



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS

"SISTEMA DE 1er. ORDEN SOMETIDO

A UNA ENTRADA IMPULSO"

TRABAJO RECEPCIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A

*Héctor Soria Magaña*

SAN LUIS POTOSI, S. L.P.

1989

T  
TP155  
.7  
SG  
c.1

T  
TP155  
.7  
S6  
c.1



1080077111



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS

"SISTEMA DE 1er. ORDEN SOMETIDO  
A UNA ENTRADA IMPULSO"

TRABAJO RECEPCIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A

*Héctor Soria Magaña*

T  
TP155  
.7  
56



## INDICE

	pag.
RESUMEN	3
CAPITULO 1 : ANTECEDENTES	4
CAPITULO 2 : DESCRIPCION DEL SISTEMA Y EQUIPO UTILIZADO	5
CAPITULO 3 : METODOLOGIA	7
CAPITULO 4 : RESULTADOS	12
CAPITULO 5 : CONCLUSIONES	17
APENDICE A : PRACTICA No1	18
BIBLIOGRAFIA	24



## RESUMEN

En éste trabajo se implementó una práctica para el Laboratorio de Control de Procesos, en la carrera de Ingeniería Química, de ésta Facultad de Ciencias Químicas.

Se hizo el diseño del equipo, su construcción, prueba, y la obtención y análisis de resultados para la práctica.

Los resultados obtenidos concuerdan dentro de un 3% de error con los valores teóricos esperados.

Los equipos pasaron a formar parte del catálogo de prácticas del Laboratorio mencionado.

## CAPITULO 1 : ANTECEDENTES

El trabajo que a continuación se presenta fué realizado para complementar el ya existente relativo al manual de prácticas del laboratorio de control de procesos químicos.

El objetivo principal es el de dar a conocer al alumno los principios básicos de esta materia en base al estudio de un " sistema de primer orden sometido a una entrada impulso".

Al hacer este estudio el alumno será capaz de manejar ciertos conceptos básicos, así mismo se relacionará con el equipo que utilizará en estudios posteriores.

Entre los objetivos principales por los cuales fué realizada ésta práctica podemos mencionar los siguientes:

- Manejo y familiarización del equipo.
- Modelo simple.
- Dinámica en el tiempo.
- Efecto amortiguador.
- Respuesta dinámica:
  - a) Estado estacionario.
  - b) Estado transitorio.
- Autoestabilidad.



## CAPITULO 2 : DESCRIPCION DEL SISTEMA Y EQUIPO UTILIZADO.

La figura No 1, muestra en forma esquemática los equipos que integran el sistema de la práctica, el tanque superior sirve para mantener la alimentación constante al 2o. tanque, la toma de muestras se realiza en la salida al drenaje. La capacidad de los Tanques es de 62 litros.

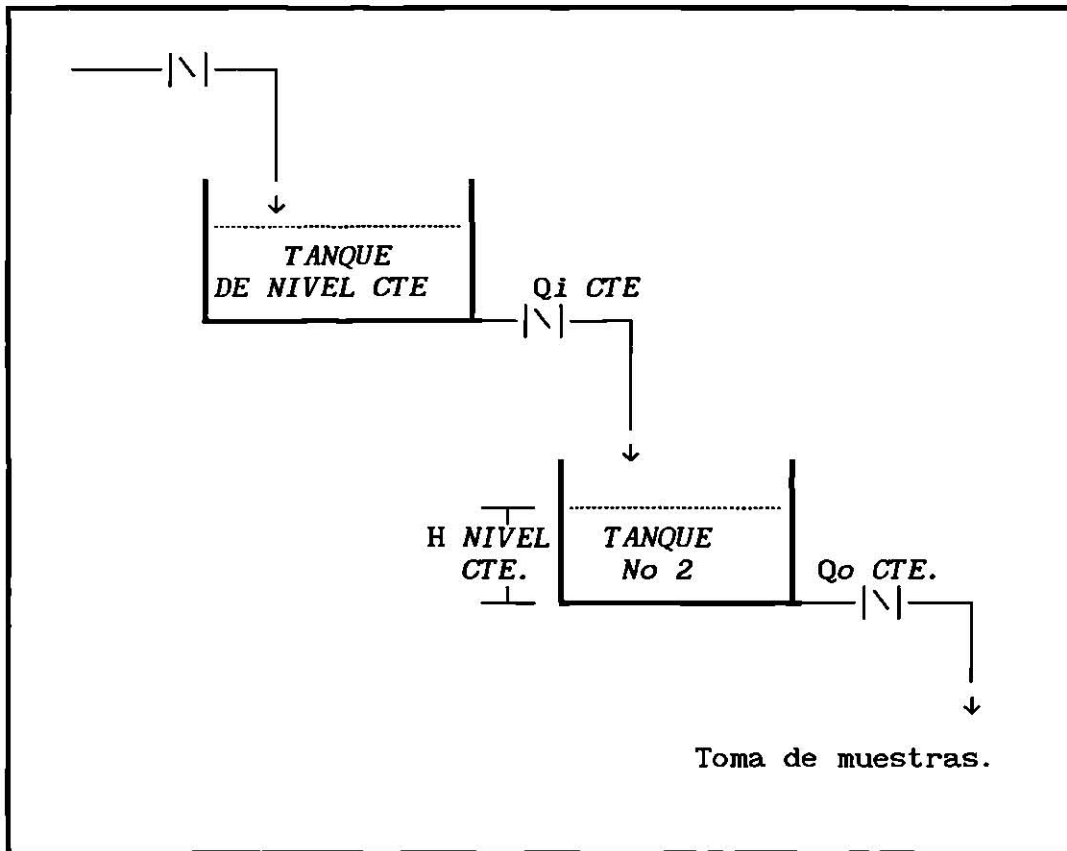


Fig. No.1 Sistema de Tanques

La lista siguiente incluye el material de vidrio necesario para los análisis de las muestras a la salida :

- 1 Cronómetro
- 20 Tubos de ensaye de 20 ml.
- 1 Bureta de 50 ml.
- 1 Probeta de 1 lt.
- 1 Pipeta volúmetrica de 5 ml.
- 2 Matraces Erlenmeyer de 250 ml.

Los reactivos utilizados fueron :

Bicarbonato de Sodio calidad comercial, marca Carlo Erba en presentación de 200 g.

Carbonato de Sodio anhidro ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ), grado reactivo, marca Monterrey.

Fenolftaleína

Naranja de metilo

Acido Sulfúrico 0.02 N

### CAPITULO 3 : METODOLOGIA.

La práctica comienza llevando el sistema de tanques a estado estacionario, manteniendo el gasto de alimentación al primer tanque constante, en un valor fijado de antemano.

Después, se comienza la agitación, manteniéndola constante y uniforme en todo el tanque.

Enseguida se agrega una cantidad pesada y analizada previamente de Bicarbonato comercial, el cual contiene alrededor de 3% de Carbonato de Sodio, tomada directamente de la caja.

Con la agitación, se disuelve de manera casi instantánea la muestra, y se analiza en la salida, en intervalos de tiempo apropiados.

#### TECNICA ANALITICA

Primero se preparó una solución 0.02 N de Acido Sulfúrico que se utilizó para las titulaciones, disolviendo 0.56 ml de Acido Sulfúrico concentrado, en 1 lt de agua; el título se verificó con una solución patrón de Carbonato de Sodio Anhidro seco (2 hrs a 140°C), preparado con 1.06 g. en 1 lt de agua, y titulando con el  $H_2SO_4$ , usando como indicador Fenolftaleína.

La solución de  $H_2SO_4$  0.02 N, se usó para medir la concentración de  $Na_2CO_3$  en la muestra que se agrega al 2o. tanque, en las muestras tomadas del efluente.

#### RUTINA DE ANALISIS

Para obtener la concentración de éstas muestras expresada en ppm. (mg/lt), se utilizan alícuotas de 5 ml; titulándose con ácido sulfúrico 0.02 N., utilizando fenolftaleína como indicador. El factor de conversión para la obtención de las ppm. de carbonatos es:

$$\text{ppm } CO_3 = \text{ml. de Ac.} * 120$$

## SECUENCIA DE OPERACION

En seguida se muestra la secuencia de pasos para operar el sistema instalado para la práctica.

- 1.- Cerrar la válvula de salida del primer tanque.
- 2.- Cerrar la válvula de salida del segundo tanque.
- 3.- Abrir la válvula de alimentación del primer tanque.
- 4.- Al llegar al nivel deseado abrir la válvula de salida del primer tanque.
- 5.- Regular la válvula de entrada del primer tanque para que la altura en este sea constante ( $Q = \text{Constante}$ ).
- 6.- Al llegar al nivel deseado del segundo tanque, abrir la válvula de descarga de éste.
- 7.- Esperar hasta encontrar el estado estacionario.
- 8.- Medir la altura y el gasto en el segundo tanque (en estado estacionario).
- 9.- Pesar el equivalente a un gramo de Carbonato de Sodio.
- 10.- Agitar de manera constante el segundo tanque sin dejar de agitar añadir el sólido pesado, arrancando el cronómetro al mismo tiempo.
- 11.- Tomar 10 muestras cada minuto y después cada 5 minutos.
- 12.- Titular las muestras obtenidas, hasta que la concentración sea cero.
- 13.- Medir la longitud del tubo de descarga al drenaje así como su diámetro.
- 14.- Descargar los tanques al drenaje.

## MODELO MATEMATICO

El modelo es simplemente un balance de masa en el segundo tanque. Utilizando la ecuación básica:

$$\text{ENTRADA} - \text{SALIDA} + \text{PRODUCCION} = \text{ACUMULACION} \quad (1)$$

Se obtiene :

$$Q C_1 + \dot{m} - Q C_o = V \frac{dC_o}{dt} \quad (2)$$

Como  $C_1 = 0$ , entonces:

$$\dot{m} - Q C_o = V \frac{dC_o}{dt} \quad (3)$$

Despejando  $\dot{m}$ , se obtiene :

$$\dot{m} = V \frac{dC_o}{dt} + Q C_o \quad (4)$$

transformando, con  $C_o(0) = 0$  :

$$V s C_o(s) + Q C_o(s) = \dot{M}(s) \quad (5)$$

Agrupando términos:

$$(V s + Q) C_o(s) = \dot{M}(s) \quad (6)$$

Despejando  $C_o(s)$ , se obtiene :

$$C_o(s) = \frac{1}{V s + Q} \dot{M}(s) \quad (7)$$

Dividiendo el segundo termino entre Q,

$$C_o(s) = \frac{1/Q}{(V/Q) s + 1} \dot{M}(s) \quad (8)$$

Si se define :

$$K = 1/Q \quad (9)$$

$$\tau = V/Q \quad (10)$$

a  $K$  se le llama Ganancia del sistema, y a  $\tau$  se le llama constante de tiempo; la ganancia está relacionada con la magnitud de la salida, para una entrada dada; y la constante de tiempo está relacionada con el tiempo total de respuesta.

Sustituyendo, se obtiene la forma general de los sistemas de primer orden :

$$C_o(s) = \frac{K}{\tau s + 1} M(s) \quad (11)$$

#### RESPUESTA A UN IMPULSO

Si se utiliza una señal impulso como entrada, con transformada igual al área del impulso (equivale al peso total agregado),

$$C_o(s) = \frac{K W}{\tau s + 1} \quad (12)$$

dividiendo entre  $\tau$ ,

$$C_o(s) = \frac{(K W) / \tau}{s + 1/\tau} \quad (13)$$

antitransformando,

$$C_o(t) = \frac{K W}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (14)$$

pero,

$$(KW/\tau) = W/V = C_o(0) \quad (15)$$

la figura No.2 muestra la respuesta esperada, a partir de la ec. (14),

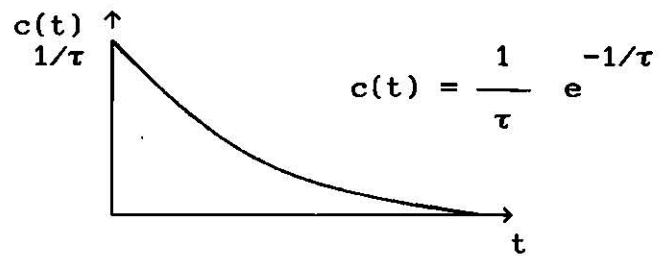


Fig. No.2 Respuesta de un sistema de primer orden a una entrada impulso.

si se toman logaritmos en ambos lados de la ec. (14),

$$\ln C_o(t) = \ln (KW/\tau) - t/\tau \quad (16)$$

la cual es una línea recta, al graficar  $\ln C_o(t)$  vs.  $t$ , con pendiente  $-1/\tau$ , y ordenada al origen  $\ln (KW/\tau)$ , o  $\ln C_o(0)$ .



#### CAPITULO 4 : RESULTADOS.

Los resultados que a continuación se presentan fueron obtenidos después de una serie de pruebas, de las cuales se seleccionaron los mejores datos, así mismo dentro de éstas se hicieron algunas pruebas básicas para hacer los cálculos necesarios.

Entre éstas pruebas se deben mencionar las relativas a la pureza del Bicarbonato de Sodio comercial que fue utilizado para éstas pruebas. La pureza fué la siguiente: después de secar el Bicarbonato durante dos horas a 140°C, el contenido de humedad fué de un 40%; con la muestra ya seca se preparó una solución de concentración conocida y se tituló, encontrándose que el contenido de carbonatos en la muestra era del 30 %.

Mas adelante se enlistarán los datos experimentales obtenidos en una serie de corridas, así como los cálculos correspondientes.

Para analizar los resultados, se graficaron como ppm de  $\text{CO}_3$  vs. tiempo (fig. No. 3). Del análisis efectuado antes con el modelo matemático, se obtuvieron los resultados que más adelante se presentarán como los cálculos realizados.

Q <sub>ss</sub> = 715 ml/min. H <sub>ss</sub> = 18.5 cm.		CORRIDA No. 1 CO <sub>3</sub> agregado = 8940 mg		
MUESTRA	TIEMPO(min)	ml. DE AC. GASTADOS	CONCENTRACION ppm CO <sub>3</sub>	LN (CONC.)
1	1	0.85	102	4.6250
2	2	3.00	360	5.8861
3	3	3.30	396	5.9814
4	4	2.80	336	5.8171
5	5	2.60	312	5.7430
6	6	2.50	300	5.7039
7	7	2.40	288	5.6630
8	8	2.30	276	5.6204
9	9	2.20	264	5.5760
10	10	2.10	252	5.5294
11	11	2.00	240	5.4806
12	12	1.80	216	5.3753
13	20	1.50	180	5.1930
14	30	1.20	144	4.9698
15	40	0.95	114	4.7362
16	50	0.75	90	4.4998
17	60	0.60	72	4.2766
18	70	0.45	54	3.9890
19	80	0.30	36	3.5835
20	90	0.20	24	3.1780
21	100	0.15	18	2.8904
22	110	0.10	12	2.4850
23	120	0.05	6	1.7918
24	130	0.00	0	—

Cálculos:

1.- Ganancia del sistema.

$$K = 1/Q = 1/715 \text{ ml/min} = 0.0013986 \text{ min/ml}$$

como el cálculo se basa en el valor de Q, y éste se determina experimentalmente, la Ganancia tiene un valor constante.

2.- Calcular el peso agregado, con el área de la curva  $C_0$  vs t

Todo el  $\text{CO}_3$  agregado al tanque debe salir en el efluente de modo que :

$$m = \frac{dW}{dt} \quad (17)$$

De donde:

$$dW = \dot{m} dt \quad (18)$$

Como  $\dot{m} = Q C$

$$dW = Q C_0 dt \quad (19)$$

Integrando:

$$W = \int_0^{\infty} Q C_0 dt \quad (20)$$

Como Q es cte. :

$$W = Q \int_0^{\infty} C_0 dt \quad (21)$$

para la corrida mostrada, se calculó el área utilizando el método trapezoidal, dando :

$$\text{AREA} = 12138 \text{ ppm min}$$

de la ecuación (21) :

$$W = 12138 \text{ (mg/lt) min} * .715 \text{ lt/min} = 8678.67 \text{ mg}$$

se alimentaron 8940 mg de  $\text{CO}_3$ , por lo que hay un error de :

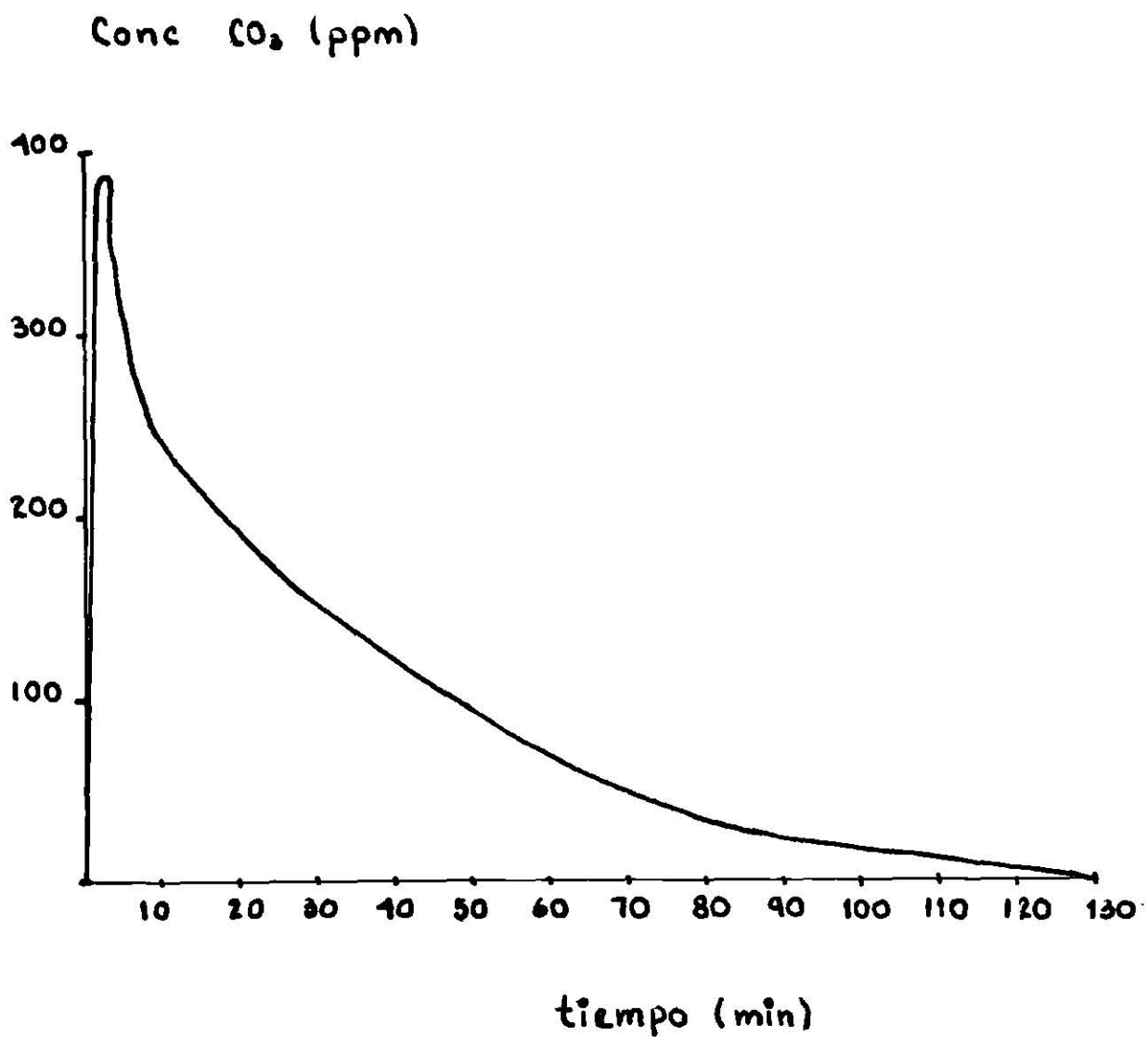


Fig. No 2 Gráfica de Conc. VS tiempo

$$\text{error} = ((8940 - 8678.67) / 8940) * 100 = 2.9 \%$$

3.- Calcular el tiempo de retardo.

$$t_0 = \frac{\pi D^2 L}{4Q} = \frac{\pi (1.905 \text{ cm})^2 (250 \text{ cm})}{4 (715 \text{ cc/min})} = 0.9961 \text{ min}$$

la gráfica y el área se deben corregir para tomar en cuenta éste retardo.

4.- Calcular la constante de tiempo ( $\tau$ ) teórica.

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{.785 (39 \text{ cm})^2 (18.5 \text{ cm})}{715 \text{ cc/min}} = 30.83 \text{ min.}$$

5.- Calcular la constante de tiempo ( $\tau$ ) experimental.

$$C_0(\tau) = 0.362 W/V = 0.362 (8940 \text{ mg} / 22.0435 \text{ lt}) \\ = 146.814 \text{ mg/lt.}$$

Interpolando en la gráfica el tiempo correspondiente a ésta concentración obtenemos:

$$\tau_{\text{exp}} = 31 \text{ min.}$$

el error es imposible de reducir por la dificultad para leer la gráfica obtenida.

Quitando a éste valor el tiempo de retardo  $t_0$  de 1 min, da,

$$\tau_{\text{exp}} = 30 \text{ min}$$

6.- Calcular  $C_0(0) = W/V$

$$C_0(0) = (29.8 \text{ g}) (.3) (1000 \text{ mg/g}) / 22.0435 \text{ lt} \\ = 405.56 \text{ mg/lt} = 405.56 \text{ ppm}$$

Este valor representa la máxima concentración que se puede obtener a la salida, el valor experimental correspondiente es de 396 ppm. El error es :

$$\text{error} = (405.56 - 396) / 405.56 * 100 = 2.3 \%$$

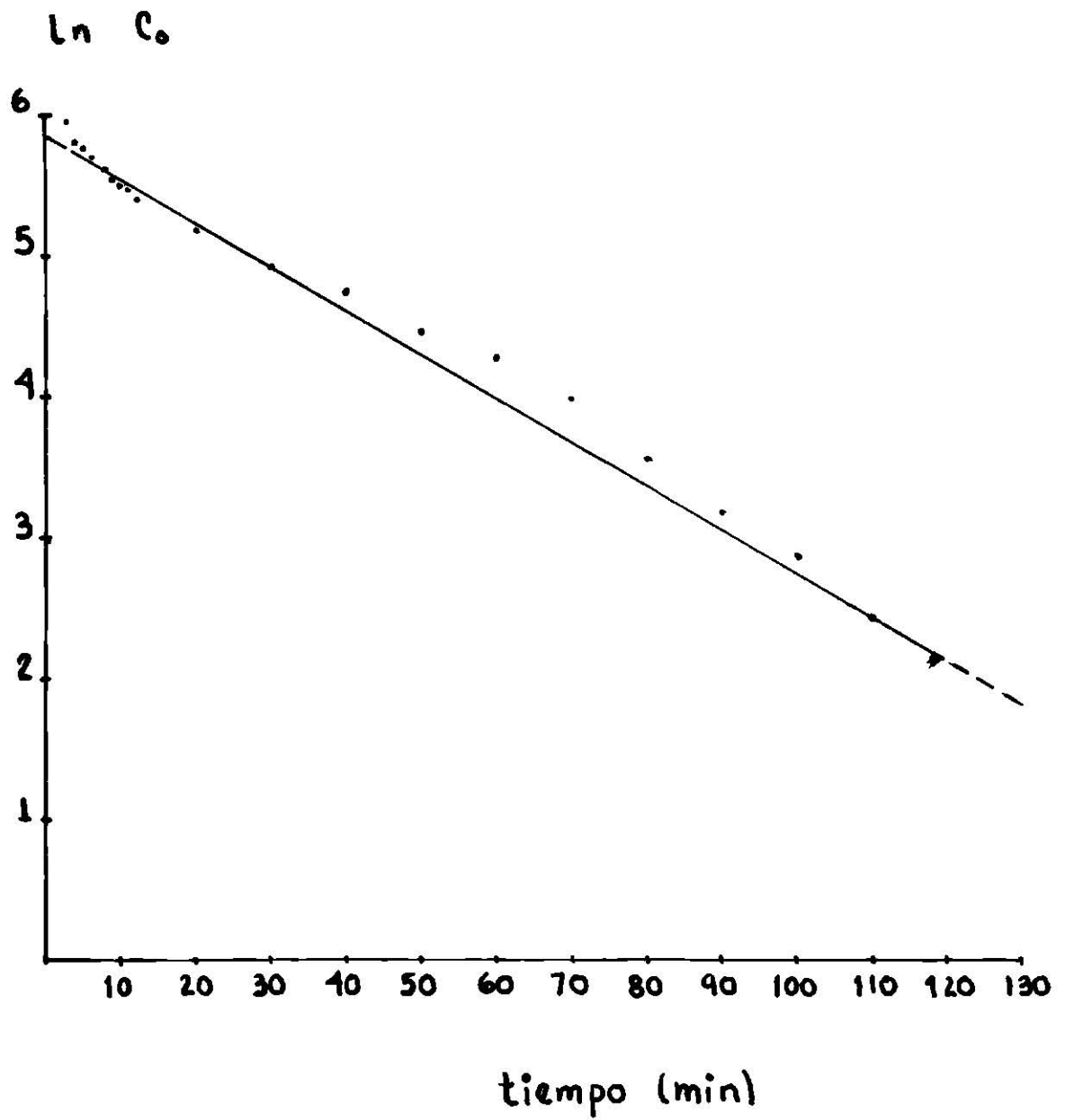


Fig. No 4 Gráfica de  $\ln C_0$  vs tiempo

- 7.- La respuesta puede graficarse como  $\ln C_o(t)$  vs tiempo, y debe obtenerse una línea recta de pendiente  $-1/\tau$ , y ordenada al origen  $C_o(0)$ , si el sistema es lineal de primer orden.

Graficando los valores de la tabla, se obtiene la Figura No.4, desechando los puntos de la subida inicial, que corresponden al proceso de mezclado, se efectuó una correlación lineal por el método de mínimos cuadrados, obteniéndose :

$$\text{pendiente} = -1/\tau = - 0.03088$$

$$\text{de donde } \tau = 32.3 \text{ min}$$

restando el tiempo de retardo de 1 min, se obtiene,

$$\tau = 31.3 \text{ min}$$

$$\text{y } \ln (KW/\tau) = 5.9135$$

$$\text{de donde } W/V = C_o(0) = 370 \text{ ppm}$$

que al comparar con el valor exacto da :

$$\text{error} = (405.56 - 370)/405.56*100 = 8.7 \%$$

- 8.- El tiempo total de la práctica se calcula como  $4\tau$  de donde:

$$t_s = 4\tau = 4 * 31\text{min} = 124 \text{ min} \cong 2 \text{ horas}$$

de la gráfica:

$$t_s \cong 130 \text{ min}$$



## CAPITULO 5 : CONCLUSIONES

Se calculó la ganancia del sistema como 0.0013986 min/ml, basada en el gasto volumétrico que se obtiene del tanque de alimentación constante, lo cual se logra vigilando que el nivel de ese tanque permanezca constante.

De los resultados obtenidos se encuentra buena concordancia entre la cantidad agregada de Carbonatos en la muestra, y la cantidad que se obtiene en el efluente (dif. de 3 %).

La cantidad agregada se recalculó dando un error menor, sin embargo, se basa en una correlación por mínimos cuadrados que en cierta manera promedia el error, de modo que el cálculo anterior es más confiable.

La constante de tiempo es muy cercana al valor teórico, calculado a partir del volumen y el gasto, de manera que gráficamente son indistinguibles :

valor de $\tau$ (min)	
valor teórico	30.83
de la fig. 2	30
de la fig. 4	31.3

De los resultados, se puede concluir que el método de graficar  $C_0(t)$  vs.  $t$ , es más confiable para comprobar el valor de  $C_0(0)$ , pero el método de mínimos cuadrados logra un valor de  $\tau$  ligeramente mejor.

APENDICE A : PRACTICA NUMERO 1

SISTEMA DE PRIMER ORDEN  
SOMETIDO A UNA ENTRADA IMPULSO

OBJETIVOS: Al finalizar esta práctica el alumno será capaz de comprender y manejar los siguientes términos:

- 1.- Dinámica en el tiempo.
- 2.- Modelo simple.
- 3.- Efecto amortiguador.
- 4.- Respuesta dinámica:
  - a) Estado estacionario.
  - b) Estado transitorio.
- 5.- Autoestabilidad.
- 6.- Montaje del equipo.

MATERIAL Y SUSTANCIAS REQUERIDAS.

- 2 Tanques de 62 litros.
- 1 Cronómetro.
- 20 Tubos de ensaye.
- 1 Bureta.
- 1 Probeta.
- 1 Pipeta volumétrica.
- 2 Matraz Erlenmeyer.
- 30 g Bicarbonato de Sodio. Comercial marca Carlo Erba.
- Fenolftaleína.
- Naranja de Metilo.
- Acido sulfúrico 0.02 Normal.

TEORIA BASICA: RESPUESTA DINAMICA DE SISTEMAS.

Todos los sistemas físicos están sujetos a cambios en las variables de entrada, las que dependiendo de los parámetros del sistema determinan un cambio en la respuesta (figura 1)

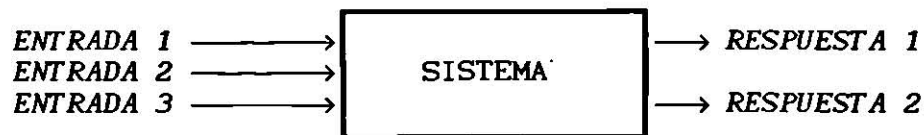


Figura 1. Sistema Típico

En la figura 2 se muestra la respuesta dinámica de un sistema cualquiera, donde se puede distinguir la respuesta transitoria y la respuesta de estado estable. Mientras la

respuesta cambie se llama transitoria, cuando se alcanza el estado estable todas las derivadas en el modelo que representa el sistema son cero.

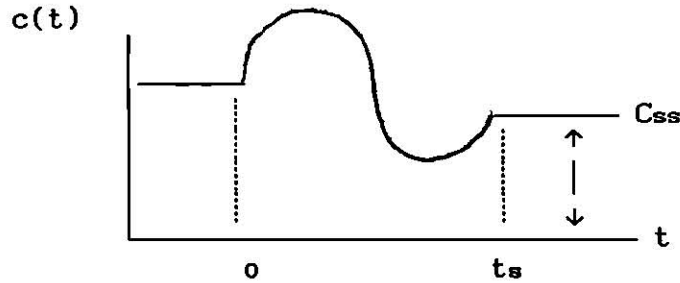


Figura 2. Respuesta Dinámica Cualquiera.

MODELAMIENTO.

El sistema a modelar se muestra en la figura, y representa un sistema sencillo, formado por dos tanques de almacenamiento del fluido.

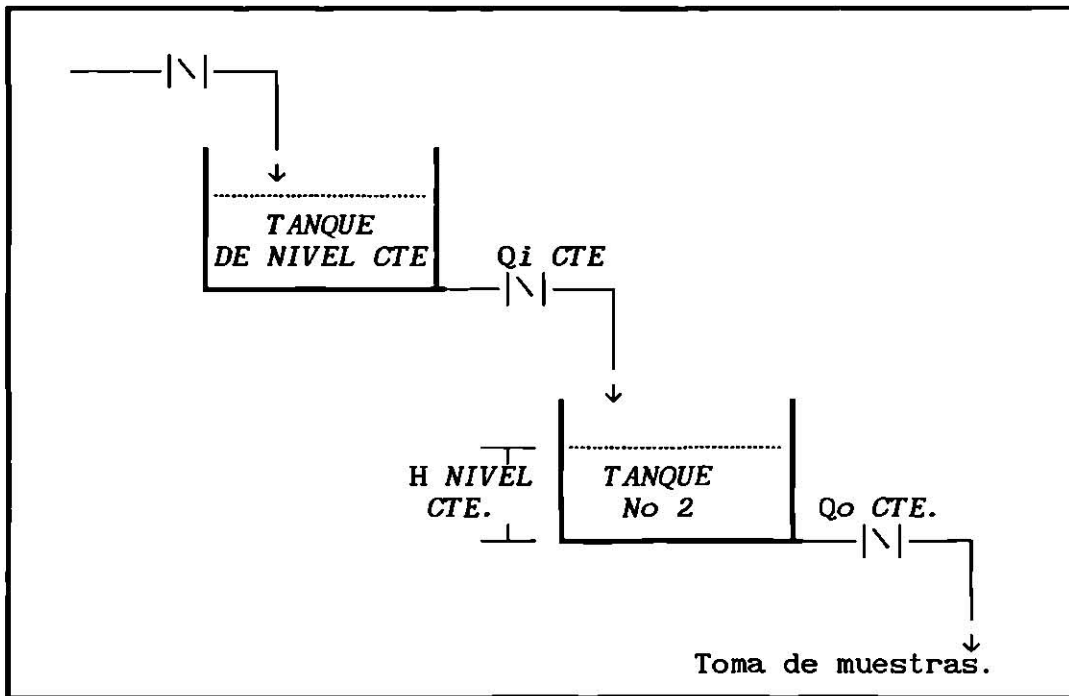


Fig. No.1 Sistema de Tanques

El modelo es simplemente un balance de masa a la entrada y salida del segundo tanque.

$$ENTRADA - SALIDA + PRODUCCION = ACUMULACION \quad (1)$$

$$Q C_i + \dot{m} - Q C_o = V \frac{dC_o}{dt} \quad (2)$$

Si  $C_i = 0$ ,

$$\dot{m} - Q C_o = V \frac{dC_o}{dt}$$

$$V \frac{dC_o}{dt} + Q C_o = \dot{m} \quad (3)$$

Transformando la ecuación número (3) obtenemos,

$$Vs C_o(s) + Q C_o(s) = \dot{M}(s) \quad (4)$$

Reagrupando términos,

$$(Vs + Q) C_o(s) = \dot{M}(s) \quad (5)$$

$$C_o(s) = \frac{1}{Vs + Q} \dot{M}(s) \quad (6)$$

Dividiendo el segundo término de la ec. (6) entre Q,

$$C_o(s) = \frac{(1/Q)}{V \frac{-s + 1}{Q}} \dot{M}(s) \quad (7)$$

Agrupando las constantes en la CONSTANTE DE TIEMPO  $\tau$  y en la GANANCIA K obtenemos,

$$C_o(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \dot{M}(s) \quad (8)$$

Donde:

$$K = 1/Q$$

$$\tau = V/Q$$

## METODOLOGIA.

- 1.- Cerrar la válvula de salida del primer tanque.
- 2.- Cerrar la válvula de salida del segundo tanque.
- 3.- Abrir la válvula de alimentación del primer tanque.
- 4.- Al llegar al nivel deseado, abrir la válvula de salida del primer tanque.
- 5.- Regular la válvula de entrada del primer tanque para que la altura de este sea constante ( $Q_1 = \text{cte.}$ ).
- 6.- Al llegar al nivel deseado en el segundo tanque, abrir la válvula de descarga de éste.
- 7.- Regular válvulas de salida de los tanques hasta encontrar el estado estacionario.
- 8.- Medir la altura y el gasto de salida del segundo tanque.
- 9.- Medir la longitud del tubo de descarga al drenaje y su diámetro.
- 10.- Pesar el equivalente a un gramo de Carbonato de Sodio.
- 11.- Agitar de manera constante el segundo tanque, y sin dejar de agitar, agregar el sólido antes pesado, arrancando el cronómetro al instante de añadir el sólido.
- 12.- Tomar 10 muestras a cada minuto, y después a cada 5 minutos, hasta que la concentración a la salida sea cero.
- 13.- Titular las muestras tomadas con ácido sulfúrico, utilizando fenolftaleína como indicador.

CALCULOS.

- 1.- Calcular la ganancia,  $1/Q$
- 2.- Obtener la gráfica de  $C_o$  vs  $t$ .
- 3.- Calcular el peso agregado, con la gráfica obtenida.
- 4.- Calcular el tiempo de retardo.
- 5.- Calcular el  $\tau$  teórico,  $V/Q$
- 6.- Calcular el  $\tau$  experimental,  $C_o(\tau) = 0.362 \text{ W/V}$
- 7.- Calcular  $C_o(0) = W/V$

## NOMENCLATURA

- $Q$  = Gasto volumétrico, ml/min
- $C_1$  = Concentración a la entrada del segundo tanque, mg/lt
- $C_o$  = Concentración a la salida del segundo tanque, mg/lt
- $\dot{m}$  = Flujo másico del sistema, mg/min
- $\frac{dC_o}{dt}$  = Variación de la concentración con respecto al tiempo
- $K$  = Ganancia del sistema, min/ml
- $\tau$  = Constante de tiempo, min
- $W$  = Sólido añadido (impulso), mg
- $s$  = Variable compleja
- $\dot{M}(s)$  = Transformada de la entrada (impulso) al sistema
- $C_o(s)$  = Transformada de la salida del sistema.
- $t_o$  = Tiempo de retardo, min
- $L$  = Longitud de la tubería de descarga, cm
- $D$  = Diámetro de la tubería de descarga, cm
- $V$  = Volumen ocupado en el segundo tanque, ml
- $C_o(0)$  = Concentración inicial (a tiempo cero), mg/lt
- $H_{ss}$  = Altura de estado estacionario, cm
- $Q_{ss}$  = Gasto volumétrico, ml



BIBLIOGRAFIA:

- \* K. Ogata, " Ingeniería de Control Moderno " Editorial Prentice Hall, 1974
- \* Manual de Análisis de Agua Editado por: SARH
- \* Navarro Contreras, J., " Notas del curso de Control de Procesos " U. A. S. L. P. 1986
- \* Escalante Mares, P. " Manual de Prácticas de Laboratorio de Control de Procesos " Trabajo recepcional de licenciatura. U. A. S. L. P. , 1987

