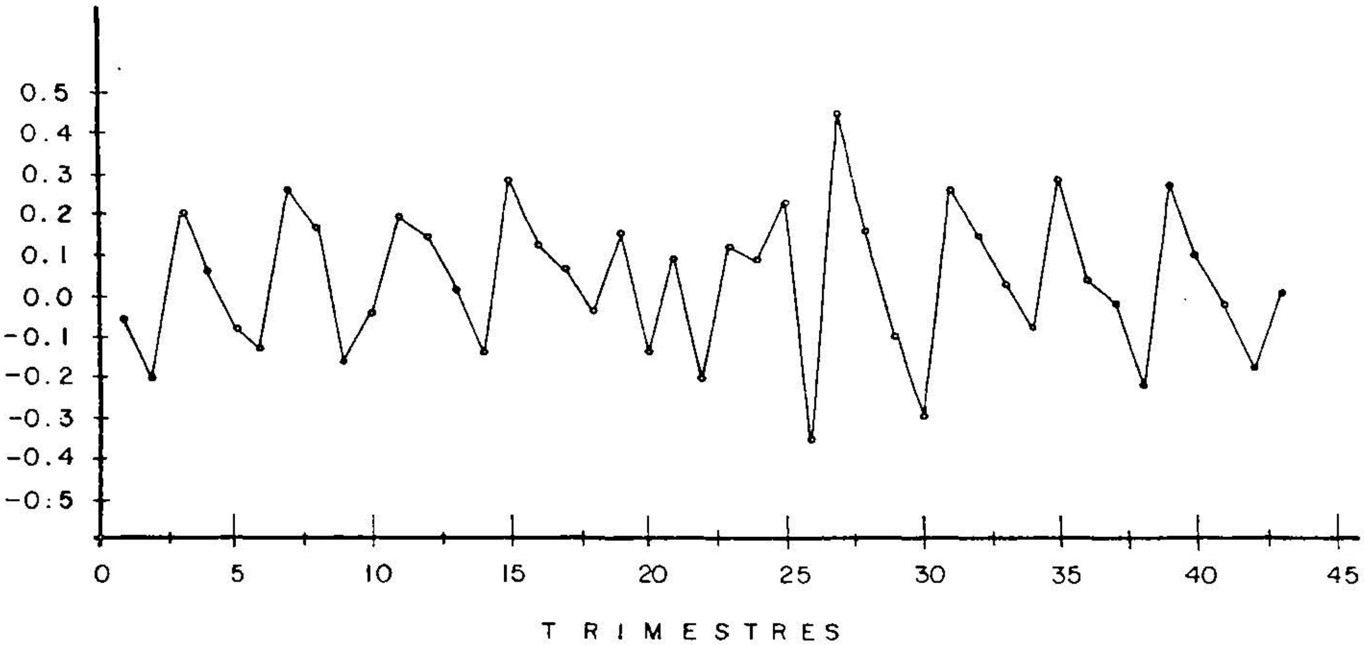
$$B^4 Y_{10} = Y_6$$

C U A D R O 7

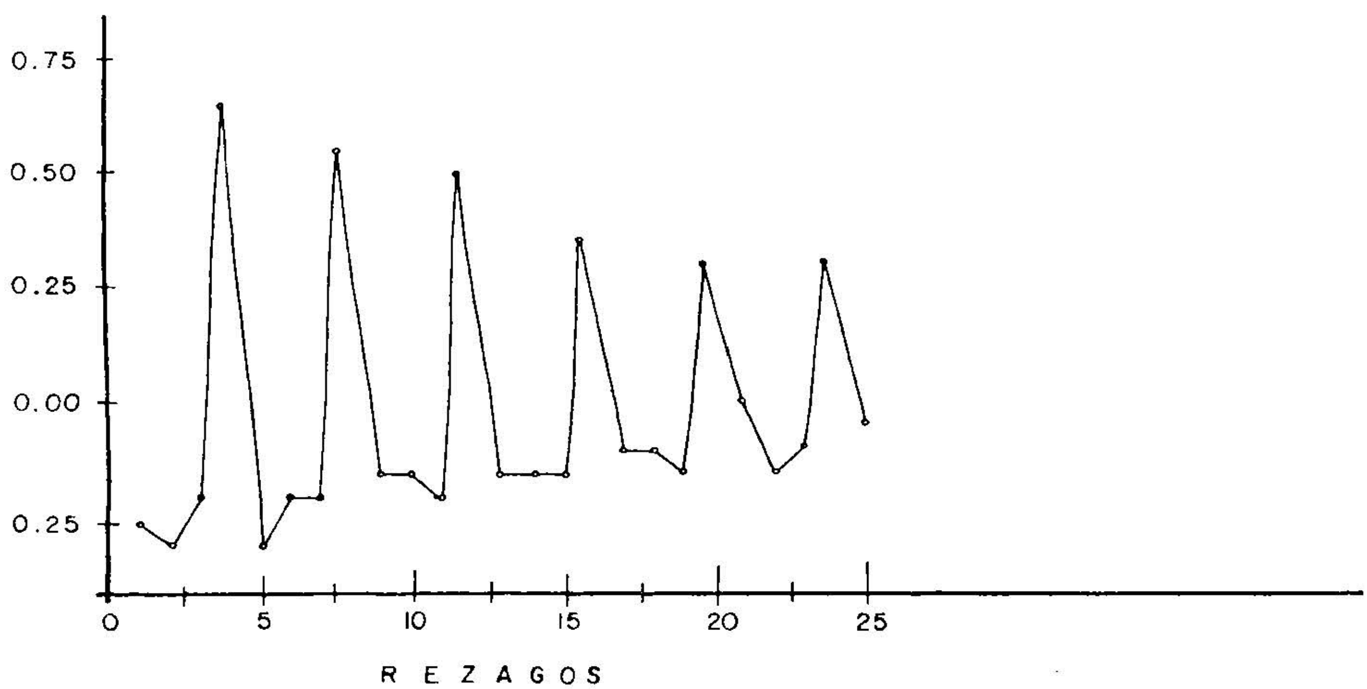
VALORES OBTENIDOS EN LA SEGUNDA TRANSFORAMACION DE LA SERIE

	D I F E R E N C I A S			
Rezago	0	1	2	3
1	0.897	=0.270	-0.493	-0.649
2	0.810	-0.291	-0.029	-0.238
3	0.740	0.195	0.299	0.413
4	0.708	-0.668	-0.691	-0.690
5	0.608	-0.285	0.401	0.506
6	0.523	-0.204	0.037	-0.241
7	0.451	0.181	0.270	0.371
8	0.417	-0.548	-0.544	-0.550
9	0.338	-0.163	0.278	0.382
10	0.260	-0.155	-0.040	-0.221
11	0.197	0.217	0.312	0.392
12	0.176	-0.522	-0.531	-0.540
13	0.111	-0.170	0.268	0.361
14	-0.047	-0.168	-0.033	-0.172
15	-0.015	0.181	0.208	0.243
16	-0.030	-0.362	-0.328	-0.303
17	-0.059	-0.054	-0.102	0.157
18	-0.103	-0.122	-0.015	-0.092
19	-0.122	0.166	0.235	0.254
20	-0.109	0.370	-0.341	-0.314
21	-0.145	-0.009	-0.066	0.119
22	-0.193	-0.159	-0.072	-0.022
23	-0.232	0.158	0.184	0.205
24	-0.255	-0.346	-0.347	-0.311
25	-0.310	-0.040	-0.095	-0.125
26	-0.350	-0.212	-0.102	-0.035
27	-0.387	0.065	0.060	0.057
28	-0.383	0.242	-0.183	-0.144
29	-0.383	-0.002	-0.029	-0.043
30	0.399	0.150	0.075	0.033
Media	6.502	0.03	0.003	0.00
Error Estandar	0.075	0.027	0.044	0.078
Observaciones		42	41	40

GRAFICA Nº 7



GRAFICA Nº 8



En el proceso de ajuste del modelo se realiza entonces la siguiente operación para diferenciar por estacionalidad :

Serie transformada por logaritmos naturales y por primeras diferencias		Nueva serie transformada sin estacionalidad
$\nabla^1_2 Z_2$		
$\nabla^1_3 Z_3$		
$\nabla^1_4 Z_4$		
$\nabla^1_5 Z_5$	$\nabla^1_2 Z_2$	$\nabla^4_2 Z_2 = \nabla_5 Z_5 - \nabla_2 Z_2$
$\nabla^1_6 Z_6$	$\nabla^1_3 Z_3$	$\nabla^4_3 Z_3 = \nabla_6 Z_6 - \nabla_3 Z_3$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
$\nabla^1_n Z_n$	$\nabla^1_{n-4} Z_{n-4}$	$\nabla^4_{n-4} Z_{n-4} = \nabla_n Z_n - \nabla_{n-4} Z_{n-4}$

Hay que hacer notar que cuando se obtuvieron primeras diferencias se perdió una observación, y al diferenciar por estacionalidad se perdieron cuatro observaciones más con lo que se pierden cinco grados de libertad en todas las transformaciones que se tuvieron que hacer a la serie para hacerla estacionaria.

Una vez que la condición de estacionaridad se tenía para la serie de exportaciones mexicanas, se volvió a estimar la función téorica de autocorrelación pudiendo determinar con ésta según el cuadro 6 y las gráficas presentadas, que el mejor modelo a estimar es un autorregresivo de orden 2 que llevará también un parámetro de estacionalidad.

La ecuación estimada fué :

$$\nabla^4 \nabla^1 Y^{*}_t = \delta + (1 - \emptyset_1 B^1 - \emptyset_2 B^2) + (1 + \delta_4) Z_t$$

Donde : $Z_t = (1 - B^4)^1 (1 - V^1)\ Y_t^*$

δ = parámetro constante del modelo

ϕ_1 = parámetro autorregresivo de orden 1

ϕ_2 = parámetro autorregresivo de orden 2

B^4 = operador de rezago de orden 4 para estacionalidad

V^1 = operador de rezago de orden 1

Θ_4 = parámetro de estacionalidad de orden 4

Z_t = valores transformados de Y_t^*

Y_t^* = valores transformados de Y_t por logaritmos naturales.

PARAMETRO	COEFICIENTE	ERROR ESTANDAR	ESTADISTICO t
δ	0.0038	0.008	0.189
ϕ_1	-0.3350	0.165	-2.029
ϕ_2	-0.2683	0.163	-1.644
Θ_4	-0.5599	0.138	-4.065

Grados de Libertad = 21 Chi cuadrada = 13.426

Nivel de Significancia = 0.8929

Las estimaciones que se obtuvieron con el modelo son :

Número de la observación	Límite inferior	Estimación puntual	Límite Superior
42	1249.8	1500.8	1802.4
43	1041.0	1296.9	1615.8
44	1347.2	1710.5	2171.8
45	1408.9	1839.8	2402.5
46	1308.9	1825.6	2546.2
47	1045.0	1515.1	2196.5

La forma explicíta del modelo se obtiene realizando operaciones algebráicas simples y transformando la variable Z_t a los valores originales de Y_t; este procedimiento se hace aplicando el operador de rezago a las observaciones de Y_t^*, tal como se indica a continuación :

$$
\begin{aligned}
Z_t &= (1 - B^4)^1 (1 - \nabla^1) \; Y_t^* \\
&= (1 - B^4)\;(Y_t^* - Y_{t-1}^*) \\
&= Y_t^* - B^4 Y_t^* - Y_{t-1}^* + B^4 Y_{t-1}^* \\
&= Y_t^* - Y_{t-1}^* - Y_{t-4}^* + Y_{t-5}^*
\end{aligned}
$$

Sustituyendo la expresión anterior por Z_t en la ecuación del modelo y realizando las operaciones algebráicas correspondientes la forma explícita del modelo es la siguiente :

$$
\begin{aligned}
\nabla^4 \nabla^1 Y_t^* = {} & \delta + Y_t^* - Y_{t-1}^* - Y_{t-4}^* + Y_{t-5}^* - \phi_1 Y_{t-1}^* + \phi_1 Y_{t-2}^* + \phi_1 Y_{t-5}^* \\
& - \phi_1 Y_{t-6}^* - \phi_2 Y_{t-2}^* + \phi_2 Y_{t-3}^* - \phi_2 Y_{t-6}^* - \phi_2 Y_{t-7}^* - \phi_1 \Theta_4 Y_{t-1}^* \\
& - \phi_1 \Theta_4 Y_{t-2}^* - \phi_1 \Theta_4 Y_{t-5}^* - \phi_1 \Theta_4 Y_{t-6}^* - \phi_2 \Theta_4 Y_{t-2}^* - \phi_2 \Theta_4 Y_{t-3}^* + \\
& \phi_2 \Theta_4 Y_{t-6}^* - \phi_2 \Theta_4 Y_{t-7}^* + \Theta_4 Y_t^* + \Theta_4 Y_{t-1}^* - \Theta_4 Y_{t-4}^* + \Theta_4 Y_{t-5}^*.
\end{aligned}
$$

Como puede observarse el modelo utiliza únicamente los datos de la serie original para obtener las cifras de prónostico.

Con respecto a las restricciones en el uso de estos tipos de modelos, habría que comentar que éstos suponen que condiciones existentes en la economía o en la actividad ecónomica particular son de equilibrio.

III.- C O N C L U S I O N E S

El uso de modelos estadísticos para obtener cifras de pronósticos en el corto plazo es de vital importancia en la toma de decisiones cotidianas de agentes económicos principalmente empresas y gobierno.

Como se ha expuesto en este trabajo la aplicación de algúnos de ellos es de relativa facilidad y podrían ser implementados como una tarea de rutina, agregando, una vez que se tienen las nuevas observaciones reales, estas mismas al conjunto de datos para ajustar de nuevo el modelo y obtener la cifra siguiente de pronóstico.

Un factor importante en la justificación para usar modelos de regresión de series de tiempo, es que estos evitan la dificultad de formular y especificar modelos causales que muchas veces son difíciles de usar por la falta de información estadística que permita cuantificar para un período razonable, variables necesarias en el modelo; problema particularmente importante en nuestro país. Así pues con modelos de series de tiempo se necesita solo un conjunto de observaciones de la variable de interés y buscar la técnica más adecuada para especificar el modelo.

Como se dijo al inicio del trabajo, el objetivo no era determinar cual es el mejor modelo para obtener el pronóstico del siguiente trimestre en la serie de exportaciones de mercancías; no obstante se pueden señalar algunas conclusiones sobre los modelos utilizados. Si no existen recursos financieros para la tarea de obtener pronósticos, lo mejor es usar un modelo de regresión, determinándose, según las características de la serie, cual es el mejor de todos para ese propósito; en el caso de la serie de exportaciones de mercancías, como puede verse en el cuadro resumen, en términos com

C U A D R O   R E S U M E N

M O D E L O	R^2	D. W.	F.
MODELO DE REGRESION CON ESTACIONALIDAD ADITIVA	0.9290	1.6651	124.39
MODELO DE REGRESION ESTACIONALIDAD MULTIPLICATIVA.	0.9657	1.006	1 155.47
MODELO DE REGRESION CON TERMINOS TRIGONOMETRICOS PARA ESTACIONALIDAD ADITIVA	0,9265	1,1855	163,93
MODELO DE REGRESION CON TERMINOS TRIGONOMETRICOS PARA ESTACIONALIDAD MULTIPLICATIVA.	0.92121	1.7760	207.76

parativos el mejor modelo es el de regresión con estacionalidad multiplicativa; la observación de que éste resulta -- ser el modelo debe, sin embargo, ampliarse un poco más; el - juicio de que un modelo de regresión es " bueno " se hace en base a lineamientos definidos en la pruebas de estadísticos de R^2 y F. Claramente se observa que estadísticamente el modelo es muy bueno y que si a esta consideración se agrega el hecho de sus ventajas prácticas en cuanto a costo y sencillez, es bastante aceptable el uso de este tipo de - modelos.

Pero si observamos los resultados del estadístico Durvin-Watson, para todos los modelos, se puede decir - que existe autocorrelación positiva de los errores y que entonces se rompe uno de los supuestos teóricos básicos en el modelo de regresión; ésto es que los errores son independientes.

Si el problema debe ser tratado con rigor teórico no es aconsejable usar el modelo de regresión, ni tampoco intentar corregir el problema, lo mejor es aplicar una - técnica que utilice precisamente autocorrelación de los errores para especificar y estimar un mejor modelo.

Esta técnica es la Box y Jenkins que como se mencionó anteriormente, resulta más costosa y su manejo no es tan sencillo, requiere de trabajo más expecializado y un mayor gasto en computación. No obstante, teóricamente es la mejor alternativa.

Indudablemente que al seleccionar una técnica -- particular para obtener pronósticos se considerarán las ventajas teóricas y prácticas de las alternativas de que se -- disponga y al final de cuentas la decisión será resultado - del mejor balance que se pueda obtener entre ellas.

V.- B I B L I O G R A F I A.

JOHNSTON, J. " Econometric Methods ". Mc. Graw-- Hill Book Company, Inc. 1970.

MOORE, GEOFFREY H. " Forecasting Short Term Economic - Change ". Journal of the American Statistical Association. Marzo -- 1969, No. 325, Volúmen 64.

MAKRIDAKIS, SPYROS Y - MICHELE HIBON. " Accurancy of Forecasting: An Em-- pirical Investigation. J.R. Sta-- tistical Society. 1979.

STEKLER, H.O. " Forecasting with Econometric Mo-- dels: An Evaluation ". Econometri ca, Julio-Octubre 1968, No. 3-4 Volúmen 36

MORGENSTERN, OSCAR " Sobre la exactitud de las observa ciones Económicas ". Editorial -- Tecnos. Madrid. 1970.

NELSON, CHARLES. " Time Series Analysis and Forecas- ting."

BOWERMAN BRUCE, L.S. RICHARD T. O'CONNELL " Forecasting Time Series ". Duxbury Press. 1979

CHAMBERS JOHN C., SALINDER K. MULLIK Y OTROS " How to Chosse The Righ Forecasting Technique " Harvard Business Review: Julio - Agosto 1971.

KLEINBAUM DAVID Y LAWRENCE L. KUPPER. " Applied Regresion Analysis and -- Other Multivariable Methods ". -- Duxbury Press. 1978.

ANDERSON O. D. " Time Series Analysis and Forecasting. The Box-Jenkins Approach ". Butterworth S. C O (PUBLISHERS). Ltd. 1976.

CHATFIELD C. Y D. L. PROTHERO. " Box-Jenkins Seasonal Forecasting: Problems in a Case Study ". J. R. Statistical Society. 1973. No.136

DURBIN J. M. J. MURPHY " Seasonal Adjustment Based on a - - Mixed Additive- Multiplicative Model ". J.R. Statistical. Society. 1975. No. 138, Part. 3.

PINDYCK ROBERT S. Y DANIEL L. RUBINFIELD. " Models and Economic Forecasts " Mc Graw Hill Book Company. 1976.