



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA

" METODOLOGIA PARA LA OBTENCION DE UN MODELO REDUCIDO
PARA EL ANALISIS DE UN SISTEMA DE POTENCIA "

TRABAJO RECEPCIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

Alberto Jesús García Ahumada

SAN LUIS POTOSI, S. L. P., 1996



4

PK322

G3

c.1

1

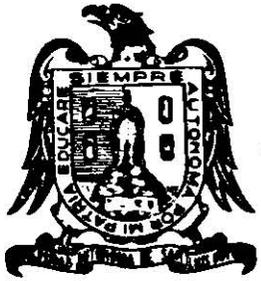
TK3226

G3

C.1



108007776



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA

“ METODOLOGIA PARA LA OBTENCION DE UN MODELO REDUCIDO
PARA EL ANALISIS DE UN SISTEMA DE POTENCIA ”

TRABAJO RECEPCIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

Alberto Jesús García Ahumada

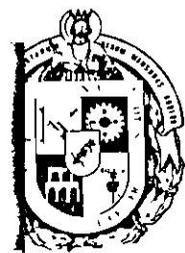
SAN LUIS POTOSI, S. L. P., 1996



T
TK3226
53



(77776)



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA
Dr. Manuel Nava No. 8 Zona Universitaria
Teléfonos: 13-11-86, 13-52-38, 13 63-35 y 13-82 22
Fax: (48) 13-09-24
78290, San Luis Potosí, S. L. P., México

MAYO 25, 1995.

Al Pasante Señor Alberto Jesús García Ahumada
P r e s e n t e.-

En atención a su solicitud de autorización de Temario, presentada por el - Ing. Raul Montante Salazar, Asesor del Trabajo Recepcional que desarrollará Usted, con el objeto de sustentar Examen Profesional en la Licenciatura de Ingeniero Mecánico Electricista. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 25 de Mayo del presente año, fué aprobado el Temario propuesto:

"METODOLOGIA PARA LA OBTENCION DE UN MODELO REDUCIDO PARA EL ANALISIS DE UN SISTEMA DE POTENCIA".

TEMARIO:

- I - INTRODUCCION
 - . MODELO DE LA LINEA DE TRANSMISION
 - .- FORMACION DE LA MATRIZ Z BARRA DE SISTEMAS POLIFASICOS
- IV.- DESARROLLO DEL ALGORITMO DE REDUCCION DE LA RED COMPLETA
- V.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS
- BIBLIOGRAFIA.

Ruego a Usted tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, debe prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar su Examen Profesional.

" MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO "


ING. DAVID ATISHA CASTILLO
DIRECTOR DE LA FACULTAD



UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION

'real.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO II	
MODELO DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN	5
2.1 Ecuaciones básicas de la línea de transmisión	5
2.2 Cálculo de la matriz de impedancia	8
2.3 Cálculo de la matriz de admitancia	17
2.4 Reducción de conductores	21
2.5 Solución de las ecuaciones de propagación	25
2.6 Comentarios	30
CAPÍTULO III	
FORMACIÓN DE LA MATRIZ Z BUS DE SISTEMAS POLIFÁSICOS	32
3.1 Planteamiento del problema	32
3.2 Preparación de los datos	34
3.3 Algoritmo de construcción	35
3.4 Procedimiento computacional	45
3.5 Ejemplo de aplicación	47
3.6 Comentarios	60
CAPÍTULO IV	
DESARROLLO DEL ALGORITMO DE REDUCCIÓN DE LA RED COMPLETA . 61	
4.1 Procedimiento de obtención del equivalente	61
4.2 Algoritmo de reducción	65
4.3 Procedimiento computacional	68
4.4 Ejemplo de aplicación con reducción	68
4.5 Comentarios	76

CAPÍTULO V	
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS .	77
APÉNDICE A	
MODELADO DE ELEMENTOS CON PARÁMETROS CONCENTRADOS DE LA RED ELÉCTRICA	79
A.1 Generadores síncronos	79
A.2 Reactores	80
A.3 Capacitores	81
APÉNDICE B	
DATOS DE LA RED ELÉCTRICA	83
B.1 Disposición de los conductores	83
B.2 Matrices de impedancia de las líneas	84
B.3 Datos de los generadores	86
APÉNDICE C	
PROCEDIMIENTO COMPUTACIONAL	87
BIBLIOGRAFIA	109

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Aunque los sistemas eléctricos de potencia se encuentran operando en estado permanente (o casi permanente) la mayor parte del tiempo, deben ser diseñados para soportar los esfuerzos más peligrosos a que pueden ser sometidos. Estos esfuerzos son producidos usualmente durante estados transitorios del sistema de potencia. Consecuentemente, el estudio del comportamiento dinámico o transitorio de los sistemas de potencia es bastante importante durante la etapa de diseño, construcción e inclusive durante la operación del mismo. De él dependen un gran número de decisiones técnicas, por ejemplo, los niveles de aislamiento, la capacidad de interruptores y apartarrayos, entre otros, los cuales influyen sobre las características finales del sistema de potencia, o de una parte de él.

Para realizar estudios de transitorios electromagnéticos en un sistema eléctrico de potencia de tamaño considerable, es necesario utilizar herramientas computacionales. Los dos tipos de herramientas comúnmente usadas son [1]:

- a) Simuladores de sistemas eléctricos de potencia.
- b) Computadoras digitales.

Los simuladores de sistemas eléctricos de potencia se conocen con el nombre de Analizadores de Redes Transitorias. En este analizador, los componentes del sistema tales como líneas de transmisión, transformadores, reactores, interruptores, etc. son representados por modelos a escala de baja corriente y baja tensión. La tensión base usada varía de 10-100 volts y la corriente está en el rango de miliAmperes a pocos Amperes. Se emplean inductores devanados en núcleos de características especiales para representar secciones de líneas de transmisión, transformadores, impedancias, etc. Los generadores son usualmente modelados por fuentes ideales de tensión detrás de reactancias apropiadas y son operados a frecuencia nominal. Esto conduce a la simulación de fenómenos transitorios en tiempo real, lo cual es una característica valiosa de este tipo de herramienta. Otra ventaja es que no puede haber soluciones computacionalmente inestables en él.

Existen ciertos aspectos en la simulación que presentan problemas, entre los cuales se encuentran:

- Tiempo de preparación de un estudio.
- El tamaño del sistema eléctrico a ser simulado es limitado por el equipo disponible.
- Las pérdidas en el modelo a escala no corresponden a las pérdidas reales.

La computadora digital es la herramienta más poderosa con que se cuenta para realizar simulaciones de transitorios electromagnéticos. La razón principal se encuentra en su versatilidad para simular las condiciones más variadas existentes en el sistema, así como para registrar la información y hacerla accesible al usuario.

En los años treinta se desarrollaron métodos gráficos para evaluar fenómenos en estado estable y efectos transitorios de tipo electromagnético provocados por eventos tales como descargas atmosféricas, maniobra de interruptores, liberación de fallas, etc.[2]. En los años sesentas, con el advenimiento y desarrollo de las computadoras, se hicieron grandes investigaciones y desarrollos de modelos matemáticos de elementos del sistema eléctrico de potencia así como de técnicas matemáticas de estructura algorítmica, tal que permitieran analizar fenómenos eléctricos por medio de una computadora digital.

Para el análisis de fenómenos transitorios en líneas de transmisión se han desarrollado diferentes metodologías. Dentro de las técnicas digitales que se emplean actualmente se tienen las del dominio del tiempo y las del dominio de la frecuencia.

Las técnicas basadas en el análisis en el dominio del tiempo son las más utilizadas a nivel mundial debido a la fácil representación de operaciones de maniobra y no linealidades inherentes al sistema eléctrico de potencia, fundamentos que han llevado a la elaboración de un programa conocido como EMTP (Programa de Transitorios Electromagnéticos). Este programa se encuentra ampliamente difundido entre grupos de investigación y de desarrollo tecnológico en todo el mundo.

Sin embargo, el EMTP es inexacto cuando el fenómeno estudiado es altamente dependiente de la frecuencia, como es el caso de las líneas de transmisión. En ciertos casos el EMTP presenta cierta inestabilidad numérica.

Las técnicas basadas en el análisis en el dominio de la frecuencia tienen la ventaja de ser más exactas que las del dominio del tiempo, en el caso de fenómenos lineales, puesto que su fundamentación es más analítica. Su ventaja principal consiste en la facilidad para incluir en forma implícita la dependencia con la frecuencia de los parámetros de las líneas de transmisión. Esta inclusión permite atacar con buenos resultados fenómenos altamente dependientes de la frecuencia.

Uno de los aspectos más importantes en el análisis de transitorios de sistemas de potencia es la selección del modelo por medio del cual es representado cualesquiera elemento físico que integra al sistema. El modelo escogido debe reproducir de manera confiable, dentro de un cierto rango de operación, el fenómeno físico a ser estudiado, sin olvidar que debe ser tan simple como sea posible. Se pueden hacer dos clasificaciones de modelos para estudios de transitorios [3]:

- a) Modelos de parámetros concentrados.
- b) Modelos de parámetros distribuidos.

La representación más simple de los elementos que conforman los sistemas eléctricos de potencia es por medio de parámetros concentrados. En esta representación, cada elemento resistivo, inductivo o capacitivo se modela por medio de un solo elemento ideal.

Para muchas aplicaciones, los elementos del sistema deben ser representados con parámetros distribuidos. Un ejemplo clásico es la línea de transmisión, la cual se modela matemáticamente por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales, las cuales representan un modelo formado por un número infinito de elementos.

Otra característica de los modelos utilizados para el análisis transitorio del sistema eléctrico de potencia es que cada componente puede tener diferentes formulaciones matemáticas dependiendo del contexto del estudio. Así por ejemplo, una línea de transmisión puede ser modelada como [1,4,5]:

- Una línea corta.
- Una línea semi-infinita.
- Una inductancia.
- Una capacitancia.
- Una resistencia.

Dependiendo del fenómeno transitorio a ser investigado.

En los estudios de transitorios electromagnéticos a menudo se requiere del análisis de sistemas de transmisión complejos. Sin embargo, la representación detallada de grandes sistemas, esta limitada en las simulaciones en computadoras digitales como en analizadores de redes transitorias. Esto debido a que se requiere una cantidad considerable de tiempo de cálculo y espacio en memoria o grandes cantidades de equipo de simulación. Por otro lado el área de interés para el estudio de fenómenos transitorios, por lo general esta limitada a pocas zonas bien determinadas. Por esta razón, una gran parte del sistema puede ser simulado usando redes equivalentes apropiadas sin comprometer los resultados de la simulación. El empleo de estas redes equivalentes presenta la ventaja de reducir el tiempo de cálculo y el espacio en memoria.

Se han desarrollado varios métodos para representar modelos equivalentes, entre los cuales se puede mencionar el desarrollado por Hingorani y Burberry [6], en el que se presenta un enfoque simple para calcular una red equivalente aproximada formada por ramas RLC en paralelo, a partir de la característica impedancia-frecuencia del sistema de c.a. Este método se basa en hacer coincidir la característica impedancia-frecuencia del sistema real con el modelo en los puntos de resonancia baja y alta. Para ello, partiendo de la ecuación que sintetiza una red de ramas LC en paralelo, se obtiene un sistema de

ecuaciones simultaneas en los que son incluidas estas frecuencias para obtener los valores de los parámetros de la red. Los valores de resistencias son calculados después en los puntos mínimos conocidos. Al final se hace un escalamiento de las inductancias y capacitancias para corregir errores.

Morched y Brandwajn [7] también aplicaron la configuración paralelo para generar redes equivalentes a partir de la respuesta a la frecuencia de su admitancia y hacen coincidir los puntos de resonancia del sistema real con los del modelo. Para calcular los parámetros del modelo, consideran un sistema sin pérdidas, y de la expresión que representa la admitancia de dicho circuito obtienen relaciones para calcular las inductancias y capacitancias. Lo diferente de este método es la aplicación de un enfoque iterativo usado para determinar los elementos resistivos del modelo.

Un método iterativo desarrollado por Do y Gavrilovic [8], sintetiza redes de un puerto por eliminación de polos correspondientes a resonancias de la función de impedancia o admitancia propia. El modelo resultante son redes formadas por conexiones serie o paralelo de circuitos modulares RLC. Los valores RLC son calculados usando una técnica de optimización de parámetros. El método también es aplicable a redes multipuertos, aquí las redes multipuertos son primero configuradas de la forma Π o T compuestas de ramas de un puerto para poder ser sintetizadas por el método para redes de un puerto.

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de un método para la obtención de equivalentes reducidos de sistemas de transmisión polifásicos empleando la matriz Z barra. En el capítulo II, se presenta la formulación del modelo de líneas de transmisión multiconductoras. Este modelo consiste en la obtención del circuito π equivalente de líneas de transmisión de parámetros distribuidos. Se presenta el cálculo de parámetros eléctricos y la solución a las ecuaciones de propagación matriciales empleando el Análisis Modal. En el capítulo III se presenta la forma de extender el algoritmo de formación directa de la matriz Z barra para redes monofásicas para su aplicación a sistemas de transmisión formados por líneas multiconductoras. Finalmente en el capítulo IV se desarrolla un algoritmo de eliminación de nodos basado en las características de la matriz Z barra y en el algoritmo de formación directa.

En este capítulo se trata en forma general la importancia de los transitorios en los sistemas eléctricos de potencia, las herramientas con que se cuenta para su estudio, así como las técnicas aplicadas al mismo. También se menciona la importancia del modelado adecuado de los elementos que conforman el sistema eléctrico de acuerdo al tipo de estudio que se desee realizar y por último las ventajas obtenidas al utilizar equivalentes reducidos. Es por lo anterior que el siguiente capítulo presenta el desarrollo del modelo de líneas de transmisión polifásicas comenzando con las ecuaciones básicas de la línea, obtención de matrices de impedancia y admitancia, solución a las ecuaciones de propagación y obtención del modelo.

CAPÍTULO II

MODELO DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN

La matriz de impedancia de barra de un sistema de transmisión esta formada por submatrices de impedancia de transferencia. Estas submatrices relacionan el voltaje en cierto nodo en particular con la corriente inyectada en otro nodo. Con el fin de formar la matriz de impedancia que modela al sistema de transmisión, es necesario contar con los modelos de los elementos que componen el sistema. En este capítulo se presenta la forma de modelar las líneas de transmisión polifásicas por medio de un circuito π equivalente. El modelo de la línea de transmisión es de los más importantes dentro del sistema, siendo además uno de los más complicados por la consideración que se hace al representar sus parámetros en forma distribuida.

El capítulo comienza con la deducción de las ecuaciones básicas de las líneas de transmisión, continua con el cálculo de la matriz de impedancia y de la matriz de admitancia de la línea polifásica y concluye con la solución a las ecuaciones de propagación encontrando así el modelo que representa cualquier línea de transmisión polifásica.

2.1 ECUACIONES BÁSICAS DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN.

La forma de modelar la línea de transmisión dependerá del tipo de estudio que se desee realizar. Sin embargo, cualquiera que sea el modelo, éste se deriva de la relación existente entre el voltaje y la corriente en las terminales de la línea. La solución exacta de cualquier línea de transmisión, exige considerar que los parámetros de la línea estén distribuidos uniformemente a todo lo largo de ella.

Una línea de transmisión tiene cuatro parámetros uniformemente distribuidos a lo largo de toda su longitud; dos de ellos, la resistencia y la inductancia, en serie y los otros, capacitancia y conductancia, en derivación. Tomando en cuenta lo anterior es posible representar una sección de longitud Δx de la línea como se muestra en la figura 2.1.

Considerese el elemento de línea de longitud Δx y calcúlese la diferencia de tensión entre los dos extremos de la línea. Para esto hay que aclarar que el voltaje y la corriente son funciones tanto de la distancia x como del tiempo t , por lo que sus relaciones tienen que ser representadas por derivadas parciales, esto es:

$$\mathbf{i} = \mathbf{f}(x, t) \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{v} = \mathbf{g}(x, t)$$

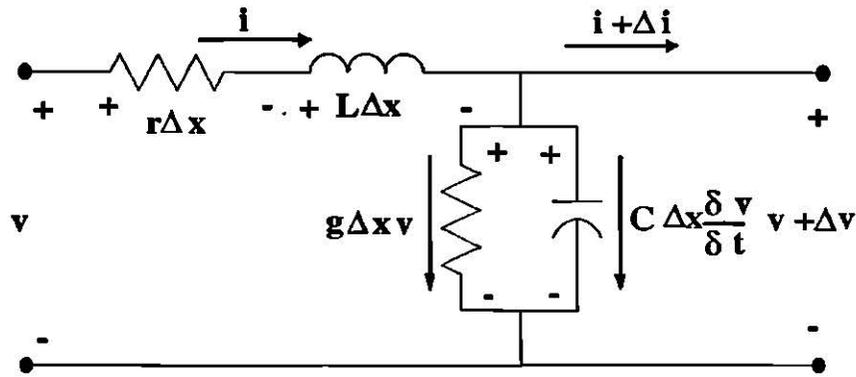


Figura 2.1 Sección de línea de longitud Δx .

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la rama serie del circuito de la figura 2.1 se encuentra:

$$v - r\Delta x i - L\Delta x \frac{\partial i}{\partial t} - (v + \Delta v) = 0$$

Encontrando la solución para Δv :

$$-\Delta v = r\Delta x i + L\Delta x \frac{\partial i}{\partial t}$$

Dividiendo entre Δx :

$$-\frac{\Delta v}{\Delta x} = r i + L \frac{\partial i}{\partial t}$$

Cuando se hace que Δx tienda a cero, se llegará al límite del cociente $-\Delta v/\Delta x$, que es la definición de la derivada de la función, es decir:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} -\frac{\Delta v}{\Delta x} = -\frac{\partial v}{\partial x} = r i + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.1)$$

Pero se consideran parciales ya que tanto v como i son funciones de x y de t . Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff al nodo mostrado en la figura 2.1, se obtiene:

$$i - g\Delta x v - C\Delta x \frac{\partial v}{\partial t} - (i + \Delta i) = 0$$

Resolviendo para Δi y dividiendo entre Δx se obtiene:

$$-\frac{\Delta i}{\Delta x} = g v + C \frac{\partial v}{\partial t}$$

En líneas de transmisión aéreas la conductancia es muy pequeña en comparación con la susceptancia por lo que, para los fines de este trabajo, se puede despreciar sin afectar significativamente el resultado final. Al hacer que Δx tienda a cero, se llegará al límite del cociente $-\Delta i/\Delta x$, que es la definición de la derivada de la función, es decir:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} -\frac{\Delta i}{\Delta x} = -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.2)$$

Pero también se consideran parciales ya que tanto v como i son funciones de x y de t .

Las expresiones 2.1 y 2.2, son las ecuaciones básicas de una línea de transmisión, conocidas como ecuaciones del telegrafista. Si la corriente y el voltaje varían sinusoidalmente en el tiempo, se puede utilizar la identidad de Euler para expresarlas en notación compleja, esto es:

$$e^{j(\omega t + \theta)} = \cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)$$

Por lo tanto:

$$\cos(\omega t + \theta) = \text{Re}\{e^{j(\omega t + \theta)}\}$$

Considerando funciones exponenciales y sabiendo que la respuesta del circuito es sólo la parte real de la respuesta total, se tiene a partir de 2.1 que:

$$-\frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = rI(x, \omega) + L \frac{\partial I(x, \omega)}{\partial t} \quad (2.3)$$

Donde:

$$V(x, \omega) = V e^{j(\omega t + \theta)}$$

$$I(x, \omega) = I e^{j(\omega t + \phi)}$$

Realizando la derivada parcial con respecto al tiempo:

$$-\frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = rI(x, \omega) + j \omega L I(x, \omega) \quad (2.4)$$

Llevando a cabo el mismo procedimiento para la ecuación 2.2 se obtiene la siguiente expresión:

$$-\frac{\partial I(x, \omega)}{\partial x} = j \omega C V(x, \omega) \quad (2.5)$$

Por último si se define a la impedancia Z y a la admitancia Y como:

$$\begin{aligned} Z &= r + j\omega L \\ Y &= 0 + j\omega C \end{aligned} \quad (2.6)$$

Las ecuaciones del telegrafista quedan expresadas en el dominio de la frecuencia de la siguiente forma:

$$-\frac{\partial V(x, \omega)}{\partial x} = Z I(x, \omega) \quad (2.7)$$

$$-\frac{\partial I(x, \omega)}{\partial x} = Y V(x, \omega) \quad (2.8)$$

De las ecuaciones 2.7 y 2.8, se observa que el modelo de las líneas de transmisión se basa en la determinación de sus parámetros eléctricos, esto es, la impedancia serie y la admitancia en paralelo. En el caso de líneas polifásicas I y V , son los vectores de corriente y voltaje respectivamente y, Y y Z son las matrices de admitancia e impedancia respectivamente.

2.2 CÁLCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA.

La matriz de impedancia serie $[Z]$ se calcula a partir de las características eléctricas y geométricas de las líneas de transmisión. En general, la matriz $[Z]$ se compone de la suma de tres matrices [9], y está dada por:

$$[Z] = [Z]_g + [Z]_t + [Z]_c \quad (2.9)$$

El primer término de la ecuación 2.9 es conocido como impedancia geométrica, y depende básicamente de la posición de los conductores en la línea. El segundo término es la impedancia de retorno por tierra, la cual es función de las características del suelo bajo la línea de transmisión. El tercer y último término, es conocido como impedancia interna de los conductores, y es debida al fenómeno conocido como 'efecto piel'.

CÁLCULO DE LA IMPEDANCIA GEOMÉTRICA.

La matriz de impedancia geométrica depende básicamente de la configuración geométrica de la línea y se encuentra asociada al campo magnético externo a los conductores originado por la corriente que circula por ellos. Para el cálculo de esta matriz, se debe encontrar primero la inductancia externa a los conductores.

Considerese un conductor cilíndrico recto de longitud infinita cuya corriente, distribuida uniformemente en su sección transversal, sale del conductor, de tal manera que las líneas de flujo magnético sean concéntricas al eje del conductor y su dirección esté dada por la regla de la mano derecha. Entonces, la intensidad de campo magnético será proporcional a la corriente que circula por el conductor y tangencial a las líneas de flujo, como se muestra en la figura 2.2.

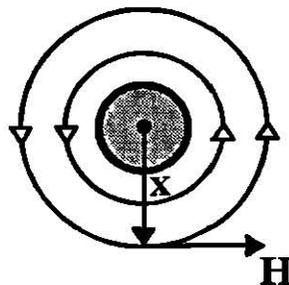


Figura 2.2 Campo magnético producido por la corriente saliendo del conductor.

La ley de Ampere establece que 'la integral de línea de la componente tangencial; de la intensidad' de campo magnético alrededor de una trayectoria cerrada, es igual a la corriente total encerrada por la trayectoria':

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_n \quad (2.10)$$

Donde:

\mathbf{H} = componente tangencial de la intensidad de campo magnético.

l = trayectoria de integración.

I_n = corriente total en el conductor.

Tomando en cuenta que la intensidad de campo magnético es constante a una distancia x alrededor del centro del conductor, y si la integración se realiza a lo largo de una trayectoria cerrada y concéntrica a éste, al desarrollar la integral de la ecuación 2.10 se obtiene:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H(2\pi x) = I_n \quad (2.11)$$

La densidad de flujo magnético \mathbf{B} a cierta distancia del conductor, está dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.12)$$

Donde:

\mathbf{B} = Densidad de flujo magnético.

μ = Permeabilidad del medio.

De las ecuaciones 2.11 y 2.12 la densidad de flujo magnético se define como:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad (2.13)$$

El flujo magnético $d\phi$ a través de un elemento tubular de longitud unitaria y espesor dx , se define como el producto de la densidad de flujo magnético \mathbf{B} en el elemento, por el área perpendicular a las líneas de flujo dA . Tomando una longitud unitaria, dA se convierte en dx ; por lo tanto:

$$d\phi = B dA = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad (2.14)$$

Para obtener el flujo magnético externo que rodea al conductor entre dos puntos A y B cualesquiera, se integra la ecuación 2.14:

$$\phi = \int_A^B \frac{\mu I}{2\pi x} dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{d_B}{d_A} \quad (2.15)$$

Donde d_A y d_B son las distancias del centro del conductor a los puntos A y B respectivamente.

Si se considera el caso en que el conductor se encuentra sobre un terreno plano de conductividad infinita, empleando el método de las imágenes, puede calcularse el flujo magnético entre dos puntos cualesquiera tomando en cuenta el efecto del terreno. En este caso, se sustituye el plano de tierra por un conductor ficticio, por el cual circule una corriente de igual magnitud y de sentido contrario a la corriente del conductor real. Este conductor ficticio se coloca bajo el plano de tierra, a una profundidad igual a la altura a la que se encuentra el conductor real.

El flujo total entre dos puntos A y B debido a un conductor con corriente I y a su conductor imagen con corriente $-I$ es:

$$\phi = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{d_B}{d_A} - \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{D_B}{D_A} \quad (2.16)$$

Donde los términos d_A y d_B son los definidos anteriormente y, D_A y D_B son las distancias del conductor imagen a los puntos A y B; simplificando se obtiene:

$$\phi = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \left[\frac{D_A}{d_A} \frac{d_B}{D_B} \right] \quad (2.17)$$

Considérese ahora un circuito con tres conductores paralelos entre sí y al plano de tierra, como se muestra en la figura 2.3. El flujo externo total que envuelve al conductor 1 con radio r_1 hasta un punto P cualquiera es:

$$\phi_{1P} = \frac{\mu I_1}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{11}}{r_1} \frac{d_{1P}}{D_{1P}} \right] + \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{12}}{d_{12}} \frac{d_{2P}}{D_{2P}} \right] + \frac{\mu I_3}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{13}}{d_{13}} \frac{d_{3P}}{D_{3P}} \right] \quad (2.18)$$

Si para calcular el flujo total se hace que el punto P se aleje hasta el infinito, los términos d_{iP}/D_{iP} tienden a 1. Por lo tanto:

$$\phi_{1P} = \frac{\mu I_1}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{11}}{r_1} \right] + \frac{\mu I_2}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{12}}{d_{12}} \right] + \frac{\mu I_3}{2\pi} \ln \left[\frac{D_{13}}{d_{13}} \right] \quad (2.19)$$

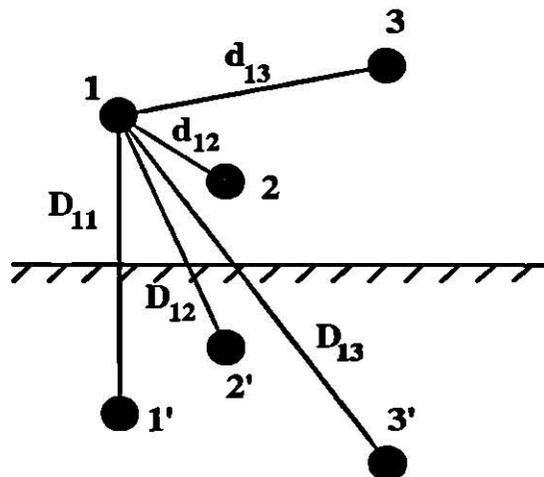


Figura 2.3 Sistema de tres conductores sobre el suelo.

Siguiendo un procedimiento similar, se pueden encontrar las ecuaciones de flujo para los otros dos conductores. Agrupando las tres ecuaciones en forma matricial se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \frac{\mu}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln(D_{11}/r_1) & \ln(D_{12}/d_{12}) & \ln(D_{13}/d_{13}) \\ \ln(D_{21}/d_{21}) & \ln(D_{22}/r_2) & \ln(D_{23}/d_{23}) \\ \ln(D_{31}/d_{31}) & \ln(D_{32}/d_{32}) & \ln(D_{33}/r_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En general para un sistema de n conductores, se tendrá un sistema de n ecuaciones, el cual se puede representar en forma condensada como:

$$\bar{\phi} = \frac{\mu}{2\pi} [\mathbf{P}] \bar{\mathbf{I}} \quad (2.21)$$

Siendo $\bar{\phi}$ e $\bar{\mathbf{I}}$ los vectores de flujo magnético y corriente en los conductores respectivamente y $[\mathbf{P}]$ la matriz de coeficientes de Maxwell, cuyos elementos P_{ij} se definen como:

$$P_{ij} = \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (i \neq j) \quad (2.22)$$

$$P_{ii} = \ln \frac{D_{ii}}{r_i} \quad (i = j)$$

En este caso el flujo externo a un conductor enlaza toda la corriente a través de éste, por lo que los enlaces de flujo por unidad de longitud $d\psi$ son numéricamente iguales al flujo $d\phi$. Así que el flujo magnético se puede expresar como:

$$\bar{\phi} = [\mathbf{L}] \bar{\mathbf{I}} \quad (2.23)$$

Recordando que la deducción se ha realizado utilizando un conductor de un metro de longitud; tenemos que $[\mathbf{L}]$ es la matriz de inductancias por metro de longitud.

Por lo tanto la matriz de inductancias externas de una línea multiconductora está dada por:

$$[\mathbf{L}] = \frac{\mu}{2\pi} [\mathbf{P}] \quad (2.24)$$

Para corrientes sinusoidales, la matriz de impedancia geométrica se define empleando la ecuación 2.24 como:

$$[\mathbf{Z}]_g = j \frac{\omega \mu}{2\pi} [\mathbf{P}] \quad (2.25)$$

Siendo $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular.

IMPEDANCIA DEL RETORNO POR TIERRA.

La consideración de un suelo conductor con una resistividad diferente de cero, incrementa la oposición del terreno al paso de las corrientes de retorno. En este caso es necesario adicionar a la impedancia de la línea de transmisión un término de corrección $[Z]_t$, conocido como impedancia debida al retorno por tierra.

En los años veintes, Carson y Pollaczek [10,11] desarrollaron fórmulas para tomar en cuenta este problema en el cálculo de la impedancia de líneas telefónicas, las cuales proporcionan buenos resultados para el caso de líneas de transmisión de energía eléctrica. Estas fórmulas, que son una aproximación a integrales que no se pueden resolver analíticamente, emplean series infinitas por lo que el cálculo es complicado y laborioso, sobre todo cuando se trabaja con frecuencias altas.

Recientemente, C. Dubanton [12] propuso una solución intuitiva bastante práctica para determinar $[Z]_t$. Para ésto, él propuso un plano ficticio colocado a una cierta profundidad, en el cual se concentrarían las corrientes de retorno. Dicha profundidad, llamada 'profundidad de penetración compleja', es función de la conductividad del terreno y de la frecuencia bajo consideración de acuerdo con la siguiente relación:

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{j\omega\mu}} \quad (2.26)$$

Donde:

$\mu = \mu_0\mu_r$ = permeabilidad absoluta.

ρ = resistividad del terreno.

ω = frecuencia angular.

δ = profundidad de penetración compleja.

Considerese la configuración de los conductores en la figura 2.4 suponiendo que $\rho=0$ y $\delta=0$, que sería el caso del cálculo de la impedancia geométrica. En esta situación los elementos de la matriz de inductancias son:

$$L_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} P_{ij} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}} \quad (2.27)$$

Donde:

$$D_{ij} = \sqrt{(y_i + y_j)^2 + x^2} \quad (2.28)$$

$$d_{ij} = \sqrt{(y_j - y_i)^2 + x^2} \quad (2.29)$$

Introduciendo la profundidad de penetración compleja en el método de las imágenes, tal y como se muestra en la figura 2.4, se tiene que:

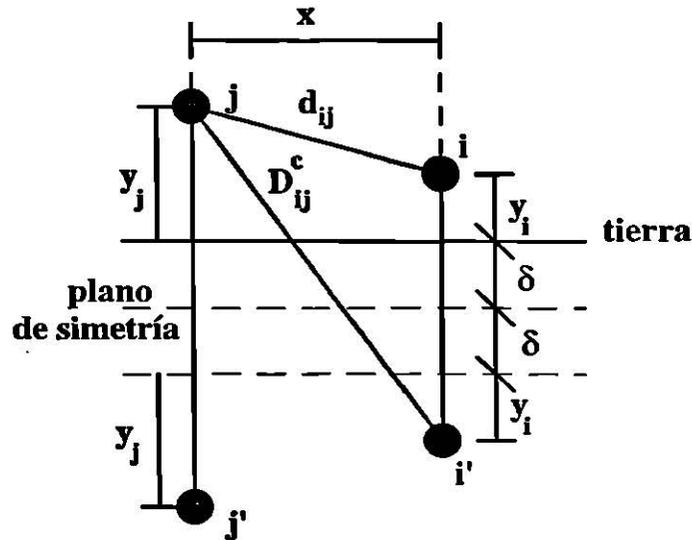


Figura 2.4 Empleo de la profundidad de penetración compleja.

$$L_{ij}^c = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D_{ij}^c}{d_{ij}} \quad (2.30)$$

Donde:

$$D_{ij}^c = \sqrt{(y_i + y_j + 2\delta)^2 + x^2} \quad (2.31)$$

Sustituyendo el valor de D_{ij}^c en la ecuación que define a la inductancia L_{ij}^c :

$$L_{ij}^c = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{\left((y_i + y_j + 2\delta)^2 + x^2\right)}}{\sqrt{\left((y_j - y_i)^2 + x^2\right)}} \quad (2.32)$$

Al multiplicar arriba y abajo por la ecuación 2.28 se obtiene:

$$L_{ij}^c = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left[\frac{\sqrt{(y_j + y_i)^2 + x^2}}{\sqrt{(y_j - y_i)^2 + x^2}} \frac{\sqrt{(y_i + y_j + 2\delta)^2 + x^2}}{\sqrt{(y_j + y_i)^2 + x^2}} \right] \quad (2.33)$$

Y al aplicar las propiedades de los logaritmos, se logra observar que la ecuación que define a la inductancia L_{ij}^c esta formada por dos términos:

$$L_{ij}^c = L_{ij} + L_{tj} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(y_j + y_i)^2 + x^2}}{\sqrt{(y_j - y_i)^2 + x^2}} + \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(y_i + y_j + 2\delta)^2 + x^2}}{\sqrt{(y_j + y_i)^2 + x^2}} \quad (2.34)$$

Donde L_{ij} es la inductancia externa de la línea, cuando $\rho=0$; y L_{tj} es la inductancia debida a las corrientes de retorno por tierra, la cual está definida por la siguiente expresión:

$$L_{tj} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(y_i + y_j + 2\delta)^2 + x^2}}{\sqrt{(y_j + y_i)^2 + x^2}} \quad (2.35)$$

La inductancia L_{tj} es un inductancia generalizada compleja, la cual, al multiplicarla por $j\omega$, da la impedancia del retorno por tierra. Por lo tanto, la matriz de impedancia de tierra $[Z]_t$, se define como:

$$[Z]_t = j\omega[L]_t \quad (2.36)$$

IMPEDANCIA INTERNA DE LOS CONDUCTORES.

A medida que se incrementa la frecuencia, la distribución de corriente dentro de la sección de un conductor es menos uniforme. Este fenómeno es conocido como 'efecto piel', y en altas frecuencias su efecto es extremo, llegando a confinar la corriente en el conductor a una delgada película sobre su superficie.

Para explicar este fenómeno se puede pensar en un conductor cilíndrico recto, compuesto por una infinidad de filamentos normales a la sección transversal del conductor. Si la corriente total es la misma en cualquier sección transversal a lo largo del conductor, entonces, esta corriente debe fluir paralela a los filamentos; por lo tanto, toda sección transversal será una superficie equipotencial y todos los filamentos tendrán la misma caída de potencial a lo largo de ellos.

Cuando circula una corriente alterna por el conductor, se produce un campo magnético alterno que induce un determinado voltaje en cada filamento. Como las líneas de flujo magnético son concéntricas alrededor del eje del conductor, habrá líneas que enlacen a los filamentos más cercanos al eje y que no enlacen a los que encuentren más cerca de la superficie del conductor, por lo que la reactancia de estos últimos será menor. Por lo tanto, con el fin de producir iguales caídas de tensión, referidas a los extremos del conductor, deberá existir una mayor densidad de corriente en el filamento externo para compensar el incremento en la impedancia del filamento más alejado de la superficie del conductor. Lo anterior origina una mayor cantidad de corriente a través de los filamentos externos, originando el 'efecto piel'.

En altas frecuencias, la corriente circula por una capa muy delgada cerca de la superficie del conductor, por lo que su comportamiento eléctrico depende de las condiciones de su superficie, esto es, si es trenzado o no, cuántos alambres tiene en la última capa de trenzado, el radio de estos alambres, etc.

Una aproximación muy utilizada es la propuesta por Galloway [9]. Esta aproximación se basa en la suposición de que a muy altas frecuencias toda la corriente circula por la superficie del conductor; y por lo tanto, la intensidad de campo magnético es tangencial a la superficie de los alambres de la capa externa y proporcional a la densidad de corriente. La fórmula empírica para calcular la impedancia interna Z_c con esta aproximación es:

$$Z_c = \frac{2.25 \rho}{\pi r(2+n)\delta} \quad (2.37)$$

Donde:

ρ = resistividad del material del conductor.

r = radio de los alambres de la capa externa de trenzado.

n = número de alambres de la capa externa de trenzado.

$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{j\mu\omega}}$ = profundidad de penetración compleja.

μ = permeabilidad absoluta del conductor.

Esta aproximación es más exacta cuando la profundidad de penetración compleja δ , es pequeña comparada con el radio de los hilos.

2.3 CÁLCULO DE LA MATRIZ DE ADMITANCIA.

Para determinar la admitancia en paralelo de las líneas de transmisión se utilizan principios electrostáticos debido a los campos eléctricos originados por las cargas existentes en éstas.

Para facilitar el análisis de los campos eléctricos sobre la línea de transmisión es conveniente considerar que los conductores son rectos, cilíndricos, suficientemente largos y aislados de otras cargas. Estas consideraciones no se cumplen del todo en la práctica, pero al hacerlas se simplifica bastante el análisis para obtener expresiones algebraicas que permiten determinar la admitancia en paralelo.

Al aplicar una tensión a un conductor, éste se carga como si fuera un capacitor. La carga Q que adquiere el conductor se relaciona con el voltaje aplicado V de acuerdo con:

$$Q = CV \quad (2.38)$$

Donde C es la capacitancia del conductor.

Si en un conductor cilíndrico la carga está uniformemente distribuida, las líneas de flujo eléctrico serán radiales y los puntos equidistantes al centro del conductor formarán superficies equipotenciales circulares con centro en el conductor, véase figura 2.5.

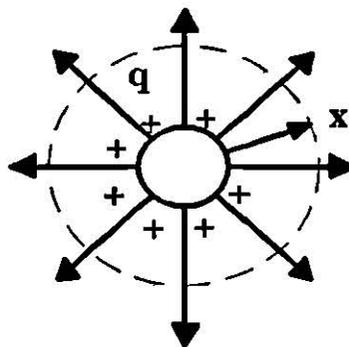


Figura 2.5 Líneas de flujo radiales al conductor y superficie equipotencial a una distancia x .

La ley de Gauss establece que 'El flujo eléctrico total que sale de una superficie cerrada es igual a la carga neta contenida dentro de la superficie', esto es:

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = Q_t \quad (2.39)$$

Donde:

$D = \epsilon E =$ densidad de flujo eléctrico.

$ds =$ diferencial de superficie.

$\epsilon =$ permitividad del medio.

$E =$ intensidad de campo eléctrico.

$Q_t =$ carga neta dentro de la superficie.

Si se considera una superficie cilíndrica cerrada, que envuelva a una sección de longitud l de un conductor de longitud infinita, se encuentra que los vectores ds normales a las secciones transversales planas del cilindro son de signo contrario. Por lo tanto, la integral se realiza sólo sobre la superficie definida por el cilindro de radio x y longitud l , esto es:

$$Q_t = D \int_c ds = D(2\pi lx) \quad (2.40)$$

De la ecuación 2.40 y sabiendo que:

$$D = \epsilon E \quad (2.39)$$

Se tiene que la intensidad de campo eléctrico a una distancia x de un conductor de longitud infinita es:

$$E = \frac{Q_t}{2\pi \epsilon x l} \quad (2.41)$$

Donde es posible definir a Q_t/l como la densidad de carga lineal Q .

La diferencia de potencial entre un punto **A** y un punto **B** se define como el trabajo realizado al mover una carga positiva unitaria Q de **B** a **A**, esto es:

$$V_{AB} = \frac{W}{Q} = -\int_B^A E dx \quad (2.42)$$

Como la diferencia de potencial entre los puntos **A** y **B** es independiente de la trayectoria de integración, se puede calcular encontrando la diferencia de potencial entre dos superficies equipotenciales circulares. Por lo tanto, la diferencia de potencial entre **A** y **B** será:

$$V_{AB} = \frac{Q}{2\pi \epsilon} \ln \frac{d_B}{d_A} \quad (2.43)$$

Donde d_A y d_B son las distancias del centro del conductor a los puntos A y B respectivamente.

Si se considera el caso en que el conductor se encuentra sobre un terreno plano de conductividad infinita, se puede emplear el método de las imágenes para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera. El método de las imágenes consiste en sustituir el plano de tierra por un conductor ficticio, el cual posea una carga de igual magnitud y de signo contrario a la carga del conductor real. Este conductor ficticio debe colocarse bajo el plano de tierra, a una profundidad igual a la altura a la que se encuentra el conductor real.

La diferencia de potencial entre dos puntos A y B debida a un conductor con carga Q y a su conductor imagen con carga -Q es:

$$V_{AB} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_A d_B}{d_A D_B} \right] \quad (2.44)$$

Donde los términos d_A y d_B , son los definidos anteriormente y, D_A y D_B son las distancias del conductor imagen a los puntos A y B.

Considérese ahora un circuito con tres conductores paralelos entre sí y al plano de tierra. La diferencia de potencial entre un punto situado en la superficie del conductor 1, con radio r_1 y un punto P cualquiera, será la suma de las diferencias de potencial debidas a cada conductor y su imagen:

$$V_{1P} = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{11} d_{1P}}{r_1 D_{1P}} \right] + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{12} d_{2P}}{d_{12} D_{2P}} \right] + \frac{Q_3}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{13} d_{3P}}{d_{13} D_{3P}} \right] \quad (2.45)$$

Si el punto P se aleja hasta el infinito (a un potencial cero), la diferencia de potencial V_{1P} se convierte en el potencial absoluto del conductor 1, y los términos d_{iP}/D_{iP} tienden a 1. Por lo tanto:

$$V_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{11}}{r_1} \right] + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{12}}{d_{12}} \right] + \frac{Q_3}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{D_{13}}{d_{13}} \right] \quad (2.46)$$

Siguiendo un procedimiento similar, se pueden encontrar las ecuaciones de voltaje para los otros dos conductores. Agrupando las tres ecuaciones en forma matricial se tiene que:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln(D_{11}/r_1) & \ln(D_{12}/d_{12}) & \ln(D_{13}/d_{13}) \\ \ln(D_{21}/d_{21}) & \ln(D_{22}/r_2) & \ln(D_{23}/d_{23}) \\ \ln(D_{31}/d_{31}) & \ln(D_{32}/d_{32}) & \ln(D_{33}/r_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

En general para un sistema de n conductores, como el que se muestra en la figura 2.3, se tendrá un sistema de n ecuaciones, el cual se puede representar en forma condensada como:

$$\bar{V} = \frac{1}{2\pi\epsilon} [P] \bar{Q} \quad (2.48)$$

Siendo \bar{V} y \bar{Q} los vectores de tensión y de cargas de los conductores, respectivamente, y $[P]$ la matriz de coeficientes de potencial de Maxwell.

Como:

$$\bar{V} = [C]^{-1} \bar{Q} \quad (2.49)$$

La matriz de capacitancias se define como:

$$[C] = 2\pi\epsilon [P]^{-1} \quad (2.50)$$

Cuando los voltajes varían en el tiempo en forma sinusoidal, la carga también varía en forma sinusoidal. Para voltajes sinusoidales con una frecuencia angular $\omega = 2\pi f$, la matriz de admitancias en paralelo es:

$$[Y] = [G] + j\omega [C] \quad (2.51)$$

Donde $[G]$ y $[C]$ son las matrices de conductancia y capacitancia transversales, respectivamente.

En líneas de transmisión aéreas la conductancia transversal es despreciable, por lo tanto, la admitancia será:

$$[Y] = j\omega [C] \quad (2.52)$$

En las ecuaciones anteriores la matriz de capacitancias se encuentra en forma nodal, esto es, el elemento C_{ii} de la diagonal principal es la suma de todas las capacitancias entre el conductor i , tierra y el resto de los conductores i y j .

2.4 REDUCCIÓN DE CONDUCTORES.

En la mayoría de las líneas de transmisión de energía eléctrica en alta tensión se utilizan haces de conductores en las fases y conductores de guarda aterrizados periódicamente.

El objetivo principal de los hilos de guarda es el de proteger el circuito de transmisión contra descargas atmosféricas con el fin de evitar la salida de operación de las líneas. Eventualmente son también utilizados como un medio de comunicación entre los extremos del enlace. Los haces de conductores se utilizan para reducir el efecto corona en altas y bajas frecuencias.

Esta configuración de las líneas origina que el orden de las matrices de impedancia y admitancia sea muy grande, y que contengan, generalmente, más información de la que usualmente es necesaria. Debido a esto, es necesario reducir el orden de estas matrices, de manera que representen un solo conductor por fase por circuito y si es necesario, sin conductores de guarda.

REDUCCIÓN DE GRUPOS SIMÉTRICOS DE CONDUCTORES.

Para la reducción de los haces de conductores, se considera que los subconductores en un haz se encuentran a un mismo potencial y que las corrientes por los mismos se distribuyen en cantidades iguales.

Con las suposiciones anteriores, un grupo de conductores se puede reemplazar por un conductor equivalente de radio:

$$r_{eq} = \sqrt[n]{nrR^{n-1}} \quad (2.53)$$

Donde:

r = el radio de los conductores.

n = el número de los conductores.

R = el radio del círculo que forma el haz de conductores.

Si se conoce el número de conductores **n** y la distancia entre conductores adyacentes **d**, se puede aplicar la siguiente ecuación:

$$R = \frac{d}{2\text{sen}(\pi / 2n)} \quad (2.54)$$

La reducción de conductores por este método se efectúa antes de la formación de las matrices de parámetros eléctricos.

REDUCCIÓN DE GRUPOS NO SIMÉTRICOS DE CONDUCTORES.

Cuando la configuración de los grupos de conductores no es simétrica en forma muy notoria y/o los conductores tienen radios diferentes, se produce una distribución no uniforme de corrientes, por lo que se tendrían errores muy grandes al emplear el radio equivalente. En este caso se utilizan técnicas de reducción de matrices después de haber generado las matrices de parámetros eléctricos. Este procedimiento se emplea también para reducir circuitos paralelos a un solo circuito equivalente. Las ecuaciones de voltaje de una línea de transmisión multiconductora son:

$$-\frac{d\bar{V}}{dx} = [Z] \bar{I} \quad (2.55)$$

Y la ecuación 2.48, obtenida anteriormente:

$$\bar{V} = \frac{1}{2\pi \epsilon} [P] \bar{Q} \quad (2.48)$$

A diferencia del método del radio equivalente, en el que se considera que la corriente en todos los conductores de un grupo es la misma, en este método se considera que todos los conductores de un grupo están al mismo potencial y que pueden tener diferentes corrientes; por lo tanto:

$$\begin{aligned} dV_{i1}/dx &= \dots = dV_{in}/dx \\ I_{i1} + \dots + I_{in} &= I_t \\ Q_{i1} + \dots + Q_{in} &= Q_t \\ V_{i1} &= \dots = V_{in} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Desarrollando la ecuación 2.55, suponiendo que se tienen tres conductores para facilitar la explicación.

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Si se supone que los conductores 2 y 3 forman un grupo $V_2=V_3$, el procedimiento de reducción se inicia restando el segundo renglón del tercer renglón:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31}-Z_{21} & Z_{32}-Z_{22} & Z_{33}-Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

El siguiente paso de la reducción, que consiste en restablecer la simetría de la matriz y obtener en lugar de la corriente I_2 la corriente I_2+I_3 , se muestra trabajando sólo con el primer renglón para hacer más clara la explicación; extrayendo de la ecuación 2.58 la expresión de este renglón se tiene que:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3$$

Sumando y restando el término $Z_{12}I_3$ para mantener la igualdad:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + Z_{12}I_3 - Z_{12}I_3$$

Factorizando:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}(I_2 + I_3) + (Z_{13} - Z_{12})I_3$$

Realizando un procedimiento similar para los otros dos renglones se obtiene:

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}(I_2 + I_3) + (Z_{23} - Z_{22})I_3$$

Y

$$0 = (Z_{31} - Z_{21})I_1 + (Z_{32} - Z_{22})(I_2 + I_3) + (Z_{33} - Z_{23} - Z_{32} + Z_{22})I_3$$

Agrupando en forma matricial las tres últimas ecuaciones:

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} - Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} - Z_{22} \\ Z_{31} - Z_{21} & Z_{32} - Z_{22} & Z'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Donde:

$$Z'_{33} = Z_{33} - Z_{23} - Z_{32} + Z_{22} \quad (2.60a)$$

$$\mathbf{I}_t = \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 \quad (2.60b)$$

En la ecuación matricial anterior, el orden de la matriz sigue siendo 3x3, pero la segunda corriente es la suma de las corrientes de los conductores 2 y 3, y el tercer voltaje es cero. Esta ecuación tiene la misma forma que se obtiene al considerar que los conductores de guarda de una línea de transmisión están a un potencial cero, debido a que están aterrizados periódicamente, por lo que la reducción de orden se realiza con el procedimiento que se presenta en la siguiente sección.

ELIMINACIÓN DE CONDUCTORES DE GUARDA.

Dado que los conductores de guarda generalmente van aterrizados en cada torre, se puede considerar que están a un potencial cero, siempre y cuando la longitud del claro sea menor a 1/4 de la longitud de onda de las ondas que se propagen por la línea.

Considerese la ecuación de voltajes de una línea multiconductora y desarrollese por medio de una partición:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_f \\ \bar{V}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z]_{ff} & [Z]_{fg} \\ [Z]_{gf} & [Z]_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_f \\ \bar{I}_g \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Donde:

\bar{I}_f y \bar{V}_f son los vectores de corrientes y voltajes de los conductores de fase.

\bar{I}_g y \bar{V}_g son los vectores de corrientes y voltajes de los conductores de guarda.

$[Z]_{ff}$ es la matriz de impedancias propias y mutuas entre los conductores de fase.

$[Z]_{gg}$ es la matriz de impedancias propias y mutuas entre los conductores de guarda.

$[Z]_{fg} = [Z]_{gf}$ es la matriz de impedancias mutuas entre los conductores de fase y los de guarda.

Desarrollando la ecuación anterior y tomando en cuenta que:

$$d\bar{V}_g/dx = 0 \quad (2.62)$$

Se tiene que:

$$-\frac{d\bar{V}_f}{dx} = [Z]_{ff} \bar{I}_f + [Z]_{fg} \bar{I}_g \quad (2.63)$$

$$0 = [Z]_{gf} \bar{I}_f + [Z]_{gg} \bar{I}_g \quad (2.64)$$

Despejando \bar{I}_g de la ecuación 2.64 y sustituyendo en la ecuación del voltaje de los conductores de fase (2.63):

$$-\frac{d\bar{V}_f}{dx} = [Z]_{\text{redu}} \bar{I}_f \quad (2.65)$$

Donde la matriz $[Z]_{\text{redu}}$, de orden fxf, se define como:

$$[Z]_{\text{redu}} = [Z]_{ff} - [Z]_{fg} [Z]_{gg}^{-1} [Z]_{gf} \quad (2.66)$$

Este último procedimiento también es conocido como reducción de Kron. Computacionalmente el procedimiento de reducción se efectúa eliminando un solo conductor a la vez, por lo que la ecuación de $[Z]_{\text{redu}}$ se puede escribir como:

$$[Z]_{\text{redu}} = [Z]_{ff} - \frac{[Z]_{fg} [Z]_{gf}}{[Z]_{gg}} \quad (2.67)$$

Donde Z_{gg} es el elemento de la diagonal principal que corresponde a la impedancia propia del conductor que se va a eliminar.

Para reducir la matriz de coeficientes de potencial $[P]$, se puede emplear el procedimiento descrito arriba, sin embargo, si lo que se desea es tener la matriz de capacitancias o de admitancias reducida, lo único que se hace es invertir la matriz $[P]$ completa, y extraer después la matriz de orden fxf.

2.5 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE PROPAGACIÓN.

La forma de modelar la línea de transmisión dependerá del tipo de estudio que se desee realizar. Sin embargo, cualquiera que sea el modelo, éste se deriva de la relación existente entre el voltaje y la corriente de la línea. Esta relación es representada por un par de ecuaciones diferenciales.

Las matrices de impedancia serie y de admitancia en paralelo caracterizan completamente una línea de transmisión polifásica en el dominio de la frecuencia. La

característica polifásica de las líneas de transmisión hace necesario que las ecuaciones de propagación se expresen en forma matricial. Las ecuaciones básicas de una línea de transmisión con n fases se pueden escribir como:

$$-\frac{d\bar{V}}{dx} = [Z]\bar{I} \quad (2.48)$$

$$-\frac{d\bar{I}}{dx} = [Y]\bar{V} \quad (2.68)$$

Donde:

\bar{V} = vector de voltajes de los conductores.

\bar{I} = vector de corrientes.

$[Z]$ = matriz de impedancia serie.

$[Y]$ = matriz de admitancia paralelo.

Combinando las dos ecuaciones anteriores se obtienen las ecuaciones de propagación de la línea de transmisión:

$$\frac{d^2\bar{V}}{dx^2} = [A]\bar{V} \quad (2.69)$$

$$\frac{d^2\bar{I}}{dx^2} = [A]_t\bar{I} \quad (2.70)$$

Donde:

$$[A] = [Z][Y] \quad y \quad [A]_t = [Y][Z] \quad (2.71)$$

Tratar de encontrar la solución general de estas ecuaciones no es nada práctico, pues por ejemplo, para una línea de n conductores, se tendría para cada ecuación matricial n ecuaciones diferenciales de segundo orden, con las n incógnitas involucradas en todas y cada una de las ecuaciones. Las dos ecuaciones matriciales se pueden resolver para casos particulares encontrando las incógnitas una a una por medio de algún método numérico. Sin embargo, un procedimiento de este tipo, no permite analizar las propiedades generales de la solución y por lo tanto del fenómeno de propagación.

Una alternativa más elegante y mucho más práctica para encontrar la solución de las ecuaciones de propagación, consiste en emplear el Análisis Modal. Este análisis se basa en la obtención de los valores y vectores característicos (eigenvalores y eigenvectores) de la matriz $[A]$.

A los vectores característicos de la matriz $[A]$, se les conoce como Modos de Propagación de Voltajes, mientras que los vectores característicos de la matriz $[A]_t$ son los Modos de Propagación de Corrientes. Cada uno de estos modos tiene su propia constante de propagación, la cual se define como la raíz cuadrada del valor característico correspondiente.

La idea fundamental del análisis modal consiste en aplicar una transformación lineal que diagonalice a la matriz $[A]$ en la ecuación (2.69) o a $[A]_t$ en (2.70). Para el desarrollo de esta técnica, supóngase que $[M]$ es la matriz que diagonaliza a $[A]$ de acuerdo con la siguiente expresión:

$$[A] = [M]\lambda[M]^{-1} \quad (2.72)$$

Donde:

λ = matriz diagonal de eigenvalores.

$[M]$ = matriz de eigenvectores.

Cada columna de la matriz $[M]$ representa un modo de propagación de voltajes. Considerando lo anterior, las columnas de $[M]$ pueden tomarse como un conjunto de n vectores de tensión; dado que éstos son linealmente independientes, se puede establecer que el vector de voltajes \bar{V} , sea una combinación lineal de los modos de propagación con coeficientes de contenidos modales (llamados voltajes modales), esto es:

$$\bar{V} = Vm_1\bar{M}_1 + Vm_2\bar{M}_2 + \dots + Vm_n\bar{M}_n \quad (2.73)$$

Donde:

\bar{M}_i = columna 'i' de la matriz $[M]$.

Vm_i = voltaje modal 'i'.

Escribiendo la ecuación anterior en forma matricial:

$$\bar{V} = M \bar{V}_m \quad (2.74)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.72) y (2.74) en (2.69) se tiene que:

$$\frac{d^2\bar{V}_m}{dx^2} = \lambda\bar{V}_m \quad (2.75)$$

Como ya se señaló antes, la matriz λ es diagonal, por lo que el problema se ha reducido a encontrar la solución de n ecuaciones diferenciales que tienen la siguiente forma general:

$$\frac{d^2 V_{m_i}}{dx^2} = \lambda_{ii} V_{m_i} \quad (2.76)$$

La solución general de esta última ecuación se puede escribir como:

$$V_{m_i} = e^{-\gamma_i x} V_{ma_i} + e^{\gamma_i x} V_{mb_i} \quad (2.77)$$

Donde:

V_{ma_i} y V_{mb_i} son constantes a determinar.

$\gamma_i = \sqrt{\lambda_{ii}}$ es la constante de propagación 'i'.

Las n soluciones (2.77) pueden agruparse en una expresión matricial de la siguiente forma:

$$\bar{V}_m = e^{-\Gamma x} \bar{V}_{ma} + e^{\Gamma x} \bar{V}_{mb} \quad (2.78)$$

Donde:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_n \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

La expresión (2.78), puede trasladarse al dominio fasorial utilizando (2.74)

$$\bar{V} = e^{-\Psi x} \bar{V}_a + e^{\Psi x} \bar{V}_b \quad (2.80)$$

Donde:

$$\Psi = [M] \Gamma [M]^{-1} \quad (2.81)$$

La expresión (2.80) representa la solución de la ecuación de propagación en términos de las tensiones. La solución en términos de las corrientes puede obtenerse en forma análoga. Es más conveniente, sin embargo, despejar I de la ecuación (2.48) y sustituir V por la expresión (2.80). De este último modo se obtiene:

$$\bar{I} = Y_o e^{-\Psi x} \bar{V}_a + Y_o e^{\Psi x} \bar{V}_b \quad (2.82)$$

En esta expresión el término:

$$Y_0 = Z_0^{-1} \Psi \quad (2.83)$$

Se denomina 'admitancia característica de la línea'.

Las expresiones (2.80) y (2.82) proporcionan los valores de V y de I a cualquier distancia x del extremo inicial de la línea. Estas expresiones pueden emplearse para relacionar las tensiones y las corrientes V e I , al inicio y al final de la línea. Sean V_0 e I_0 los valores de V y de I al inicio de la línea, cuando $x=0$. De (2.80) y (2.82) se obtiene:

$$\bar{V}_0 = \bar{V}_a + \bar{V}_b \quad (2.84)$$

$$\bar{I}_0 = Y_0(\bar{V}_a - \bar{V}_b) \quad (2.85)$$

Sean ahora V_1 e I_1 los valores de V y de I al final de la línea que se supone de longitud l . Nuevamente de (2.80) y (2.82) se obtiene:

$$\bar{V}_1 = e^{-\Psi l} \bar{V}_a + e^{\Psi l} \bar{V}_b \quad (2.86)$$

$$\bar{I}_1 = Y_0 e^{-\Psi l} \bar{V}_a + Y_0 e^{\Psi l} \bar{V}_b \quad (2.87)$$

Las ecuaciones (2.84), (2.85), (2.86) y (2.87) se pueden combinar de varias formas a fin de eliminar las constantes de integración \bar{V}_a y \bar{V}_b . De una de estas formas se obtiene la siguiente expresión que se conoce como la representación nodal de dos puertos de la línea de transmisión:

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 \coth(\Psi l) & -Y_0 \operatorname{cosech}(\Psi l) \\ -Y_0 \operatorname{cosech}(\Psi l) & Y_0 \coth(\Psi l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Esta matriz de admitancia permite representar una línea de transmisión por un equivalente π de la forma ilustrada en la figura 2.6.

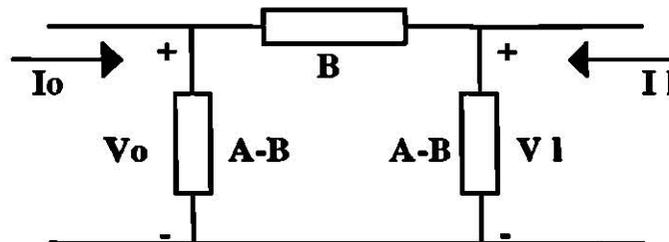


Figura 2.6 Circuito π equivalente de una línea.

Donde:

$$A = Y_0 \coth(\Psi l) \quad (2.89)$$

$$B = Y_0 \operatorname{cosech}(\Psi l) \quad (2.90)$$

Observando la figura 2.6, se pueden encontrar las impedancias primitivas del circuito π , obteniendo el inverso de cada elemento del circuito. Para el elemento serie se tiene:

$$B^{-1} = Y_0 \operatorname{cosech}(\Psi l) \quad (2.91)$$

Y para el elemento en paralelo :

$$(A - B)^{-1} = (Y_0 \coth(\Psi l) - Y_0 \operatorname{cosech}(\Psi l))^{-1}$$

Factorizando la admitancia característica y separando los factores dentro del signo de inversión:

$$(A - B)^{-1} = Z_0 (\coth(\Psi l) - \operatorname{cosech}(\Psi l))^{-1}$$

Por medio de una identidad trigonométrica se tiene finalmente que:

$$(A - B)^{-1} = Z_0 (\tanh((\Psi l)/2))^{-1} \quad (2.92)$$

Las expresiones (2.91) y (2.92) permiten representar una línea de transmisión por medio del circuito π , con valores de impedancias en sus elementos. Esto abre la posibilidad de modelar sistemas completos de transmisión de energía. El procedimiento general consiste en obtener los valores de los elementos serie y paralelo del circuito π , construir el circuito de cada línea y posteriormente interconectarlos para formar una red. Utilizando esta técnica es posible obtener la respuesta del sistema a una excitación en función de las características del mismo.

2.6 COMENTARIOS.

En este capítulo primero se han presentado los métodos más recientes para calcular los parámetros eléctricos de líneas de transmisión; luego, se ha descrito la teoría modal, que ha permitido extender la solución clásica de líneas de transmisión al caso de líneas polifásicas; finalmente, a partir de ésto, se sintetizó la representación modal de dos puertos de una línea. Dicha representación puede incorporarse a la matriz que modela una

red eléctrica; obteniendo, a partir de la expresión (2.88), las expresiones (2.91) y (2.92) que representan las impedancias primitivas del circuito π . En el siguiente capítulo los algoritmos de formación directa para construir la matriz Z barra, existentes para sistemas monofásicos, se extenderán para aplicarse al caso de sistemas polifásicos.

CAPÍTULO III

FORMACIÓN DE LA MATRIZ Z BARRA DE SISTEMAS POLIFÁSICOS

Al igual que todos los sistemas a ser estudiados, los sistemas eléctricos de potencia tienen que ser representados por un modelo matemático que permita observar las características que lo conforman. Los modelos utilizados para la correcta representación de una red eléctrica son muy diversos, el escoger el modelo idóneo depende de la clase de análisis al que se pretende someter el sistema.

Los modelos representativos más comunes, en el dominio de la frecuencia, para las redes eléctricas son sin duda la Y barra y la Z barra. Como es sabido, la matriz Z barra puede obtenerse determinando la matriz de admitancias Y barra y encontrando su inversa, sin embargo no se necesita determinar la matriz de admitancias para obtener Z barra, ya que existen métodos rápidos para desarrollar Z barra directamente.

En este capítulo, los métodos existentes para sistemas monofásicos, se adaptan a sistemas polifásicos para determinar la Z barra y así desarrollar una nueva formulación del problema de reducir el orden de una red eléctrica por medio de una computadora.

El capítulo trata el método de obtención de Z barra por medio de algoritmos, comienza con el planteamiento de los problemas, que aparecen por el hecho de representar un sistema polifásico a partir de un método existente para sistemas monofásicos, prosigue con la adaptación de los algoritmos monofásicos a redes polifásicas y la descripción de construcción de Z barra, terminando con un ejemplo de aplicación, el cual ilustra la construcción paso a paso de la matriz Z barra de una red.

3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

La matriz Z barra contiene en la diagonal principal la impedancia equivalente de Thévenin de cada nodo con respecto al nodo de referencia. La matriz Z barra también contiene, fuera de la diagonal, la impedancia de transferencia entre cada par de nodos del sistema. Las impedancias de transferencia se determinan calculando las diferencias de tensión existentes entre cada nodo del sistema y el nodo de referencia, cuando en un nodo en particular se inyecta una corriente unitaria.

La ecuación matricial que relaciona la matriz Z barra, las corrientes inyectadas en los nodos y los voltajes de nodo es:

$$\bar{\mathbf{E}} = [\mathbf{Z}] \bar{\mathbf{I}} \quad (3.1)$$

Donde:

$[\mathbf{Z}]$ = matriz de impedancias.

$\bar{\mathbf{E}}$ = vector de fasores de voltaje.

$\bar{\mathbf{I}}$ = vector de corrientes.

Los conceptos aplicados para la construcción de la matriz Z barra de sistemas polifásicos, están basados en aquéllos que son utilizados para la construcción de la matriz Z barra de sistemas monofásicos.

Ambas líneas, monofásicas y polifásicas, tienen un valor de impedancia de línea; pero existe una diferencia; las líneas monofásicas tienen como representación de su impedancia un valor único, mientras que las líneas polifásicas representan su impedancia de línea por medio de una matriz, lo que hace más compleja la construcción de la matriz Z barra. Esto lleva a representar las impedancias mutua y propia de los nodos, dentro de la matriz Z barra, por matrices y no por elementos, como se muestra en la figura 3.1.

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{Z}]_{11} & [\mathbf{Z}]_{12} & [\mathbf{Z}]_{13} \\ [\mathbf{Z}]_{21} & [\mathbf{Z}]_{22} & [\mathbf{Z}]_{23} \\ [\mathbf{Z}]_{31} & [\mathbf{Z}]_{32} & [\mathbf{Z}]_{33} \end{bmatrix}$$

Figura 3.1 Matriz Z barra de 3 nodos compuesta de submatrices de menor grado.

Para la representación de las líneas se ha decidido adoptar el circuito equivalente π (figura 3.2), el cual representa con toda precisión cualquier tipo de línea de transmisión. La obtención del circuito equivalente de las líneas polifásicas largas, se obtiene al resolver las ecuaciones de propagación en forma matricial.

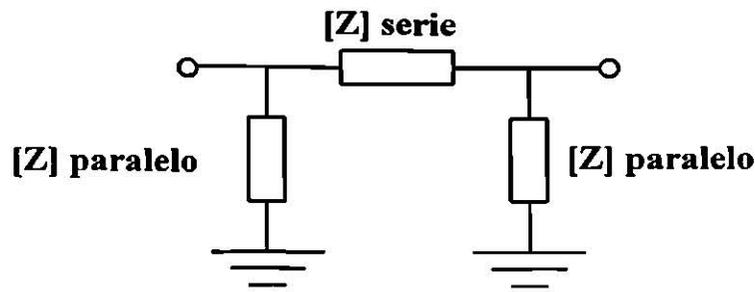


Figura 3.2 Circuito π equivalente.

Para introducir una línea polifásica larga en la matriz Z barra, no se tiene que conectar un elemento si no tres, con impedancias representadas por matrices cuyo tamaño depende del número de fases de la línea. Este es el principal problema a resolver para lograr adaptar el algoritmo de construcción de Z barra de sistemas monofásicos a los sistemas polifásicos y así, desarrollar un método rápido de construcción agregando una línea a la vez, lo que permitirá que pueda ser alterada más adelante.

3.2 PREPARACIÓN DE LOS DATOS.

La red de la cual se obtendrá la matriz Z barra, se representa por medio de un diagrama unifilar. A los puntos de unión, donde dos o más líneas de transmisión están conectadas, no se les asignará un número único, como sucede en un sistema monofásico, sino que tendrá tantos números como el mayor número de fases de las líneas conectadas a ese nodo. Por ejemplo, supóngase que se tienen dos líneas, una hexafásica y una trifásica (figura 3.3), el nodo 1 tiene 6 subnodos, por lo que se le asignan los números del 1 al 6, el punto de unión entre estas dos líneas, tendrá 6 subnodos, por el hecho de que la línea de mayor número de fases conectada a este nodo tiene 6 fases, y por último el nodo 3 quedará sólo con tres subnodos, del 13 al 15.

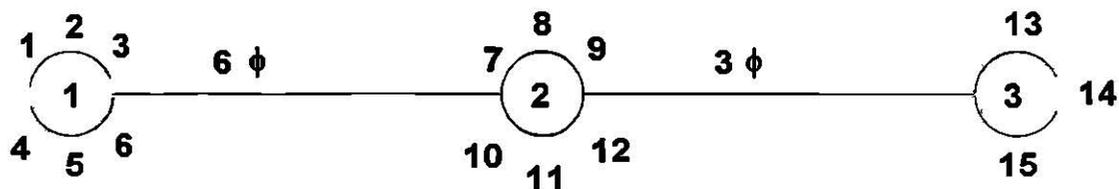


Figura 3.3 Numeración del sistema compuesto por dos líneas, una de 6 fases y otra de 3 fases.

El número cero se reservará para el nodo de tierra, los números asignados a cada subnodo, serán preferentemente seriados, para guardar un cierto orden (asignando el número uno al primer subnodo del primer nodo).

Los datos para la construcción de Z barra polifásica, deben mostrar una cantidad de información que permita describir las líneas de transmisión de una manera sencilla, facilitando la construcción de esta matriz. Los datos necesarios para la construcción de Z barra son los siguientes:

1. Número de fases de la línea.
2. Número de los subnodos de las terminales de la línea.
3. Matrices de impedancia del ramal serie y del ramal paralelo.

En general, en una red, los datos deben presentar un orden tal, que al tomar un elemento de la lista de datos, éste pueda ser conectado al sistema que ya se tiene construido, esto es, que la línea que se desea agregar esté conectada al menos a un nodo ya existente en el sistema. Además, la primera línea en la lista debe estar conectada entre tierra y otro nodo, para dar un camino de retorno a la corriente y tener una referencia. Esto no es necesario para la construcción de Z barra de un sistema formado por líneas de transmisión las cuales se representan con su circuito π equivalente, debido que al emplear esta representación, automáticamente todos los nodos y por lo tanto cada línea, están conectados a tierra, así que el orden no es necesario, no hay riesgo de tomar una línea que quede "volando" en el sistema. Sin embargo existe un problema cuando el sistema está formado por líneas con números de fase diferentes. En este caso se requiere que los datos tengan un orden determinado; que consiste, en colocar en la lista de datos, primero las líneas de mayor número de fases y después las líneas de menor número de fases conectadas a un mismo nodo.

3.3 ALGORITMO DE CONSTRUCCIÓN.

En una red eléctrica se pueden encontrar, en general, cuatro tipos de elementos:

1. Rama a tierra (de tierra a un nodo nuevo).
2. Rama (de un nodo en el sistema a un nodo nuevo).
3. Lazo (entre dos nodos del sistema).
4. Lazo a tierra (entre un nodo del sistema y tierra).

En un sistema en que las líneas se representan por sus circuitos π , en analogía con las categorías anteriores, deben agregarse las siguientes definiciones: "línea única", que se refiere a una línea para la cual ninguno de sus nodos está en el sistema; "línea parcial", para la cual alguno de los dos extremos de la línea está conectado a nodos ya existentes en

el sistema; y por último, la "línea completa" para la cual sus dos extremos están conectados a nodos ya existentes en el sistema. Estos tipos de líneas serán utilizados para crear rutinas que permitan modificar o agregar a la matriz Z barra una nueva línea representada por su circuito π equivalente, esto es, dependiendo de la forma en que esté conectada la línea de transmisión, se agregarán a la matriz Z barra los tres elementos del circuito π .

Con las definiciones de tipos de líneas de transmisión y los tipos de elementos generales para cualquier red, se pueden desarrollar los diferentes procedimientos que serán necesarios para la construcción y modificación de la matriz Z barra. Las secuencias de las rutinas dependerán de los tipos de línea, de la siguiente forma:

- a). Línea única:
 1. Rama a tierra.
 2. Rama.
 3. Lazo a tierra.
- b). Línea parcial:
 1. Lazo a tierra.
 2. Rama.
 3. Lazo a tierra.
- c). Línea completa:
 1. Lazo a tierra.
 2. Lazo.
 3. Lazo a tierra.

ADICIÓN DE UNA RAMA A TIERRA.

Una rama a tierra se presenta sólo cuando la línea es de tipo única, y se identifica cuando un nodo es el de referencia y el otro nodo no está en el sistema.

Supongase para este caso que la matriz Z barra se conoce para alguna red parcial en construcción, y que es simétrica de orden 3×3 , para facilitar la explicación. Las ecuaciones que relacionan las tensiones y corrientes de la red parcial, son representadas matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Donde cada elemento de Z barra, es una matriz cuyo orden depende del número de fases de la línea a la cual pertenece. Al agregar un elemento como rama a tierra, se forma un nuevo nodo K , entonces la matriz de impedancias Z barra, aumentará su orden tantos renglones y columnas, como número de fases tenga la línea a entrar; es decir, si antes tenía un orden m , ahora tendrá un orden de $m+N$, siendo N el número de fases de la línea entrante.

Para encontrar la matriz de impedancias propia debido a la línea entrante, se inyecta una corriente unitaria a través del nodo K , el cual tiene N subnodos, puede observarse en la figura 3.4 que el único elemento que se opone al paso de la corriente es la impedancia de la línea entrante, por lo que se deduce que la matriz de impedancias propia en Z barra, será la matriz de impedancia de la línea $Z_{línea}$.

$$[Z]_{KK} = [Z]_{líneaO-K} \quad (3.3)$$

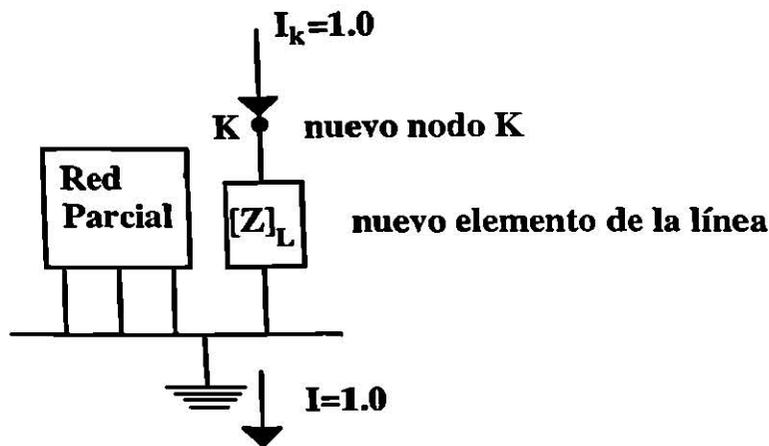


Figura 3.4 Rama a tierra, con inyección de corriente a través del nodo K .

Ahora, para encontrar las matrices de impedancias mutuas, se inyecta una corriente unitaria en un nodo cualquiera ' i ' del sistema, esto no produce ningún voltaje en el nodo K como se muestra en la figura 3.5.

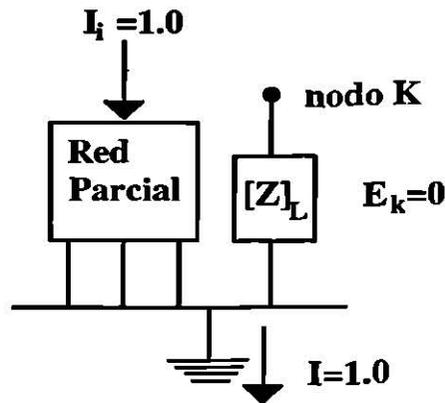


Figura 3.5 Rama a tierra con inyección de corriente a través de un nodo 'y'.

La ecuación para el nodo K se puede escribir como:

$$E_K = Z_{K1}I_1 + Z_{K2}I_2 + Z_{K3}I_3 + \dots + Z_{Ki}I_i + \dots + Z_{KK}I_K \quad (3.4)$$

Entonces:

$$I_j = 0 \quad \forall \quad j \neq i$$

$$E_K = Z_{Ki}I_i = 0 \quad (3.5)$$

Para que $E_K=0$, debe ser cero la corriente I_i o Z_{Ki} , pero I_i es la corriente unitaria inyectada, por lo tanto:

$$I_i \neq 0 \quad \therefore \quad Z_{Ki} = Z_{iK} = 0 \quad (3.6)$$

$K=n \rightarrow n+N$

Se tiene que las impedancias mutuas de la nueva línea son cero, así al conectar una rama a tierra la matriz aumenta N renglones y N columnas de ceros, el nodo K y los subnodos de K se agregan a la lista de nodos y subnodos del sistema.

ADICIÓN DE UNA RAMA.

Una rama se encuentra en dos tipos de línea, línea única y línea parcial, se identifica cuando un nodo (P) se encuentra en el sistema y el otro es un nodo nuevo (Q). Al conectar un elemento como rama, se agrega un nuevo nodo al sistema, y la matriz de impedancias aumenta su orden a $m+N$.

Sabiendo que las impedancias propias de cada nodo de Z barra, representan la impedancia de Thévenin del sistema en ese nodo, se representará la red por la impedancia propia del nodo P, ahora se agrega la rama P-Q. De acuerdo con la figura 3.6, al inyectar una corriente unitaria por Q, las impedancias que se oponen al paso de la corriente son $[Z]_{PP}$ y $[Z]_{línea}$, así que la matriz de impedancias propia del nodo Q es:

$$[Z]_{QQ} = [Z]_{PP} + [Z]_{línea} \quad (3.7)$$

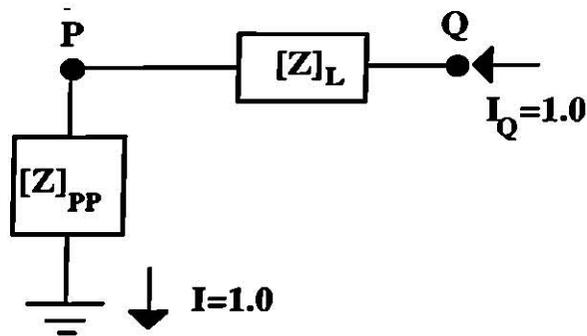


Figura 3.6 Rama con inyección de corriente a través del nodo Q.

Para encontrar las impedancias mutuas se inyecta una corriente unitaria en un nodo cualquiera 'i' de la red, como se muestra en la figura 3.7.

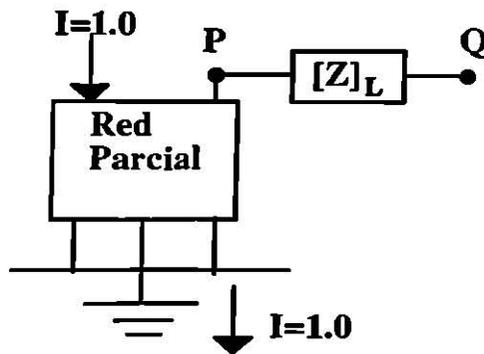


Figura 3.7 Rama con inyección de corriente a través de un nodo 'i'.

Desarrollandose las ecuaciones del sistema incluyendo el nodo Q:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1i}I_i + \dots + Z_{1P}I_P + \dots + Z_{1Q}I_Q \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \\
 E_i &= Z_{i1}I_1 + \dots + Z_{ii}I_i + \dots + Z_{iP}I_P + \dots + Z_{iQ}I_Q \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \\
 E_P &= Z_{P1}I_1 + \dots + Z_{Pi}I_i + \dots + Z_{PP}I_P + \dots + Z_{PQ}I_Q \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \\
 E_Q &= Z_{Q1}I_1 + \dots + Z_{Qi}I_i + \dots + Z_{QP}I_P + \dots + Z_{QQ}I_Q
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Y conociendo que: $I_j = 0, \quad \forall \quad j \neq i$ (3.9)

Entonces las ecuaciones para E_Q y E_P se transforman en:

$$\begin{aligned}
 E_P &= Z_{Pi}I_i \\
 E_Q &= Z_{Qi}I_i
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Como no existe circulación de corriente entre los nodos P y Q , $E_Q = E_P$ y pueden igualarse las ecuaciones 3.10, para obtener:

$$\begin{aligned}
 Z_{Qi}I_i &= Z_{Pi}I_i \\
 Z_{Qi} &= Z_{Pi}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Por lo tanto las impedancias mutuas de Q son las mismas de P :

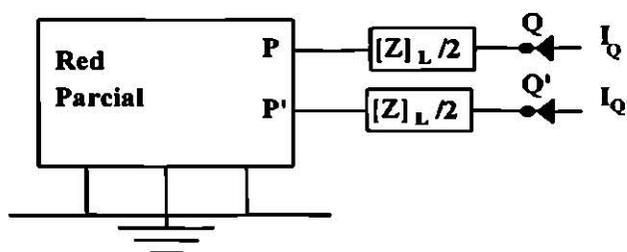
$$\begin{aligned}
 Z_{Pi} &= Z_{Qi} \quad i \neq Q \\
 P &= n_P \rightarrow n + N \\
 Q &= n_Q \rightarrow n + N
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Se observa que al agregar una rama la matriz Z barra aumenta N renglones y N columnas, y que los renglones y columnas que representan las impedancias mutuas son copiados de los renglones y columnas correspondientes al nodo P .

ADICIÓN DE UN LAZO.

El concepto de lazo se aplica en líneas del tipo única, y es identificado cuando el elemento a sumar está conectado entre dos nodos que existen ya en el sistema. La suma de un lazo

no aumenta un nodo nuevo al sistema, por lo tanto la matriz Z barra no aumenta en dimensión, sin embargo, todos los elementos de Z barra se ven alterados. El concepto de lazo se puede explicar como si se conectaran dos ramas, para después unirlos y así formar el lazo. Si se conectan a la red parcial dos ramas con nodos nuevos Q y Q' , con impedancias de línea igual a la mitad de la $[Z]_{\text{línea}}$ de la línea a sumar (figura 3.8). el resultado es que la matriz Z barra aumentaría en renglones y columnas, como se muestra en la ecuación 3.13.



P =nodo de la red parcial donde se conecta la rama con nodo Q .
 P' =nodo de la red parcial donde se conecta la rama con nodo Q' .

Figura 3.8 Conexión de un lazo, iniciando con la conexión de dos ramas.

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_P \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{P'} \\ \cdot \\ \cdot \\ E_Q \\ E_{Q'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdot & \cdot & Z_{1P} & \cdot & \cdot & Z_{1P'} & \cdot & \cdot & Z_{1Q} & Z_{1Q'} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Z_{P1} & \cdot & \cdot & Z_{PP} & \cdot & \cdot & Z_{PP'} & \cdot & \cdot & Z_{PQ} & Z_{PQ'} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Z_{P'1} & \cdot & \cdot & Z_{P'P} & \cdot & \cdot & Z_{P'P'} & \cdot & \cdot & Z_{P'Q} & Z_{P'Q'} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ Z_{Q1} & \cdot & \cdot & Z_{QP} & \cdot & \cdot & Z_{QP'} & \cdot & \cdot & Z_{QQ} & Z_{QQ'} \\ Z_{Q'1} & \cdot & \cdot & Z_{Q'P} & \cdot & \cdot & Z_{Q'P'} & \cdot & \cdot & Z_{Q'Q} & Z_{Q'Q'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ I_P \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{P'} \\ \cdot \\ \cdot \\ I_Q \\ I_{Q'} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

De la ecuación 3.12 se tiene que las impedancias de los nuevos renglones son:

	Rama p-P	Rama q-Q
mutuas	$[Z]_{Qi} = [Z]_{Pi}$	$[Z]_{Q'i} = [Z]_{P'i}$

	Rama p-P	Rama q-Q
propias	$[Z]_{QQ} = [Z]_{PP} + [Z]_{línea} / 2$	$[Z]_{Q'Q'} = [Z]_{P'P'} + [Z]_{línea} / 2$
	$I_Q = I_P, \quad E_Q = E_P$	$I_{Q'} = I_{P'}, \quad E_{Q'} = E_{P'}$

Para convertir estas dos ramas en un lazo, se unen los nodos Q y Q', al hacer esto se establecen las siguientes condiciones, que pueden comprobarse observando la figura 3.9:

$$E_Q = E_{Q'} \quad I_Q = -I_{Q'} \quad (3.14)$$

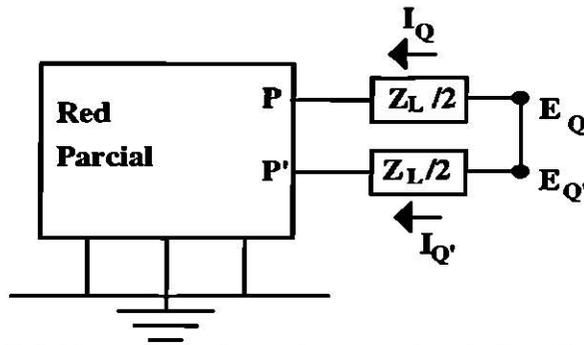


Figura 3.9 Conexión de un lazo, uniendo las dos ramas.

Una vez hecho lo anterior se obtienen las ecuaciones algebraicas:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= Z_{11}I_1 + \dots + Z_{1P}I_P + \dots + Z_{1P'}I_{P'} + \dots + (Z_{1Q} - Z_{1Q'})I_Q \\
 &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 E_P &= Z_{P1}I_1 + \dots + Z_{PP}I_P + \dots + Z_{PP'}I_{P'} + \dots + (Z_{PQ} - Z_{PQ'})I_Q \\
 &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 E_{P'} &= Z_{P'1}I_1 + \dots + Z_{P'P}I_P + \dots + Z_{P'P'}I_{P'} + \dots + (Z_{P'Q} - Z_{P'Q'})I_Q \\
 &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 E_Q &= Z_{Q1}I_1 + \dots + Z_{QP}I_P + \dots + Z_{QP'}I_{P'} + \dots + (Z_{QQ} - Z_{QQ'})I_Q \\
 E_{Q'} &= Z_{Q'1}I_1 + \dots + Z_{Q'P}I_P + \dots + Z_{Q'P'}I_{P'} + \dots + (Z_{Q'Q} - Z_{Q'Q'})I_Q
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Obteniéndose un sistema con mayor número de ecuaciones que variables, por lo que para mantener la matriz Z barra cuadrada, se resta el renglón Q' del Q obteniendo:

$$\begin{aligned}
 E_Q - E_{Q'} &= (Z_{Q1} - Z_{Q'1})I_1 + \dots + (Z_{QP} - Z_{Q'P})I_P + \dots \\
 &\quad \dots + (Z_{QP'} - Z_{Q'P'})I_{P'} + \dots + (Z_{QQ} + Z_{Q'Q'} - Z_{QQ'} - Z_{Q'Q})I_Q
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

y como $E_Q = E_{Q'}$, entonces expresando las ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_P \\ \vdots \\ E_{P'} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1P} & \dots & Z_{1Q} & \dots & (Z_{1P} - Z_{1Q}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{P1} & \dots & Z_{PP} & \dots & Z_{PQ} & \dots & (Z_{PQ} - Z_{PQ}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{P'1} & \dots & Z_{P'P} & \dots & Z_{P'Q} & \dots & (Z_{P'Q} - Z_{P'Q}) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (Z_{Q1} - Z_{Q1}) & \dots & (Z_{QP} - Z_{QP}) & \dots & (Z_{QP} - Z_{QP}) & \dots & (Z_{QQ} + Z_{QQ} - Z_{QQ} - Z_{QQ}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_P \\ \vdots \\ I_{P'} \\ \vdots \\ I_Q \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Teniendo un cero en el vector de voltajes se puede reducir la matriz eliminando los renglones y columnas debidas al aumento del lazo, esto se realiza aplicando la reducción de Kron en su forma más sencilla, elemento por elemento de la matriz serán recalculados y al final los renglones y columnas de lazo sencillamente serán borrados de la matriz Z barra, para obtener al final una matriz cuadrada.

Resumiendo, al agregar un lazo no es necesario sumar dos ramas para después unirlos y formar el lazo, puede observarse que sólo es necesario agregar un número de renglones y columnas igual al número de fases de la línea entrante (impedancias mutuas), que serán la resta de los valores de las impedancias de los nodos de lazo (P y P'):

$$[Z]_{\text{Lazo}} = [Z]_P - [Z]_{P'} \quad (3.18)$$

Y para la matriz de impedancias propia $[Z]_{\text{Lazo-Lazo}}$ se tiene:

$$[Z]_{\text{Lazo-Lazo}} = [Z]_{PP} + [Z]_{P'P'} - [Z]_{PP'} - [Z]_{P'P} + [Z]_{\text{línea}} \quad (3.19)$$

Aquí es necesario aclarar que la matriz $[Z]_{PP'}$ no es la misma que la matriz $[Z]_{P'P}$, si no su transpuesta, es decir:

$$[Z]_{PP'} = [Z]_{P'P}^T \quad (3.20)$$

Habiendo realizado lo anterior, se aplica reducción de Kron y el lazo habrá sido incluido dentro del sistema.

ADICIÓN DE UN LAZO A TIERRA.

El lazo a tierra es el más común debido a la configuración del circuito π representativo de las líneas, es por eso que aparece en todos los tipos de línea, se identifica cuando el elemento a agregar está conectado entre tierra y un nodo que ya está en el sistema.

Al igual que el lazo, el lazo a tierra no provoca que la matriz Z barra aumente en tamaño, pero altera todos los valores de Z barra. Puede ser explicado comenzando por conectar una rama y posteriormente conectarla a tierra. Si se conecta a la red parcial una rama con un nodo nuevo Q como se muestra en la figura 3.10, su impedancia de línea será $[Z]_{línea}$ y la matriz aumentará en renglones y columnas, tantos como el número de fases de la línea entrante.

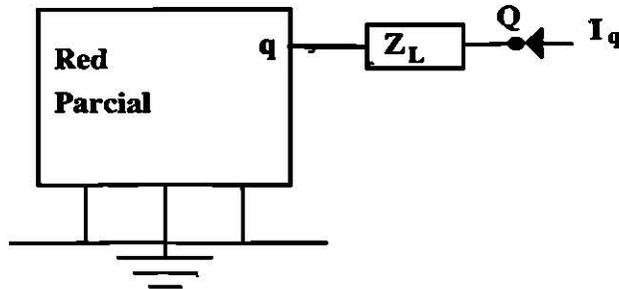


Figura 3.10 Conexión de un lazo a tierra, iniciando con la conexión de una rama.

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_q \\ E_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdot & Z_{1q} & Z_{1q} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{q1} & \cdot & Z_{qq} & Z_{qq} \\ Z_{q1} & \cdot & Z_{qq} & Z_{qq} + Z_{Línea} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_q \\ I_Q \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

De las ecuaciones 3.12 y 3.7 se tiene que las impedancias mutuas y propias de los nuevos renglones son:

$$\begin{array}{lll} \text{Propia} & [Z]_{QQ} = [Z]_{qq} + [Z]_{línea} & I_Q = I_P \\ & & (3.22) \\ \text{Mutua} & [Z]_{Qi} = [Z]_{qi} & E_Q = E_q \end{array}$$

Ahora se conecta la rama a tierra (figura 3.11), haciendo el voltaje E_Q adquiera el valor de cero.

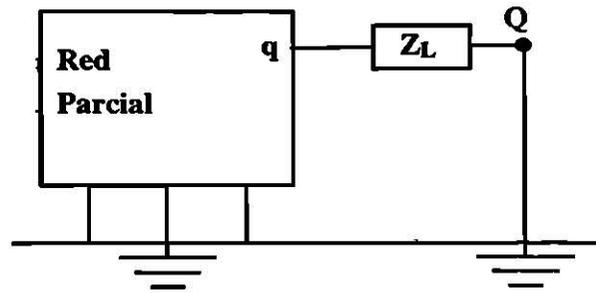


Figura 3.11 Conexión de un lazo a tierra, conectando la rama a tierra.

Al expresar las ecuaciones en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_q \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdot & Z_{1q} & Z_{1q} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{q1} & \cdot & Z_{qq} & Z_{qq} \\ Z_{q1} & \cdot & Z_{qq} & Z_{qq} + Z_{Línea} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_q \\ I_Q \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Teniendo un cero en el vector de voltajes aplicamos reducción de Kron y obtenemos la matriz resultante después de agregar un lazo a tierra.

Observando el proceso se deduce que para sumar un lazo a tierra, la matriz Z barra aumenta en renglones y columnas en la cantidad igual al número de fases de la línea entrante, donde los valores son los mismos que los valores del nodo de la red a donde se conecta el lazo a tierra (q). Para la matriz de impedancias propia se tiene que es la propia del nodo (q) más la de línea.

Resumiendo, cuando se agrega un lazo a tierra se realizan las mismas operaciones que se hacen al agregar una rama, sólo que al final la matriz es reducida para tener la dimensión que tenía al principio.

Por lo que las ecuaciones para lazo a tierra son:

$$\begin{array}{ll} \text{Propia:} & [Z]_{QQ} = [Z]_{qq} + [Z]_{línea} \\ \text{Mutua:} & [Z]_{Qi} = [Z]_{qi} \end{array} \quad (3.24)$$

3.4 PROCEDIMIENTO COMPUTACIONAL.

1. Tomar el primer elemento de la red y buscar sus subnodos de entrada y salida en la lista de subnodos.

2. Si ambos existen, el elemento se identifica así:
 - Elementos de parámetros concentrados: **lazo.**
 - Líneas: **línea completa.**
3. Si sólo existen sólo los de entrada o sólo los de salida, se identifican así:
 - Parámetros concentrados:
 - Conectados a tierra: **lazo a tierra.**
 - No conectados a tierra: **rama.**
 - Líneas: **línea parcial.**

Y se incluyen en la lista de subnodos los subnodos que no se encontraban en la lista y que sean diferentes de cero (tierra).

4. Si no existen ni los de entrada ni los de salida, se identifican así:
 - Líneas: **línea única.**

Y se incluyen los dos grupos de subnodos, los de entrada y los de salida.

5. Si no existen ninguno de los dos grupos (entrada y salida) pero alguno es igual a cero (conectado a tierra), se identifica como:
 - Parámetros concentrados: **rama a tierra.**
6. Se toma el siguiente elemento y se repite el procedimiento. Esto se realiza con cada elemento hasta identificarlos a todos.
7. Enseguida se toma el primer elemento identificado, y se realiza lo siguiente dependiendo del tipo de elemento:

LAZO: se incluye un lazo a la matriz Z barra, aplicando la rutina lazo.

LÍNEA COMPLETA: se incluye primero un lazo a tierra, luego un lazo y al final otro lazo a tierra, aplicando las diferentes rutinas.

RAMA: se incluye una rama a la matriz Z barra, utilizando la rutina rama.

LÍNEA PARCIAL: se incluye primero un lazo a tierra, después una rama y por último otro lazo a tierra, de acuerdo a las rutinas respectivas.

RAMA A TIERRA: se incluye a la matriz Z barra una rama a tierra, aplicando la rutina rama a tierra.

LAZO A TIERRA: se incluye un lazo a tierra, usando la rutina lazo a tierra.

LÍNEA ÚNICA: se incluye primero una rama a tierra, después una rama y al final un lazo a tierra utilizando las diferentes rutinas.

3.5 EJEMPLO DE APLICACIÓN.

Para ilustrar mejor el algoritmo del método desarrollado se realiza el siguiente ejemplo:

Considérese el sistema mostrado en la figura 3.12 con el cual se formará la matriz Z barra usando el método de algoritmos de construcción.

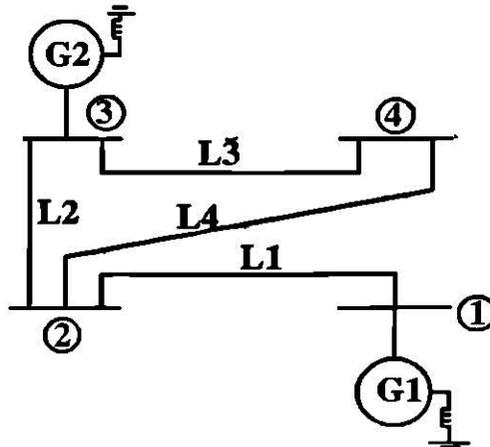


Figura 3.12 Diagrama unifilar de la red para la construcción de la matriz Z barra.

La configuración geométrica de las líneas, así como los datos necesarios de impedancias de los elementos conectados a la red se encuentran en el apéndice B. Puede observarse que este sistema consta de cuatro nodos y seis elementos formados por 4 líneas trifásicas y dos generadores.

La numeración de los elementos puede ser arbitraria, sin embargo se ha realizado así para dejar al final la línea 4 que será de interés más adelante. El primer paso es enumerar los subnodos de cada nodo, comenzando con el nodo 1 y terminando con el 4, la numeración se muestra en la figura 3.13

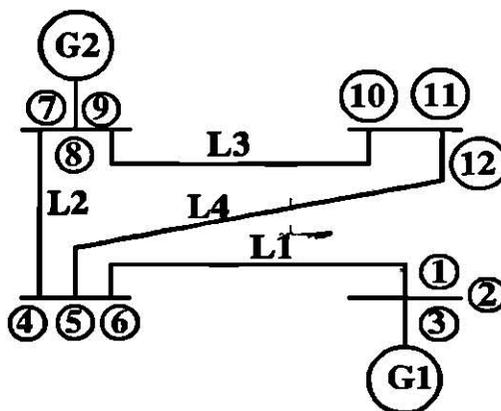


Figura 3.13 Numeración de los subnodos de la red.

Lo siguiente es construir la lista de datos que sirve de guía para ir formando la matriz Z barra, ésta se puede observar en la tabla 3.1.

DATOS DEL SISTEMA

NO. DE FASES	NO. ELEMENTO	NODOS DE ENTRADA	NODOS DE SALIDA
3	1	0,0,0	1,2,3
3	2	1,2,3	4,5,6
3	3	4,5,6	7,8,9
3	4	7,8,9	0,0,0
3	5	7,8,9	10,11,12
3	6	10,11,12	4,5,6

Tabla 3.1 Lista de datos del sistema.

ADICIÓN DEL PRIMER ELEMENTO.

El primer elemento siempre debe estar conectado a tierra. Así que el generador $G1$ puede ser el 1er. elemento a procesar. En este momento no existen elementos en la matriz Z barra ni se han incluido subnodos a la lista de subnodos del sistema.

Los subnodos 1,2 y 3 son examinados y comparados con la lista de subnodos del sistema para determinar el tipo de elemento, al no encontrarse ninguno, se concluye que el elemento es una rama a tierra. Hasta aquí no existen subnodos en la red por lo que no es posible agregar renglones y columnas de ceros a la matriz, ya que no existe ninguna matriz en este punto. La matriz diagonal representada por los subnodos 1,2 y 3 es la matriz de impedancias primitivas del elemento, la cual se coloca tal cual dentro de Z barra. Los subnodos 1,2 y 3 se agregan a la lista de subnodos. Después de agregar el primer elemento, la red, la matriz y la lista de subnodos son:

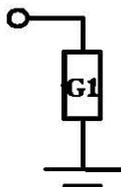


Figura 3.14 Red parcial con el generador $G1$ conectado.

$$ZBARRA = \begin{bmatrix} 0.0 + j110.207 & 0.0 + j82.655 & 0.0 + j82.655 \\ 0.0 + j82.655 & 0.0 + j110.207 & 0.0 + j82.655 \\ 0.0 + j82.655 & 0.0 + j82.655 & 0.0 + j110.207 \end{bmatrix}$$

a)

Lista de subnodos = 1,2,3

b)

a) Matriz Z barra con el primer elemento.

b) Lista de subnodos de la red parcial.

ADICIÓN DEL SEGUNDO ELEMENTO.

Examinando la lista de datos del sistema se observa que el segundo elemento es una línea trifásica localizada entre el grupo de subnodos 1,2 y 3 y el grupo 4,5 y 6. Analizando los números de estos subnodos y comparando con la lista de subnodos del sistema se encuentra que esta línea es una 'línea parcial' ya que los subnodos de salida 4,5 y 6 no se encuentran en la lista de subnodos del sistema, mientras que los subnodos 1,2 y 3 sí existen.

Las rutinas a seguir son las siguientes:

- Lazo a tierra.
- Rama.
- Lazo a tierra.

Para la primera rutina se toma la matriz de impedancias primitivas paralelo de la línea, y se aplican las expresiones de (3.24), donde:

$[Z]_{QQ}$ = matriz diagonal dentro de Z barra que define la matriz propia de lazos.

$[Z]_{qq}$ = matriz diagonal dentro de Z barra definida por los subnodos 1,2 y 3.

$[Z]_{línea}$ = matriz de impedancias primitivas paralelo de la línea.

$[Z]_{Qi}$ = matriz definida por los lazos y los subnodos 1,2 y 3.

$[Z]_{qi}$ = matriz definida por los subnodos 1,2,3 y los lazos.

Esto lleva al aumento de la matriz Z barra en 3 renglones y 3 columnas. Como se vió antes, ahora la matriz tiene que reducirse a las dimensiones que tenía antes de aumentar el lazo a tierra. Para esto se aplica la reducción de Kron a la matriz, eliminando un renglón y una columna a la vez.

Después de haber incluido el elemento paralelo de la línea (lazo a tierra), la matriz, la red y la lista de subnodos son:

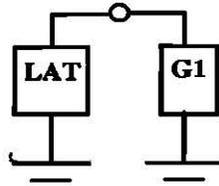


Figura 3.15 Red parcial, incluyendo G1 y el elemento lazo a tierra de L1.

LISTA DE SUBNODOS = 1,2,3

Matriz Z barra de la red parcial

11.271+j113.411	10.87+j85.686	10.903+j85.703
10.87+j85.686	11.247+j113.406	10.87+j85.686
10.903+j85.703	10.87+j85.686	11.270+j113.411

La segunda rutina (rama) necesita la aplicación de las expresiones (3.7) y (3.12) utilizando la matriz de impedancias serie de la línea. El elemento se encuentra conectado entre los subnodos 1,2,3 y 4,5 y 6. La matriz aumenta tres renglones y tres columnas. Siendo la matriz diagonal definida por los subnodos 4,5 y 6 encontrada por medio de la expresión (3.7) donde:

$[Z]_{pp}$ = matriz diagonal dentro de Z barra definida por los subnodos 1,2 y 3.

$[Z]_{línea}$ = matriz de impedancias primitivas serie de la línea.

El resto de las columnas y renglones que incluyen los subnodos 4,5 y 6 se determinan por la expresión (3.12) (copia de los renglones y columnas definidos por los subnodos 1,2 y 3). Para terminar con esta rutina se incluyen los subnodos a la lista del sistema dejando a la red, la matriz y la lista de subnodos como sigue:

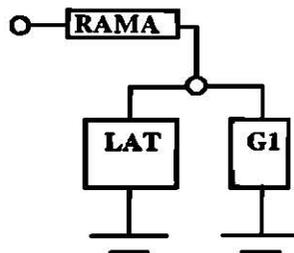


Figura 3.16 Red parcial, incluyendo G1 y los elementos lazo a tierra y rama de L1.

Matriz Zbarra de la red parcial

11.271+j113.411	10.87+j85.686	10.903+j85.703	11.271+j113.411	10.87+j85.686	10.903+j85.703
10.87+j85.686	11.247+j113.406	10.87+j85.686	10.87+j85.686	11.247+j113.406	10.87+j85.686
10.903+j85.703	10.87+j85.686	11.270+j113.411	10.903+j85.703	10.87+j85.686	11.270+j113.411
11.271+j113.411	10.87+j85.686	10.903+j85.703	878.797+j539.225	105.695+j143.244	92.525+j138.531
10.87+j85.686	11.247+j113.406	10.87+j85.686	105.695+j143.244	878.665+j542.798	105.668+j143.205
10.903+j85.703	10.87+j85.686	11.270+j113.411	92.525+j138.531	105.668+j143.205	878.798+j539.225

LISTA DE SUBNODOS = 1,2,3,4,5,6

La última rutina es la misma que la primera de esta línea. La matriz aumenta tres renglones y tres columnas, utilizando para las operaciones la matriz de impedancias del elemento paralelo de la línea. Al terminar de agregar el lazo a tierra, también se terminó de incluir la línea. Al final la red, la matriz y su lista de subnodos es:

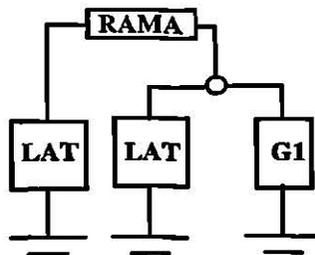


Figura 3.17 Red parcial, incluyendo G1 y toda la línea L1.

Matriz Zbus de la red parcial

19.815+j111.611	19.091+j83.852	19.151+j83.868	36.107+j73.653	30.144+j53.977	30.331+j53.802
19.091+j83.852	19.772+j111.611	19.091+j83.852	30.145+j53.985	36.217+j73.467	30.144+j53.993
19.151+j83.868	19.091+j83.852	19.815+j111.612	30.330+j53.796	30.143+j53.979	36.107+j73.659
36.107+j73.653	30.330+j53.796	30.330+j53.796	736.952+j173.94	105.016+j49.708	91.668+j42.144
30.144+j53.977	36.217+j73.467	30.143+j53.979	105.016+j49.708	734.349+j169.52	105.053+j49.738
30.331+j53.802	30.144+j53.993	91.668+j42.144	105.016+j49.708	105.053+j49.738	736.958+j173.94

LISTA DE SUBNODOS= 1,2,3,4,5,6

ADICIÓN DEL TERCER ELEMENTO.

El tercer elemento en la lista de datos del sistema es una línea trifásica entre los subnodos 4,5 y 6 y el grupo 7,8 y 9. Sólo los subnodos 4,5 y 6 se encuentran en la lista de subnodos, por lo tanto, también esta línea se considera como 'línea parcial' y se realizan las mismas operaciones que se efectuaron al agregar la línea 1.

Después de agregar el elemento lazo a tierra de la línea 2, la matriz se convierte en:

23.692+j107.104	22.787+j79.415	22.837+j79.434	33.734+j42.116	26.976+j28.205	27.194+j28.696
22.787+j79.415	23.629+j107.117	22.786+j79.416	27.025+j28.365	33.803+j42.264	27.029+j28.38
22.837+j79.434	22.786+j79.416	23.691+j107.105	27.19+j28.687	26.976+j28.21	33.738+j42.127
33.734+j42.116	27.025+j28.365	27.19+j28.687	526.656+j18.959	47.249+j2.28	51.128+j4.156
26.976+j28.205	33.803+j42.264	26.976+j28.21	47.249+j2.28	536.844+j20.807	47.362+j2.33
27.194+j28.696	27.029+j28.38	33.738+j42.127	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j18.967

La matriz aumentada por el elemento rama es:

Columna 1 a columna 6

23.69+j107.10	22.787+j79.42	22.837+j79.43	33.734+j42.12	26.976+j28.21	27.194+j28.7
22.787+j79.42	23.629+j107.1	22.786+j79.42	27.025+j28.37	33.803+j42.26	27.029+j28.38
22.837+j79.43	22.786+j79.42	23.691+j107.1	27.19+j28.687	26.976+j28.21	33.738+j42.13
33.734+j42.12	27.025+j28.37	27.19+j28.687	526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128+j4.156
26.976+j28.21	33.803+j42.26	26.976+j28.21	47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362+j2.33
27.194+j28.7	27.029+j28.38	33.738+j42.13	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0
33.734+j42.12	27.025+j28.37	27.19+j28.687	526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128+j4.156
26.976+j28.21	33.803+j42.26	26.976+j28.21	47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362+j2.33
27.194+j28.69	27.029+j28.38	33.738+j42.13	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0

Columna 7 a columna 9

33.734+j42.12	26.976+j28.21	27.194+j28.69
27.025+j28.37	33.803+j42.26	27.029+j28.38
27.19+j28.687	26.976+j28.21	33.738+j42.13
526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128+j4.156
47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362+j2.33
51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0
1880.176+j842	137.658+j104	112.969+j58.3
137.658+j104	1868.794+j802	137.609+j104
112.969+j58.3	137.609+j104	1880.233+j842

Al agregar el último lazo a tierra de la línea 2, la matriz Z barra se convierte en:

Columna 1 a columna 6

23.7+j105.46	22.75+j77.83	22.8+j77.84	27.496+j35.58	21.69+j23.69	22.02+j24.12
22.75+j77.83	23.64+j105.48	22.75+j77.83	21.76+j23.84	27.62+j35.68	21.77+j23.85
22.8+j77.84	22.75+j77.83	23.7+j105.46	22.01+j24.11	21.69+j23.69	27.5+j35.59
27.496+j35.58	21.76+j23.84	22.01+j24.11	443.8+j20.26	34.24+j6.06	39.17+j4.7
21.69+j23.69	27.62+j35.68	21.69+j23.69	34.24+j6.06	453.61+j18.99	34.34+j6.08
22.02+j24.12	21.77+j23.85	27.5+j35.59	39.17+j4.7	34.34+j6.08	443.82+j20.27
21.5+j9.97	15.57+j4.99	15.94+j5.53	225.14-j98.36	0.01-j7.46	17.65-j7.48
15.49+j4.91	21.76+j10.43	15.49+j4.91	0.11-j7.46	245.21-j99.53	0.26-j7.45
15.95+j5.537	15.58+j5.0	21.51+j9.97	17.66-j7.48	0.17-j7.44	225.15-j98.37

Columna 7 a columna 9

21.5+j9.97	15.49+j4.91	15.95+j5.537
15.57+j4.99	21.76+j10.43	15.58+j5.0
15.94+j5.53	15.49+j4.91	21.51+j9.97
225.14-j98.36	0.11-j7.46	17.66-j7.48
0.01-j7.46	245.21-j99.53	0.17-j7.44
17.65-j7.48	0.26-j7.45	225.15-j98.37
961.62-j26.71	5.64-j7.58	41.47-j2.41
5.64-j7.58	1003.24-j21.68	5.95-j7.51
41.47-j2.41	5.95-j7.51	961.67-j26.71

Y ahora la red tiene incluidos tres elementos como sigue:

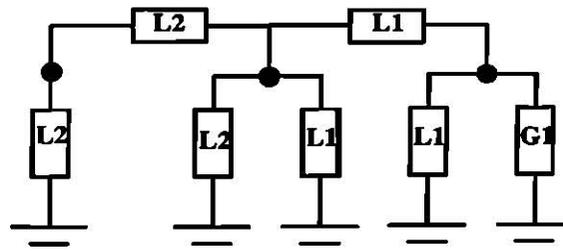


Figura 3.18 Red parcial, incluyendo G1, línea L1 y línea L2.

LISTA DE SUBNODOS = 1,2,3,4,5,6,7,8,9

ADICIÓN DEL CUARTO ELEMENTO.

El cuarto elemento es el generador G2 conectado entre el grupo 7,8 y 9 y tierra. Como los subnodos 7,8 y 9 ya están en la lista del sistema, el generador se incluye como lazo a tierra. Las expresiones utilizadas son las de (3.24), la matriz $[Z]$ línea en la ecuación 3.24 es la matriz de impedancias del generador. Siendo un lazo a tierra la matriz Z barra aumenta tres renglones y 3 columnas de acuerdo a las expresiones de 3.24. Cuando la matriz ha crecido por el aumento de lazos se procede a disminuir su dimensión hasta llegar a tener el tamaño original de 9×9 . Una vez hecho lo anterior, la matriz, la red y la lista de subnodos tienen la forma siguiente:

Columna 1 a columna 6

22.77+j105.17	21.84+j77.6	21.89+j77.61	22.45+j37.57	18.55+j26.23	18.67+j26.5
21.84+j77.6	22.72+j105.18	21.84+j77.6	18.6+j26.36	22.4+j37.54	18.6+j26.37
21.89+j77.61	21.84+j77.6	22.77+j105.17	18.66+j26.49	18.55+j26.24	22.45+j37.58
22.45+j37.57	18.6+j26.36	18.66+j26.49	412.68+j69.74	45.91+j11.18	44.45+j11.96
18.55+j26.23	22.4+j37.54	18.55+j26.24	45.91+j11.18	415.53+j71.42	45.96+j11.22
18.67+j26.5	18.6+j26.37	22.45+j37.58	44.45+j11.96	45.96+j11.22	412.7+j69.75
0.77+j9.38	1.04+j9.02	1.02+j9.04	38.12+j35.12	32.53+j22.47	32.27+j22.9
1.04+j9.02	0.75+j9.36	1.04+j9.02	32.39+j22.4	38.16+j35.8	32.39+j22.4
1.02+j9.04	1.04+j9.02	0.77+j9.38	32.27+j22.89	32.53+j22.47	38.13+j35.13

Columna 7 a columna 9

0.77+j9.38	1.04+j9.02	1.02+j9.04
1.04+j9.02	0.75+j9.36	1.04+j9.02
1.02+j9.04	1.04+j9.02	0.77+j9.38
38.12+j35.12	32.39+j22.4	32.27+j22.89
32.53+j22.47	38.16+j35.8	32.53+j22.47
32.27+j22.9	32.39+j22.4	38.13+j35.13
81.72+j179.85	78.51+j124.89	78.43+j124.86
78.51+j124.89	81.5+j179.9	78.5+j124.89
78.43+j124.86	78.5+j124.89	81.72+j179.86

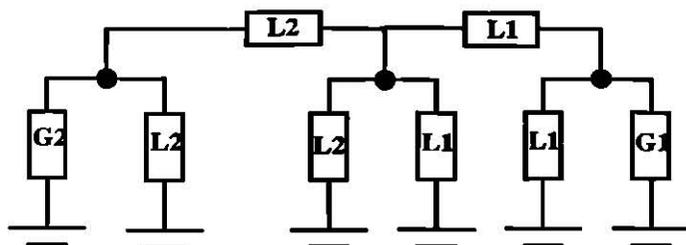


Figura 3.19 Red parcial, incluyendo G1, línea L1, línea L2 y G2.

LISTA DE SUBNODOS = 1,2,3,4,5,6,7,8,9

ADICIÓN DEL QUINTO ELEMENTO.

El quinto elemento en la lista de datos del sistema es una línea trifásica entre el grupo de subnodos 7,8 y 9 y el grupo 10,11 y 12. Sólo los subnodos 7,8 y 9 se encuentran en la lista de subnodos, por lo tanto, también esta línea se considera como línea parcial y se realizan las mismas operaciones que se efectuaron al agregar la línea 1 y la línea 2.

Después de agregar el elemento lazo a tierra de la línea 3, la matriz se convierte en:

Columna 1 a columna 6

22.9+j105.17	21.97+j77.6	22.02+j77.61	22.86+j37.13	18.95+j25.79	19.07+j26.06
21.97+j77.6	22.84+j105.18	21.97+j77.6	19+j25.92	22.8+j37.1	19+j25.93
22.02+j77.61	21.97+j77.6	22.9+j105.17	19.07+j26.05	18.95+j25.79	22.86+j37.14
22.86+j37.13	19+j25.92	19.07+j26.05	412.6+j66.86	45.69+j8.37	44.24+j9.15
18.95+j25.79	22.8+j37.1	18.95+j25.79	45.69+j8.37	415.45+j68.54	45.73+j8.41
19.07+j26.06	19+j25.93	22.86+j37.14	44.24+j9.15	45.73+j8.41	412.62+j66.88
2.83+j8.45	3.09+j8.07	3.07+j8.1	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83
3.08+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.07	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37
3.07+j8.1	3.08+j8.08	2.82+j8.45	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02

Columna 7 a columna 9

2.83+j8.45	3.08+j8.07	3.07+j8.1
3.09+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.08
3.07+j8.1	3.08+j8.07	2.82+j8.45
42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6

La matriz aumentada por el elemento rama es:

Columna 1 a columna 6

22.9+j105.17	21.97+j77.6	22.02+j77.61	22.86+j37.13	18.95+j25.79	19.07+j26.06
21.97+j77.6	22.84+j105.18	21.97+j77.6	19+j25.92	22.8+j37.1	19+j25.93
22.02+j77.61	21.97+j77.6	22.9+j105.17	19.07+j26.05	18.95+j25.79	22.86+j37.14
22.86+j37.13	19+j25.92	19.07+j26.05	412.6+j66.86	45.69+j8.37	44.24+j9.15
18.95+j25.79	22.8+j37.1	18.95+j25.79	45.69+j8.37	415.45+j68.54	45.73+j8.41
19.07+j26.06	19+j25.93	22.86+j37.14	44.24+j9.15	45.73+j8.41	412.62+j66.88
2.83+j8.45	3.09+j8.07	3.07+j8.1	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83
3.08+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.07	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37
3.07+j8.1	3.08+j8.08	2.82+j8.45	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02
2.83+j8.45	3.09+j8.07	3.07+j8.1	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83
3.08+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.07	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37
3.07+j8.1	3.08+j8.08	2.82+j8.45	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02

Columna 7 a columna 12

2.83+j8.45	3.08+j8.07	3.07+j8.1	2.83+j8.45	3.08+j8.07	3.07+j8.1
3.09+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.08	3.09+j8.07	2.8+j8.44	3.08+j8.08
3.07+j8.1	3.08+j8.07	2.82+j8.45	3.07+j8.1	3.08+j8.07	2.82+j8.45
42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89	110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98	104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6	104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6
110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89	366.58+j290	221.92+j161.15	213.08+j156.1
104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98	221.92+j161.15	365.75+j290.1	35.71+j160.9
104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6	213.08+j156.1	35.71+j160.9	366.68+j290.15

Al agregar el último lazo a tierra de la línea 3, la matriz Z barra se convierte en:

Columna 1 a columna 6

22.97+j105.11	22.04+j77.55	22.09+j77.55	22.92+j36.71	19+j25.37	19.13+j25.63
22.04+j77.55	22.92+j105.13	22.04+j77.55	19.06+j25.5	22.87+j36.68	19.06+j25.51
22.09+j77.55	22.04+j77.55	22.97+j105.11	19.13+j25.63	19+j25.37	22.92+j36.72
22.92+j36.71	19.06+j25.5	19.13+j25.63	411.42+j65.21	44.39+j6.8	42.97+j7.58
19+j25.37	22.87+j36.68	19+j25.37	44.39+j6.8	414.29+j66.9	44.44+j6.85
19.13+j25.63	19.06+j25.51	22.92+j36.72	42.97+j7.58	44.44+j6.85	411.44+j65.23
3.66+j7.08	3.91+j6.69	3.9+j6.71	40.43+j17.54	33.67+j5.071	33.52+j5.52
3.9+j6.7	3.62+j7.08	3.9+j6.7	33.53+j5.07	40.48+j18.317	33.52+j5.1
3.89+j3.9	3.9+j6.69	3.66+j7.08	33.52+j5.52	33.65+j5.1	40.43+j17.58
4.12+j5.22	4.32+j4.85	4.31+j4.86	35.87+j8.99	28.56-j1.98	28.46-j1.53
4.31+j4.84	4.09+j5.22	4.31+j4.84	28.41-j2	35.95+j9.68	28.4-j1.95
4.31+j4.87	4.31+j4.85	4.12+j5.23	28.47-j1.52	28.55-j1.92	35.89+j9.05

Columna 7 a columna 12

3.66+j7.08	3.9+j6.7	3.89+j3.9	4.12+j5.22	4.31+j4.84	4.31+j4.87
3.91+j6.69	3.62+j7.08	3.9+j6.69	4.32+j4.85	4.09+j5.22	4.31+j4.85
3.9+j6.71	3.9+j6.7	3.66+j7.08	4.31+j4.86	4.31+j4.84	4.12+j5.23
33.53+j17.54	33.53+j5.07	33.52+j5.52	35.87+j8.99	28.41-j2	28.47-j1.52
33.67+j5.071	40.48+j18.317	33.65+j5.1	28.56-j1.98	35.95+j9.68	28.55-j1.92
33.52+j5.52	33.52+j5.1	40.43+j17.58	28.46-j1.53	28.4-j1.95	35.89+j9.05
115.69+j122.24	107.81+j66.56	108.08+j66.39	112.47+j85.63	100.48+j34.62	100.74+j34.72
107.81+j66.56	115.16+j122.8	107.72+j66.6	100.53+j34.83	112+j86.13	100.44+j34.72
108.08+j66.39	107.72+j66.6	115.62+j122.35	100.7+j34.66	100.36+j34.76	112.46+j85.82
112.47+j85.63	100.53+j34.83	100.7+j34.66	343.31+j141.33	193.06+j38.83	184.72+j35.5
100.48+j34.62	112+j86.13	100.36+j34.76	193.06+j38.83	342.39+j141.33	192.85+j39.14
100.74+j34.72	100.44+j34.72	112.46+j85.82	184.72+j35.5	192.85+j39.14	343.61+j141.74

Y la red queda con cinco elementos incluidos como sigue:

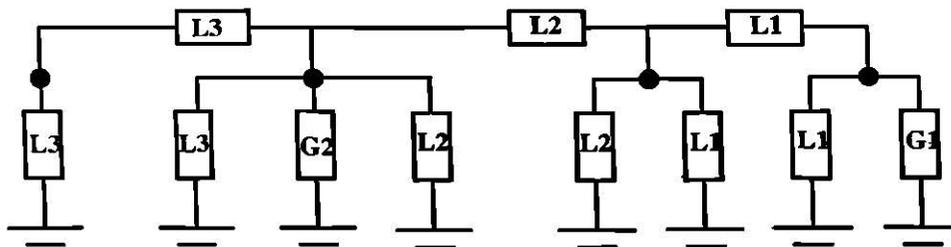


Figura 3.20 Red parcial, incluyendo G1, línea L1, línea L2, G2 y la línea L3.

LISTA DE SUBNODOS = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12

ADICIÓN DEL SEXTO ELEMENTO.

El sexto elemento en la lista de datos del sistema es una línea trifásica conectada entre el grupo 10,11 y 12 y el grupo 4,5 y 6. Los dos grupos de subnodos se encuentran en la lista de subnodos del sistema, por lo tanto, la línea es una 'línea completa' y la secuencia de sus rutinas es:

- 1) Lazo a tierra.
- 2) Lazo.
- 3) Lazo a tierra.

El primer lazo a tierra es el elemento de la línea conectada entre el grupo de subnodos 10,11 y 12 y tierra. Para la matriz de impedancias propias de los lazos, se utiliza en la primera expresión de 3.24 la matriz diagonal definida por los subnodos 10, 11 y 12 y la matriz de impedancias primitivas del elemento paralelo de la línea. Para las impedancias

mutuas se copian los renglones y columnas de los subnodos 10, 11 y 12. La matriz después de aplicar la primera rutina es:

Columna 1 a columna 6

22.99+j105.08	22.06+j77.51	22.11+j77.52	22.85+j36.54	18.94+j25.2	19.06+j25.46
22.06+j77.51	22.93+j105.09	22.06+j77.51	19+j25.33	22.8+j36.51	19+j25.34
22.11+j77.52	22.06+j77.51	22.99+j105.08	19.06+j25.46	18.94+j25.2	22.85+j36.55
22.85+j36.54	19+j25.33	19.06+j25.46	410.65+j64.85	43.58+j6.49	42.16+j7.27
18.94+j25.2	22.8+j36.51	18.94+j25.2	43.58+j6.49	413.52+j66.54	43.62+j6.53
19.06+j25.46	19+j25.34	22.85+j36.55	42.16+j7.27	43.62+j6.53	410.68+j64.87
3.68+j6.4	3.92+j6.01	3.911+j6.03	38.3+j15.16	31.31+j2.78	31.17+j3.25
3.91+j6.01	3.65+j6.4	3.91+j6.01	31.18+j2.79	38.35+j15.94	31.17+j2.82
3.91+j6.03	3.92+j6.01	3.68+j6.4	31.16+j3.24	31.29+j2.8	38.31+j15.19
3.93+j3.76	4.1+j3.38	4.09+j3.4	30.41+j4.36	22.75-j5.85	22.68-j5.31
4.09+j3.37	3.9+j3.75	4.09+j3.37	22.57-j5.872	30.45+j5.05	22.57-j5.82
4.09+j3.41	3.9+j3.75	3.93+j3.77	22.69-j5.3	22.75-j5.79	30.44+j4.4

Columna 7 a columna 12

3.68+j6.4	3.91+j6.01	3.91+j6.03	3.93+j3.76	4.09+j3.37	4.09+j3.41
3.92+j6.01	3.65+j6.4	3.92+j6.01	4.1+j3.38	3.9+j3.75	4.1+j3.39
3.911+j6.03	3.91+j6.01	3.68+j6.4	4.09+j3.4	4.09+j3.37	3.93+j3.77
38.3+j15.16	31.18+j2.79	31.16+j3.24	30.41+j4.36	22.57-j5.872	22.69-j5.3
31.31+j2.78	38.35+j15.94	31.29+j2.8	22.75-j5.85	30.45+j5.05	22.75-j5.79
31.17+j3.25	31.17+j2.82	38.31+j15.19	22.68-j5.31	22.57-j5.82	30.44+j4.4
111.83+j110.82	103.01+j55.21	103.2+j55.04	100.39+j61.4	85.95+j12.69	86.14+j15.16
103.01+j55.21	111.29+j111.44	102.93+j55.27	86.16+j13.03	99.75+j62.01	86.10+j13.22
103.2+j55.04	102.93+j55.27	111.78+j110.93	86.1+j13.18	85.85+j12.83	100.43+j61.56
100.39+j61.4	86.16+j13.03	86.1+j13.18	306.14+j90.05	155.4-j0.88	147.73-j2.16
85.95+j12.69	99.75+j62.01	85.85+j12.83	155.4-j0.88	304.98+j90.69	155.26-j0.58
86.14+j15.16	86.10+j13.22	100.43+j61.56	147.73-j2.16	155.26-j0.58	306.5+j90.35

La rutina lazo hace uso de las expresiones 3.18 y 3.19, usando la matriz de impedancias primitivas del elemento serie de la línea.

Para la expresión 3.19 se tiene que:

$[Z]_{PP}$ = matriz diagonal definida por los subnodos 10,11 y 12.

$[Z]_{P'P'}$ = matriz diagonal definida por los subnodos 4,5 y 6.

$[Z]_{PP'}$ = matriz definida por los renglones de los subnodos 10,11 y 12 y las columnas de los subnodos 4,5 y 6.

$[Z]_{P'P}$ = matriz definida por los renglones de los subnodos 4,5 y 6 y las columnas de los subnodos 10,11 y 12.

La matriz Z barra aumenta tres renglones y tres columnas de acuerdo a las expresiones 3.18 y 3.19. La matriz diagonal de lazos se calcula aplicando la expresión 3.19 y el resto de las columnas y renglones con la expresión 3.18, que indica la resta de los renglones y columnas entre los subnodos 10,11 y 12 y 4,5 y 6. Al igual que el lazo a tierra, el lazo

hace aumentar en tamaño a la matriz, y por lo tanto tiene que ser reducida por medio de la aplicación de reducción de Kron. Después de agregar el lazo, la matriz modificada es:

Columna 1 a columna 6

23.35+j103.2	22.34+j75.76	22.4+j75.76	16.26+j27.02	14.65+j19.58	14.65+j19.67
22.34+j75.76	23.29+j103.22	22.34+j75.76	14.64+j19.63	16.23+j26.98	14.64+j19.64
22.4+j75.76	22.34+j75.76	23.35+j103.2	14.65+j19.66	14.65+j19.58	16.26+j27.04
16.26+j27.02	14.64+j19.63	14.65+j19.66	278.22+j63.45	49.91-j0.86	46.84-j0.61
14.65+j19.58	16.23+j26.98	14.65+j19.58	49.91-j0.86	278.43+j64.64	49.91-j0.78
14.65+j19.67	14.64+j19.64	16.26+j27.04	46.84-j0.61	49.91-j0.78	278.3+j63.49
5.14+j9.93	5.67+j9.19	5.65+j9.23	58.48+j29.11	46.14+j3.52	46.26+j4.22
5.66+j9.19	5.09+j9.91	5.66+j9.2	46.28+j3.63	58.19+j30.01	46.26+j3.72
5.65+j9.23	5.66+j9.19	5.13+j9.94	46.25+j4.2	46.11+j3.59	58.5+j19.67
10.79+j13.72	10.65+j11.35	10.62+j11.36	121.97+j23.76	54.74-j7.26	52.77+j19.64
10.69+j11.38	10.78+j13.74	10.69+j11.38	54.69-j7.25	121.78+j24.98	54.67+j27.04
10.61+j11.37	10.64+j11.37	10.79+j13.74	52.77-j6.41	54.71-j7.12	122.1-j0.614

Columna 7 a columna 12

5.14+j9.93	5.66+j9.19	5.65+j9.23	10.79+j13.72	10.69+j11.38	10.61+j11.37
5.67+j9.19	5.09+j9.91	5.66+j9.19	10.65+j11.35	10.78+j13.74	10.64+j11.37
5.65+j9.23	5.66+j9.2	5.13+j9.94	10.62+j11.36	10.69+j11.38	10.79+j13.74
58.48+j29.11	46.28+j3.63	46.25+j4.2	121.97+j23.76	54.69-j7.25	52.77-j6.41
46.14+j3.52	58.19+j30.01	46.11+j3.59	54.74-j7.26	121.78+j24.98	54.71-j7.12
46.26+j4.22	46.26+j3.72	58.5+j19.67	52.77+j19.64	47+j27.04	122.1-j0.614
105.89+j106.79	95.99+j52.12	96.18+j51.92	79.18+j51.01	57+j8.74	64.94+j9.4
95.99+j52.12	105.4+j107.46	95.93+j52.17	64.92+j9.01	8.56+j51.71	64.88+j9.16
96.18+j51.92	95.93+j52.17	105.85+j106.88	64.92+j9.36	64.51+j8.85	79.21+j51.11
79.18+j51.01	64.92+j9.01	64.92+j9.36	226.37+j71.84	96.85-j0.27	91.52-j0.88
64.57+j8.74	78.56+j51.71	64.51+j8.85	96.85-j0.27	225.09+j72.65	96.75-j.07
64.94+j9.4	64.88+j9.16	79.21+j51.11	91.52-j0.88	96.75-j.07	226.61+j72

El segundo lazo a tierra es el elemento de la línea conectada entre los subnodos 4,5 y 6 y tierra. Para la matriz de impedancias propia de los lazos, se utiliza en la primera expresión de 3.24, la matriz diagonal definida por los subnodos 4,5 y 6 y la matriz de impedancias primitivas del elemento paralelo de la línea. El resto de los renglones y columnas son los mismos de los subnodos 4,5 y 6. Por último se reduce la matriz Z barra a sus dimensiones originales de 12×12.

La red completa es la mostrada por la figura 3.21 y la siguiente matriz es la matriz Z barra completa de la red.

Columna 1 a columna 6

SUBNODOS	1	2	3	4	5	6
1	23.83+j102.67	22.8+j75.23	22.86+j75.23	16.16+j23.31	14.27+j16.41	14.27+j16.55
2	22.8+j75.23	23.77+j102.69	22.8+j75.23	14.27+j16.46	16.11+j23.32	14.27+j16.48
3	22.86+j75.23	22.8+j75.23	23.83+j102.67	14.27+j16.54	14.27+j16.41	16.16+j23.32
4	16.16+j23.31	14.27+j16.46	14.27+j16.54	257.96+j42.65	40.91-j5.96	39.18-j4.63
5	14.27+j16.41	16.11+j23.32	14.27+j16.41	40.91-j5.96	259.31+j44.71	40.94-j5.86
6	14.27+j16.55	14.27+j16.48	16.16+j23.32	39.18-j4.63	40.94-j5.86	258.04+j42.68
7	5.18+j8.55	5.63+j7.83	5.62+j7.87	54.11+j23.13	41.25-j0.21	41.42+j0.61
8	5.63+j7.84	5.12+j8.54	5.62+j7.84	41.4-j0.11	53.89+j24.16	41.39-j0.03
9	5.61+j7.88	5.62+j7.84	5.17+j8.56	41.4+j0.59	41.23-j0.14	54.14+j23.19
10	10.46+j11.63	10.2+j9.43	10.17+j9.44	111.91+j14.95	47.38-j10.68	45.89-j9.44
11	10.24+j9.44	10.44+j11.66	10.24+j9.44	47.33-j10.68	112.07+j16.45	47.32-j10.55
12	10.17+j9.46	10.19+j9.44	10.46+j11.65	45.89-j9.44	47.36-j10.55	112.04+j15.01

Columna 7 a columna 12

SUBNODOS	7	8	9	10	11	12
1	5.18+j8.55	5.63+j7.84	5.61+j7.88	10.46+j11.63	10.24+j9.44	10.17+j9.46
2	5.63+j7.83	5.12+j8.54	5.62+j7.84	10.2+j9.43	10.44+j11.66	10.19+j9.44
3	5.62+j7.87	5.62+j7.84	5.17+j8.56	10.17+j9.44	10.24+j9.44	10.46+j11.65
4	54.11+j23.13	41.4-j0.11	41.4+j0.59	111.91+j14.95	47.33-j10.68	45.89-j9.44
5	41.25-j0.21	53.89+j24.16	41.23-j0.14	47.38-j10.68	112.07+j16.45	47.36-j10.55
6	41.42+j0.61	41.39-j0.03	54.14+j23.19	45.89-j9.44	47.32-j10.55	112.04+j15.01
7	104.27+j104.8	94.14+j50.21	94.32+j50.02	76.22+j48.22	61.33+j5.62	61.73+j7.33
8	94.14+j50.21	103.8+j105.44	94.08+j50.25	61.7+j6.88	75.62+j48.96	61.66+j7.03
9	94.32+j50.02	94.08+j50.25	104.24+j104.8	61.7+j7.3	61.27+j6.73	76.25+j48.32
10	76.22+j48.22	61.7+j6.88	61.7+j7.3	220.72+j68.13	91.75-j2.19	86.6-j2.66
11	61.33+j5.62	75.62+j48.96	61.27+j6.73	91.75-j2.19	219.53+j69.02	91.66-j1.99
12	61.73+j7.33	61.66+j7.03	76.25+j48.32	86.6-j2.66	91.66-j1.99	220.95+j68.27

3.6 COMENTARIOS.

En este capítulo se realizó la adaptación del método, para generar la matriz Z barra de una red monofásica, al caso de redes polifásicas. El proceso se ha mostrado mediante un ejemplo donde se hace notar la dimensión de las matrices con que se trabaja. Si la matriz Z barra se obtiene con el apoyo de una computadora, la memoria de la misma, podría llegar a saturarse debido a las grandes dimensiones de las matrices. Limitando el estudio de sistemas de potencia, a sólo sistemas de tamaño definido. Lo cual hace necesario el desarrollo de un algoritmo, que permita encontrar un equivalente reducido del modelo de la red.

En el capítulo siguiente, se mostrará como el equivalente de la red, puede obtenerse extrayendo de la matriz Z barra completa del sistema, una matriz con ejes correspondientes a los nodos que se desea permanezcan. Implantando con ésto, la base para desarrollar un algoritmo de reducción de la red completa manejando matrices de menor tamaño.

CAPÍTULO IV

DESARROLLO DEL ALGORITMO DE REDUCCIÓN DE LA RED COMPLETA

El crecimiento y la complejidad de los sistemas eléctricos de potencia hacen ver lo impráctico que resulta la solución de grandes redes eléctricas con los métodos tradicionales, y lo indispensable del uso de técnicas computacionales, que ayuden a mejorar la exactitud y confiabilidad de un análisis de redes.

De vital importancia resulta, para el ingeniero, la modelación simplificada de una red eléctrica para realizar cualquier estudio en algún punto específico. Esto sólo es posible de manera efectiva empleando métodos que simplifiquen el análisis y permitan el uso de la computadora.

En un momento dado, se requieren conocer los parámetros de una red en ciertos puntos solamente; por lo tanto, sería un trabajo innecesario el realizar el análisis en la red completa y de manera detallada. En este caso lo que se debe hacer es reducir la red a la magnitud necesaria, simplificándola de tal forma que queden menos cálculos a efectuar y así poder conocer los parámetros buscados con mayor rapidez y ahorrando capacidad computacional. Es importante hacer notar que esta red equivalente debe tener las mismas impedancias aparentes, entre los nodos que no fueron eliminados, que la red original.

Este capítulo describe un método de reducción basado en algebra matricial. Comienza con la explicación de como un equivalente tiene las mismas impedancias propias y mutuas que la matriz Z barra completa de la red original y termina con los pasos aplicados en el método de reducción de la red por medio de dos formas, aplicando los algoritmos de construcción y por inversión de Y barra.

4.1 PROCEDIMIENTO DE OBTENCIÓN DEL EQUIVALENTE.

La matriz Z barra de un sistema se puede formar por los medios vistos en el capítulo anterior. Una pequeña matriz Z_s con ejes correspondientes a sólo los nodos a permanecer, se extrae (no requiriendo un proceso matemático) de la matriz completa. Esta pequeña matriz tiene la impedancia propia y la impedancia mutua de la red original para los nodos a permanecer con respecto al nodo de referencia. La matriz extraída se invierte para obtener la matriz de admitancia nodal de la red equivalente que contiene los nodos a

permanecer. Recordando que los elementos diagonales Y_{ii} , de la matriz de admitancias nodal son la suma de las admitancias conectadas al nodo particular i y que los elementos fuera de la diagonal Y_{ij} son el valor negativo de la admitancia conectada entre los nodos i y j , se puede expresar la matriz de la siguiente forma:

$$Z_s^{-1} = Y_s = \begin{bmatrix} \sum Y_1 & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots \\ -Y_{21} & \sum Y_2 & -Y_{23} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Definase una nueva matriz Y' en la cual los elementos de la diagonal principal de la matriz Y_s son reemplazados por el negativo de la suma de los elementos del renglón correspondiente y , los elementos fuera de la diagonal permanecen sin cambio. De acuerdo con esto Y' se puede expresar como:

$$Y' = \begin{bmatrix} -Y_{10} & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots \\ -Y_{21} & -Y_{20} & -Y_{23} & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

En la ecuación matricial 4.2, los elementos Y_{i0} son las admitancias primitivas conectadas entre el i -ésimo nodo y el nodo de referencia. Si se obtiene una nueva matriz Z' en la cual cada elemento es el recíproco negativo de cada elemento de la matriz Y' , los elementos de la matriz Z' son las impedancias primitivas de las líneas de la red equivalente.

A partir de estos valores de impedancia se puede trazar la red equivalente reducida y construir su matriz de impedancias Z barra, comprobando que las impedancias propias y mutuas del equivalente son las mismas de la red original, y que el equivalente se obtiene simplemente extrayendo la matriz con ejes correspondientes a los nodos del equivalente, de la matriz Z barra completa.

Sin embargo, esto no es posible realizarlo con la matriz de admitancias Y barra, ya que el equivalente no se extrae de la matriz tan fácilmente, como sucede con la matriz Z barra, puesto que es necesario reducir la matriz a sólo los nodos a permanecer, y para realizar esto se necesita la matriz Y barra completa. Si se extrayera de la matriz Y barra una pequeña matriz Y_s y se realizaran los pasos anteriores, se obtendrían una matriz con impedancias primitivas, que no corresponderían a los valores correctos, y por lo tanto no resultarían las mismas impedancias propias y mutuas de la red original.

Supóngase ahora que se requiere realizar un estudio de un sistema cuya matriz Z barra no puede ser almacenada en la memoria de la computadora que está disponible. También supóngase que sólo la matriz de la mitad del sistema puede ser almacenada en la memoria de la computadora.

El sistema puede estudiarse dividiendo en dos partes la red completa, como se muestra en la figura 4.1. Se forma la matriz de la parte A de la red, incluyendo las líneas (A1-B1), (A2-B2) y (A3-B3), por medio del algoritmo de construcción mostrado anteriormente. Se obtiene la red equivalente de la parte A, como se mencionó antes, permaneciendo los nodos B1, B2 y B3.

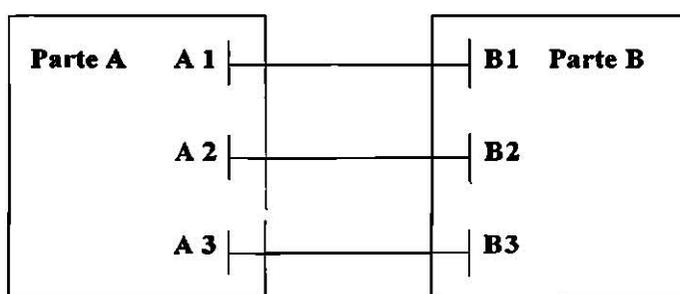


Figura 4.1 División de la red en dos partes.

Las impedancias de las líneas de la red equivalente se obtienen de la forma antes mencionada calculando Z' , y sus valores son incluidos en los datos para la parte B.

Hecho esto, el estudio del área B puede iniciarse tomando en cuenta el área A como se muestra en la figura 4.2.

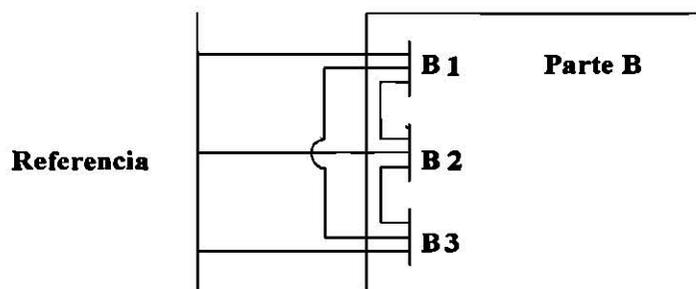


Figura 4.2 Equivalente de A conectado a B.

Cuando se forma la matriz Z barra del área B, y las líneas de la red equivalente del área A son introducidas al principio, la matriz que resultará al terminar de incluir sólo

estas líneas será exactamente la matriz Z_s . Todos los pasos después de la extracción de la matriz pequeña Z_s (inversión, reemplazo de elementos de la diagonal, etc.) son innecesarios. Todo lo realizado por estas operaciones fue simplemente detectar los ejes correspondientes a los nodos a permanecer de la matriz Z_s y colocarlos en la esquina superior izquierda de la matriz y por último borrar el resto de la matriz. Todo esto permite que ya no sea limitado en tamaño un sistema cuya matriz llenaría la memoria de la computadora.

Cuando una rama se agrega a la matriz Z barra, los únicos elementos que toman parte en la modificación de la matriz son los elementos y columnas de los subnodos a los que está conectada la rama. En la suma de un lazo los únicos renglones y columnas que toman parte en la modificación de Z barra son los renglones y columnas cuyas posiciones en la matriz son las de los subnodos entre los cuales está conectado. Lo mismo sucede con la suma de una rama a tierra y un lazo a tierra. Por lo tanto, una vez que todas las líneas conectadas a un subnodo han sido agregadas a la matriz, los renglones y columnas correspondientes a estos subnodos nunca volverán a tomar parte en la modificación de la matriz de impedancias Z barra.

Si los subnodos que no tienen más líneas conectadas a ellos, no pertenecen a la parte del sistema a ser estudiado, los elementos de la matriz en los renglones y columnas correspondientes no serán usados para el análisis.

Una vez que todas las líneas conectadas a un subnodo, que no pertenece al área de estudio, han sido agregadas a la matriz, los ejes correspondientes al subnodo deben ser eliminados. Un eje de la matriz Z barra se elimina simplemente borrando el renglón y columna y recorriendo la matriz hacia arriba. La menor cantidad de movimiento de los elementos de la matriz en la eliminación de un renglón y una columna se logra reemplazando los ejes no requeridos por los últimos ejes de la matriz y borrando el último renglón y columna.

El procedimiento de reducción se resume en la figura 4.3. En la figura 4.3a se muestra la matriz Z barra del área A, donde se indican los buses B2, B1 y B3, que son los buses del área B a los que están conectadas las líneas de interface entre las dos áreas. Al ir conectando todas las líneas de cada nodo (excepto B2, B1 y B3) se van eliminando los renglones y columnas correspondientes, hasta obtener una matriz reducida como la mostrada en la figura 4.3b. Posteriormente, para analizar el área B, simplemente se toma como punto de inicio para la conexión de todas las líneas de esta área la matriz Z barra reducida del área A, como se muestra en la figura 4.3.c.

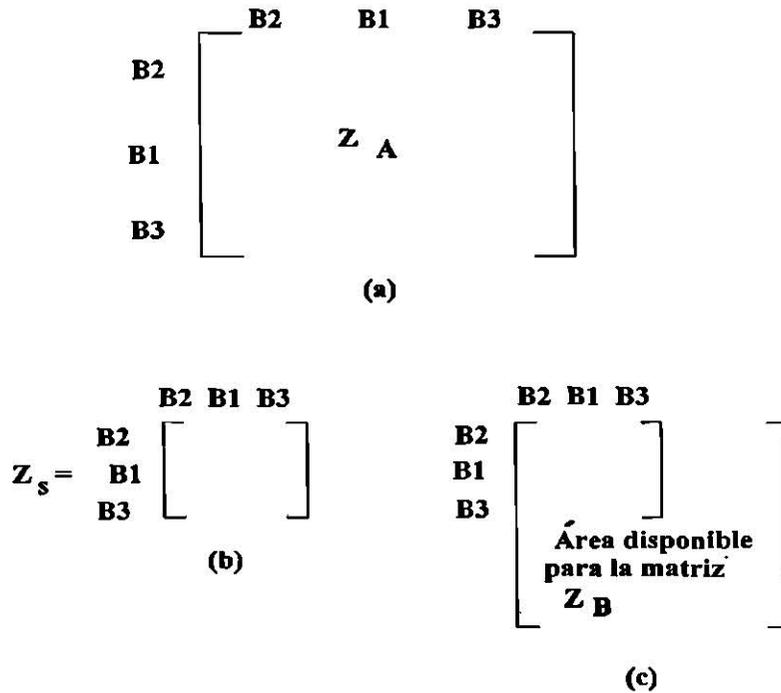


Figura 4.3 Pasos a seguir en la construcción de la matriz Z barra usando el equivalente del área A.

4.2 ALGORITMO DE REDUCCIÓN.

PREPARACIÓN DE LOS DATOS.

Como se mencionó anteriormente, el orden de los datos para la formación de Z barra no tiene que seguir ninguna regla particular, sin embargo cuando se va a realizar una reducción de un sistema es necesario dividir los datos en dos áreas, antes de comenzar la construcción de Z barra o Y barra, según sea el caso. De cualquier forma, antes de comenzar a reducir es necesario ir construyendo la matriz Y barra o Z barra, para el caso de Y barra los elementos que pertenecen al área a ser estudiada deben ir al principio de la lista de los datos, por otro lado para el caso de reducción por medio de los algoritmos de Z barra, los elementos que pertenecen al área de estudio deben de colocarse al final de la lista de datos.

Z barra	
Elementos del área sin interés	Matrices de las ramas serie y paralelo
Elementos del área a estudiar	Matrices de las ramas serie y paralelo

Figura 4.3.1 Lista de datos de elementos

Y barra	
Elementos del área a estudiar	Matrices de las ramas serie y paralelo
Elementos del área sin interés	Matrices de las ramas serie y paralelo

Figura 4.3.2 Lista de datos de elementos.

Se ha estado trabajando con dos formas de construcción de Z barra: inversión de Y barra y algoritmos de construcción directa, también en la reducción de un sistema existen estas dos posibilidades, sin embargo aquí se entenderá la razón del por qué se optó por la reducción de Z barra construyéndola por los algoritmos y no por inversión de Y barra.

REDUCCIÓN DE Z BARRA.

Anteriormente se mencionó que una vez que todas las líneas conectadas a un subnodo han sido agregadas a la matriz Z barra, los elementos de los renglones y columnas correspondientes a estos subnodos ya no tomarán parte en la modificación de Z barra, en base a esto, estos renglones y columnas se eliminan de la matriz y la matriz se recorre como se mencionó.

Esto es una gran ventaja ya que al terminar de agregar las líneas conectadas a un nodo todos los renglones y columnas correspondientes al nodo se eliminan y así la matriz Z barra disminuye en tamaño y por lo tanto ocupa menos memoria en la computadora. Para lograr esto es necesario guardar un cierto orden en la lista de datos, no es un orden estricto, simplemente se dan los datos como van apareciendo en el diagrama unifilar del sistema, de esta forma se asegura que el orden de aparición, en la lista de datos, de las líneas conectadas a un mismo nodo o subnodos se localice lo más cercano posible, evitando así que la matriz crezca y sature la memoria de la computadora antes de que haga la primera reducción. Por supuesto que el orden en cuanto a fases de las líneas se tiene que seguir respetando, mayor a menor.

El algoritmo de reducción sigue los siguientes pasos:

1. Los datos (número de fases, subnodos, matrices) son colocados en una lista, de acuerdo al orden de aparición en el diagrama unifilar.
2. La lista se divide en dos áreas, una lista de datos con los subnodos que definen el área de estudio y lista de datos que pertenecen al área sin interés.
3. La lista con los subnodos que definen el área de estudio es colocada después de la lista de datos del área que no interesa.

4. Comienza la construcción de Z barra.
5. Cuando todas las líneas conectadas a un subnodo, que no pertenece al área de interés, se han agregado a la matriz, se reemplazan los ejes de Z barra definidos por el subnodo, por los últimos ejes de la matriz y se borran el último renglón y columna.

De esta forma al terminar de agregar todos los datos, la matriz que queda es Z_s , la matriz que muestra las impedancias propias y mutuas de la red equivalente.

REDUCCIÓN DE Y BARRA.

Para la reducción de Y barra no es posible realizar lo mismo que para Z barra, ya que su construcción maneja lo siguiente:

- Se construye en base a nodos y no a elementos.
- Su lista de datos no requiere un orden.

Por estas razones se imposibilita el ir construyendo la matriz Y barra y realizar la reducción al mismo tiempo.

Para reducir un sistema a partir de la matriz Y barra, es necesario tener la matriz completa, hecho que puede saturar la memoria de la computadora, a menos que se empleen técnicas de empaquetamiento de matrices dispersas.

La reducción para Y barra sigue los siguientes pasos:

1. Los datos son colocados en una lista.
2. La lista es dividida en un área que contenga los elementos a permanecer y un área que contenga los elementos que no son de interés.
3. Los datos del área de estudio se colocan primero.
4. Se construye Y barra.
5. Se reduce Y barra, por reducción de Kron, eliminando todos los renglones y columnas correspondientes a los subnodos que no interesan.
6. Se obtiene la inversa de Y barra reducida.

Así se obtiene la misma matriz Z_s , que con la reducción por medio de la construcción de Z barra por algoritmos. Sin embargo por medio de los algoritmos de construcción de Z barra, se ahorra memoria en la computadora.

4.3 PROCEDIMIENTO COMPUTACIONAL.

1. Identificar los elementos de la red.
2. Contar los elementos conectados a cada subnodo.
3. Tomar el primer elemento identificado e incluirlo dentro de la matriz Z barra de acuerdo a su tipo, y aplicando las rutinas necesarias.
4. Después de conectar un elemento:
Restar un elemento a cada subnodo entre los que se encuentra conectado el elemento que se acaba de incluir.
5. Si algún subnodo o grupo de subnodos no tienen más elementos conectados a ellos, y además no se encuentran en el área de interés, entonces sus columnas y renglones dentro de la matriz Z barra, son borrados de la matriz y los renglones y columnas del subnodo o grupo de subnodos pertenecientes al último elemento al que se encontraban conectados los subnodos eliminados, pasan a tomar las posiciones de éstos dentro de la matriz Z barra.
6. Tomar el siguiente elemento y repetir el procedimiento.

4.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN CON REDUCCIÓN.

Para la construcción y la reducción simultánea de la matriz Z barra, se utiliza la misma red de la figura 3.12. La numeración, los datos y el orden de éstos son idénticos a los del capítulo III. La red será reducida y sólo permanecerán los elementos conectados entre los subnodos 4,5 y 6 y el grupo 10,11 y 12, que viene siendo la línea 4, de esta forma se manejará una matriz más pequeña durante la construcción hasta llegar al equivalente de la red representado por la línea 4.

Para esta aplicación se incluye un vector que contiene el número de elementos conectados a cada subnodo de la red. Para el caso de la figura 3.12 el vector es:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS	SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
1	3	7	5
2	3	8	5
3	3	9	5
4	6	10	4
5	6	11	4
6	6	12	4

La construcción de la matriz se inicia de igual manera que se hizo en el capítulo III. El primer elemento a incluir es el generador G1. Después de realizar la rutina de rama a tierra, se resta un elemento a cada subnodo conectado a G1, en este caso el contador queda así:

SUBNODO	No. DE ELEMENTOS
1	2
2	2
3	2

Como aún existen elementos conectados a estos subnodos, no se eliminan de la matriz Z barra. Hasta aquí se tiene conectado el primer elemento y la matriz es:

SUBNODOS	1	2	3
1	0.0+j110.207	0.0+j82.655	0.0+j82.655
2	0.0+j82.655	0.0+j110.207	0.0+j82.655
3	0.0+j82.655	0.0+j82.655	0.0+j110.207

A continuación se conecta la línea 1. Se realiza la primera rutina (lazo a tierra) y se quita un elemento más a los subnodos 1,2 y 3. Como aún existe un elemento conectado a estos subnodos, siguen permaneciendo en Z barra.

SUBNODO	No. DE ELEMENTOS
1	1
2	1
3	1

Al efectuar la segunda rutina (rama), se resta el último elemento conectado a los subnodos 1,2 y 3, y el primero a los subnodos 4,5 y 6, el contador y la matriz Z barra son:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
1	0
2	0
3	0
4	5
5	5
6	5

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	1	2	3	4	5	6
1	11.27+j113.41	10.87+j85.69	10.90+j85.70	11.27+j113.41	10.87+j85.69	10.90+j85.70
2	10.87+j85.69	11.25+j113.41	10.87+j85.69	10.87+j85.69	11.25+j113.41	10.87+j85.69
3	10.90+j85.70	10.87+j85.69	11.27+j113.41	10.90+j85.70	10.87+j85.69	11.27+j113.41
4	11.27+j113.41	10.87+j85.69	10.90+j85.70	878.8+j539.23	105.7+j143.24	92.53+j138.53
5	10.87+j85.69	11.25+j113.41	10.87+j85.69	105.7+j143.24	878.67+j542.8	105.67+j143.2
6	10.90+j85.70	10.87+j85.69	11.27+j113.41	92.53+j138.53	105.67+j143.2	878.8+j539.23

Como ya han sido agregados todos los elementos conectados a los subnodos 1,2 y 3, se han tomado en cuenta su efectos en la red total. Observando que no se encuentran en el área de interés (subnodos conectados a los extremos de la línea 4), los renglones y columnas definidos por estos subnodos son reemplazados por los últimos renglones y columnas definidos por los subnodos 4,5 y 6. Los subnodos 1,2 y 3 son borrados de la lista de subnodos y la matriz resultante es:

SUBNODOS	4	5	6
4	878.8+j539.23	105.7+j143.24	92.53+j138.53
5	105.7+j143.24	878.67+j542.8	105.67+j143.2
6	92.53+j138.53	105.67+j143.2	878.8+j539.23

Continuando con la última rutina (lazo a tierra), la matriz vuelve a ser modificada quedando:

SUBNODOS	4	5	6
4	736.952+j173.94	105.016+j49.708	91.668+j42.144
5	105.016+j49.708	734.349+j169.52	105.053+j49.738
6	91.668+j42.144	105.053+j49.738	736.958+j173.944

Y el contador resta un elemento a cada subnodo:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	4
5	4
6	4

El siguiente elemento es la línea 2, ésta se encuentra conectada entre los subnodos 4,5 y 6 y los subnodos 7,8 y 9. Las rutinas son las mismas que las de la línea 1. Para la primera rutina (lazo a tierra) se resta un elemento al grupo de subnodos 4,5 y 6 y se hacen los cambios correspondientes a la matriz:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	3
5	3
6	3

SUBNODOS	4	5	6
4	526.656+j18.959	47.249+j2.28	51.128+j4.156
5	47.249+j2.28	536.844+j20.807	47.362+j2.33
6	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j18.967

Al aplicar la segunda rutina (rama), la matriz crece tres renglones y tres columnas, se resta un elemento al grupo 4,5 y 6 y el otro grupo 7,8 y 9 se incluye en la lista con un elemento menos.

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
7	4
8	4
9	4

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	7	8	9
4	526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128+j4.156	526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128-j4.156
5	47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362+j2.33	47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362-j2.33
6	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0
7	526.656+j19.0	47.249+j2.28	51.128+j4.156	1880.18+j842	137.658+j104	112.969+j58.3
8	47.249+j2.28	536.844+j20.8	47.362+j2.33	137.658+j104	1868.79+j802	137.609-j104
9	51.128+j4.156	47.362+j2.33	526.683+j19.0	112.969+j58.3	137.609+j104	1880.233+j842

Todos los subnodos tienen aún elementos conectados a ellos, así que la matriz sigue sin cambios. La tercera rutina es un lazo a tierra, aquí se resta un elemento al grupo 7,8 y 9 y todos los valores de la matriz Z barra se alteran:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
7	3
8	3
9	3

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	7	8	9
4	443.8+j20.26	34.24+j6.06	39.17+j4.7	225.14-j98.36	0.11-j7.46	17.66-j7.48
5	34.24+j6.06	453.61+j18.99	34.34+j6.08	0.01-j7.46	245.21-j99.53	0.17-j7.44
6	39.17+j4.7	34.34+j6.08	443.82+j20.27	17.65-j7.48	0.26-j7.45	225.15-j98.37
7	225.14-j98.36	0.01-j7.46	17.65-j7.48	961.62-j26.71	5.64-j7.58	41.47-j2.41
8	0.11-j7.46	245.21-j99.53	0.26-j7.45	5.64-j7.58	1003.24-j21.68	5.95-j7.51
9	17.66-j7.48	0.17-j7.44	225.15-j98.37	41.47-j2.41	5.95-j7.51	961.67-j26.71

El siguiente elemento es el generador G2, conectado entre los subnodos 7,8 y 9 y tierra, por lo que se resta un elemento a este grupo de subnodos. La rutina aplicada es la

de lazo a tierra, así que la matriz no cambia en tamaño pero si los valores de sus elementos.

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
7	2
8	2
9	2

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	7	8	9
4	412.68+j69.74	45.91+j11.18	44.45+j11.96	38.12+j35.12	32.39+j22.4	32.27+j22.89
5	45.91+j11.18	415.53+j71.42	45.96+j11.22	32.53+j22.47	38.16+j35.8	32.53+j22.47
6	44.45+j11.96	45.96+j11.22	412.7+j69.75	32.27+j22.9	32.39+j22.4	38.13+j35.13
7	38.12+j35.12	32.53+j22.47	32.27+j22.9	81.72+j179.85	78.51+j124.89	78.43+j124.86
8	32.39+j22.4	38.16+j35.8	32.39+j22.4	78.51+j124.89	81.5+j179.9	78.5+j124.89
9	32.27+j22.89	32.53+j22.47	38.13+j35.13	78.43+j124.86	78.5+j124.89	81.72+j179.86

El siguiente elemento es la línea 3, ésta se encuentra conectada entre los subnodos 7,8 y 9 y los subnodos 10,11 y 12. Las rutinas son las mismas que las de la línea 1. Para la primera rutina (lazo a tierra) se resta un elemento al grupo de subnodos 7,8 y 9 y se hacen los cambios correspondientes a la matriz:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
7	1
8	1
9	1

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	7	8	9
4	412.6+j66.86	45.69+j8.37	44.24+j9.15	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
5	45.69+j8.37	415.45+j68.54	45.73+j8.41	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
6	44.24+j9.15	45.73+j8.41	412.62+j66.88	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
7	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83	110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
8	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37	104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
9	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02	104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6

Al aplicar la segunda rutina (rama), la matriz crece tres renglones y tres columnas, se resta un elemento al grupo 7,8 y 9 y otro al grupo 10,11 y 12 que se incluye a la lista de subnodos.

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
7	0
8	0
9	0
10	3
11	3
12	3

MATRIZ Z BARRA

Columna 1 a columna 6

SUBNODOS	4	5	6	7	8	9
4	412.6+j66.86	45.69+j8.37	44.24+j9.15	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
5	45.69+j8.37	415.45+j68.54	45.73+j8.41	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
6	44.24+j9.15	45.73+j8.41	412.62+j66.88	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
7	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83	110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
8	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37	104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
9	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02	104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6
10	42.1+j25	35.87+j12.38	35.67+j12.83	110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
11	35.71+j12.35	42.09+j25.71	35.71+j12.37	104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
12	35.66+j12.82	35.85+j12.39	42.07+j25.02	104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6

Columna 7 a columna 9

SUBNODOS	10	11	12
4	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
5	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
6	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
7	110.36+j150.5	104.74+j94.97	104.87+j94.89
8	104.74+j94.97	109.88+j150.8	104.68+j94.98
9	104.87+j94.89	104.68+j94.98	110.29+j150.6
10	366.58+j290	221.92+j161.15	213.08+j156.1
11	221.92+j161.15	365.75+j290.1	35.71+j160.9
12	213.08+j156.1	35.71+j160.9	366.68+j290.15

Todos los elementos conectados al grupo de subnodos 7,8 y 9 ya han sido tomados en cuenta. Al no encontrarse en el área de estudio pueden ser eliminados de la matriz Z barra. Para esto los renglones y columnas pertenecientes a estos subnodos son reemplazados por los últimos renglones y columnas de la matriz Z barra definidos por los subnodos 10,11 y 12. Entonces la lista de subnodos y la matriz quedan así:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
10	3
11	3
12	3

SUBNODOS	4	5	6	10	11	12
4	412.6+j66.86	45.69+j8.37	44.24+j9.15	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82
5	45.69+j8.37	415.45+j68.54	45.73+j8.41	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39
6	44.24+j9.15	45.73+j8.41	412.62+j66.88	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02
10	42.1+j25	35.71+j12.35	35.66+j12.82	366.58+j290	221.92+j161.2	213.08+j156.1
11	35.87+j12.38	42.09+j25.71	35.85+j12.39	221.92+j161.2	365.75+j290.1	35.71+j160.9
12	35.67+j12.83	35.71+j12.37	42.07+j25.02	213.08+j156.1	35.71+j160.9	366.68+j290.2

La tercera rutina es un lazo a tierra, aquí se resta un elemento al grupo 10,11 y 12 y todos los valores de la matriz Z barra se alteran:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
10	2
11	2
12	2

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	10	11	12
4	411.42+j65.21	44.39+j6.8	42.97+j7.58	35.87+j8.99	28.41-j2	28.47-j1.52
5	44.39+j6.8	414.29+j66.9	44.44+j6.85	28.56-j1.98	35.95+j9.68	28.55-j1.92
6	42.97+j7.58	44.44+j6.85	411.44+j65.23	28.46-j1.53	28.4-j1.95	35.89+j9.05
10	35.87+j8.99	28.56-j1.98	28.46-j1.53	343.31+j141.3	193.06+j38.83	184.72+j35.5
11	28.41-j2	35.95+j9.68	28.4-j1.95	193.06+j38.83	342.39+j141.3	192.85+j39.14
12	28.47-j1.52	28.55-j1.92	35.89+j9.05	184.72+j35.5	192.85+j39.14	343.61+j141.7

El sexto elemento en la lista de datos del sistema es una línea trifásica conectada entre el grupo 10,11 y 12 y el grupo 4,5 y 6, y cabe hacer notar que es el último elemento por conectar a la red, y además todos los subnodos entre los que se encuentra conectado pertenecen al área de interés y por lo tanto no serán removidos de la matriz. La primera rutina es un lazo a tierra del grupo 10, 11 y 12 a tierra, así que se resta un elemento a este grupo de subnodos y se realizan los cambios correspondientes a la matriz Z barra.

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	2
5	2
6	2
10	1
11	1
12	1

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	10	11	12
4	410.65+j64.85	43.58+j6.49	42.16+j7.27	30.41+j4.36	22.57-j5.872	22.69-j5.3
5	43.58+j6.49	413.52+j66.54	43.62+j6.53	22.75-j5.85	30.45+j5.05	22.75-j5.79
6	42.16+j7.27	43.62+j6.53	410.68+j64.87	22.68-j5.31	22.57-j5.82	30.44+j4.4
10	30.41+j4.36	22.75-j5.85	22.68-j5.31	306.14+j90.05	155.4-j0.88	147.73-j2.16
11	22.57-j5.872	30.45+j5.05	22.57-j5.82	155.4-j0.88	304.98+j90.69	155.26-j0.58
12	22.69-j5.3	22.75-j5.79	30.44+j4.4	147.73-j2.16	155.26-j0.58	306.5+j90.35

La siguiente rutina es la de lazo, este elemento está entre los subnodos 10, 11 y 12 y 4, 5 y 6, entonces es necesario restar a cada subnodo un elemento. Después modificar la matriz Z barra aplicando la rutina lazo. Al final se tiene la matriz Z barra y la lista de subnodos así:

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	1
5	1
6	1
10	0
11	0
12	0

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	10	11	12
4	278.22+j63.45	49.91-j0.86	46.84-j0.61	121.97+j23.76	54.69-j7.25	52.77-j6.41
5	49.91-j0.86	278.43+j64.64	49.91-j0.78	54.74-j7.26	121.78+j24.98	54.71-j7.12
6	46.84-j0.61	49.91-j0.78	278.3+j63.49	52.77+j19.64	54.67+j27.04	122.1-j0.614
10	121.97+j23.76	54.74-j7.26	52.77+j19.64	226.37+j71.84	96.85-j0.27	91.52-j0.88
11	54.69-j7.25	121.78+j24.98	54.67+j27.04	96.85-j0.27	225.09+j72.65	96.75-j0.7
12	52.77-j6.41	54.71-j7.12	122.1-j0.614	91.52-j0.88	96.75-j.07	226.61+j72

Aunque, como se observa en la lista de subnodos, todos los elementos del grupo 10, 11 y 12 ya han sido conectados; no se eliminan de la matriz por que estos pertenecen a la línea 4. La última rutina (lazo a tierra) es el elemento del grupo 4, 5 y 6 a tierra, por lo tanto se resta el último elemento al grupo 4, 5 y 6 indicando con esto que es el último elemento a conectar de la red. Por lo que el contador de elementos en la lista de subnodos debe quedar en ceros al terminar de incluir todos los elementos.

SUBNODOS	No. DE ELEMENTOS
4	0
5	0
6	0
10	0
11	0
12	0

MATRIZ Z BARRA

SUBNODOS	4	5	6	10	11	12
4	257.96+j42.65	40.91-j5.96	39.18-j4.63	111.91+j14.95	47.33-j10.68	45.89-j9.44
5	40.91-j5.96	259.31+j44.71	40.94-j5.86	47.38-j10.68	112.07+j16.45	47.36-j10.55
6	39.18-j4.63	40.94-j5.86	258.04+j42.68	45.89-j9.44	47.32-j10.55	112.04+j15.01
10	111.91+j14.95	47.38-j10.68	45.89-j9.44	220.72+j68.13	91.75-j2.19	86.6-j2.66
11	47.33-j10.68	112.07+j16.45	47.32-j10.55	91.75-j2.19	219.53+j69.02	91.66-j1.99
12	45.89-j9.44	47.36-j10.55	112.04+j15.01	86.6-j2.66	91.66-j1.99	220.95+j68.27

Siendo la línea 4 el último elemento de la red, el equivalente de la matriz Z barra de la red ha quedado completo tomando en cuenta la influencia de todos los elementos. Para comprobar el resultado de la obtención del equivalente, puede extraerse de la matriz completa de la red, resultado del ejemplo del capítulo III, la matriz con los ejes correspondientes a los subnodos 4, 5, 6, 10, 11 y 12 y compararse con el equivalente resultante en este ejemplo.

4.5 COMENTARIOS.

En este capítulo se ha desarrollado un método para reducir la matriz Z barra manteniendo únicamente los nodos de interés. Tradicionalmente, en la práctica, se trabaja con la matriz Y barra. En este trabajo, sin embargo, se propuso que la matriz Z barra es más conveniente; la razón principal es que ésta se puede simultáneamente ir formando y reduciendo; logrando al mismo tiempo ir eliminando los nodos de los que no se desea saber la salida. Por lo tanto, su formación es más rápida que la de la matriz Y barra. Adicionalmente, esta última se puede obtener de la inversa de Z barra. El método descrito ha servido de base para desarrollar un programa digital para reducir redes eléctricas representadas por su matriz Z barra. El algoritmo que se ha mostrado mediante un ejemplo es simple y muy eficiente permitiendo, de una manera rápida, formar un equivalente compacto de una red eléctrica para diversos tipos de estudios; por ejemplo los de análisis de transitorios.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

En la práctica, las redes eléctricas generalmente constan de una gran cantidad de nodos. La representación de éstas, para diversos estudios, suele hacerse mediante matrices. El número de elementos de estas matrices corresponde al cuadrado del número de nodos. Una complicación adicional es que en general los nodos son polifásicos, lo cual incrementa aún más el número de elementos de dichas matrices. En un análisis, si bien es necesario tomar en cuenta todos o casi todos los elementos de la red, sólo unos cuantos nodos serán de interés. Estos corresponden a los nodos de entrada y salida; los primeros son aquellos en los que se presentan excitaciones y los segundos son aquellos en los que se desea determinar su estado.

La manera de atacar la complejidad antes descrita consiste en reducir la matriz (o la red) original a una equivalente, que tome en cuenta la influencia de cada uno de los elementos que componen la red completa y cuyas entradas correspondan a los nodos de interés.

Convencionalmente, en la práctica, las redes eléctricas se representan mediante la matriz Y barra y la reducción generalmente se hace aplicando partición de matrices, o bien reducción de Kron. Otra forma es mediante equivalentes RLC, donde su obtención presenta la complicación del uso de métodos iterativos, aplicación de criterios y todo lo que implica la solución de sistemas de ecuaciones.

En este trabajo se ha propuesto la representación de redes eléctricas mediante la matriz Z barra. Por lo que se ha generalizado el algoritmo de construcción de la matriz Z barra, existente para sistemas monofásicos, para aplicarlo al caso de sistemas polifásicos. La ventaja de este algoritmo, es que es directo y rápido por lo que puede ser implementado de una manera sencilla en un programa de computadora. Adicionalmente, se ha demostrado la conveniencia de dicha representación; tanto para la formación de la matriz como para la reducción.

Desde el punto de vista computacional, una ventaja del método propuesto es que se evita el tener que crear matrices cuyas dimensiones corresponden al tamaño de la red completa; como es el caso con los métodos basados en la matriz Y barra. Otra ventaja es que el tiempo de ejecución del algoritmo propuesto es inferior, en al menos un orden de magnitud, al de los métodos convencionales. El algoritmo de reducción de la red eléctrica completa permite, simultáneamente, ir construyendo y reduciendo la matriz de

impedancias Z barra. En este punto se logró la optimización y ahorro en el uso de la memoria de la computadora. El proceso consiste en ir formando la matriz de impedancias, agregando primero, todos los elementos conectados a un mismo subnodo o grupo de subnodos, ésto con el fin de tomar en cuenta el efecto de estos elementos para después, si no son de interés, eliminar dichos subnodos y así trabajar con una matriz más pequeña. El proceso sigue hasta haber conectado y eliminado todos los elementos conectados a subnodos que no son de interés, así se tiene que al final quedan sólo los elementos conectados entre subnodos que pertenecen al área de estudio, los cuales son los últimos por agregar a la matriz Z barra.

Una aplicación importante del algoritmo propuesto y desarrollado es en el análisis transitorio en el dominio de la frecuencia, ya que en este tipo de estudios la reducción tiene que hacerse un número de veces igual al de frecuencias.

El método propuesto ha sido implementado en lenguaje Fortran 77. En el trabajo se ha incluido el procedimiento computacional a partir del cual se puede generar un código eficiente en cualquier lenguaje de alto nivel. El programa desarrollado puede trabajar en cualquier computadora personal siempre y cuando ésta tenga la capacidad en memoria para soportar la cantidad de nodos del equivalente. El programa desarrollado ha sido aplicado a un ejemplo práctico, obteniendo la matriz de la red completa, y el equivalente de la misma. De esta forma se pudieron confrontar los resultados del equivalente y los tiempos comparativos. Se pudo deducir como es que aplicando el algoritmo de reducción, el tiempo de cálculo y la capacidad de memoria es menor que obteniendo la matriz completa de la red, donde después habría que extraer la matriz con ejes correspondientes a sólo los nodos del equivalente.

La aplicación de estos algoritmos ha dado resultados satisfactorios en la obtención de equivalentes. Los cuales permiten reducciones substanciales en la cantidad de equipo en analizadores de redes o tiempo de cálculo y espacio en memoria de computadoras.

Los trabajos de investigación efectuados para la elaboración de este trabajo han permitido detectar algunas áreas en las que la modelación de redes eléctricas equivalentes requieren desarrollos. El método propuesto se aplicó a redes constituidas por líneas de transmisión y elementos de parámetros concentrados. Por lo tanto, es necesario elaborar e incorporar los modelos de otros elementos importantes de los sistemas de potencia como lo son los transformadores.

Una vez realizado lo anterior, se tendría lo necesario para incorporar el método a un programa que permita el análisis de un sistema de potencia grande, pues se cuenta ya con una herramienta que permite obtener equivalentes reducidos de un sistema, lo que se refleja en un ahorro de memoria y tiempo de cálculo.

APÉNDICE A

MODELADO DE ELEMENTOS CON PARÁMETROS CONCENTRADOS DE LA RED ELÉCTRICA

Un sistema eléctrico se encuentra formado por diversos elementos que se interconectan entre sí de tal forma que permitan conseguir el objetivo deseado. Así, una red eléctrica se compone de tres partes principales: las centrales generadoras, las líneas de transmisión y las redes de distribución.

Pero hablando en forma general en cuanto a los principales componentes a modelar, se dice que son:

1) La red de transmisión, que consiste principalmente de:

- a) Líneas de transmisión.
- b) Transformadores.
- c) Capacitores y reactores.

2) Máquinas sincronas.

3) Cargas.

Todos los componentes pueden ser representados por un circuito π obteniendo su matriz de admitancias. Su impedancia primitiva se encuentra realizando un procedimiento regresivo aplicado a la matriz de admitancias.

A continuación se presenta la forma de considerar los modelos de los generadores sincronos, reactores y capacitores estáticos.

A.1 GENERADORES SÍNCRONOS.

La reactancia subtransitoria y la reactancia de puesta a tierra son tomadas en cuenta para representar el circuito que permite modelar el generador (Figura. A.1) después de cortocircuitar las fuentes de voltaje.

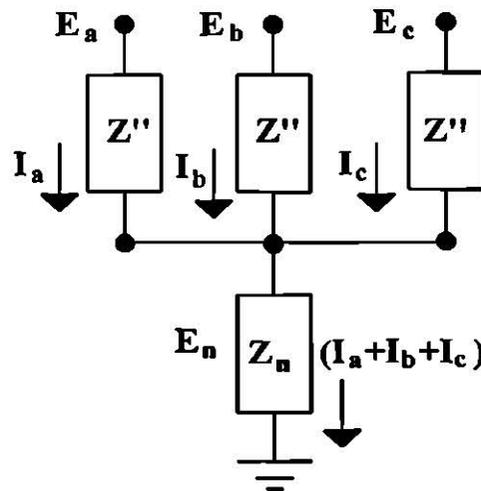


Figura A.1 Modelo del generador.

Analizando el circuito de la figura A.1 se obtienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 E_a &= I_a(Z'' + Z_n) + Z_n I_b + Z_n I_c \\
 E_b &= I_a Z_n + (Z'' + Z_n) I_b + Z_n I_c \\
 E_c &= I_a Z_n + Z_n I_b + (Z'' + Z_n) I_c
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$

Que pueden representarse matricialmente:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'' + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z'' + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z'' + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}
 \tag{A.2}$$

Permitiendo así incluirlo en la red, ya sea como lazo a tierra o rama a tierra.

A.2 REACTORES.

Los reactores son representados de una forma análoga a la representación de los generadores, por lo que también se obtiene el sistema de ecuaciones representado matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z' + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z' + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z' + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Por lo general los reactores se encuentran aterrizados y podran incluirse como ramas a tierra o lazos a tierra.

A.3 CAPACITORES.

Los capacitores se encuentran conectados en cada fase como se muestra en la figura A.2, de aquí se obtiene el circuito equivalente como se muestra en la figura A.3.

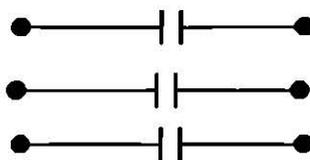


Figura A.2 Forma de conectar los capacitores en las líneas.

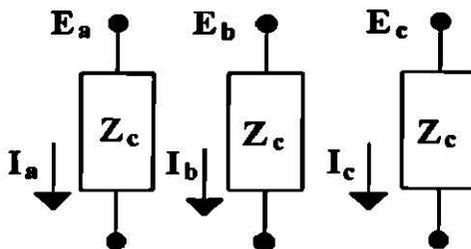


Figura A.3 Modelo de los capacitores.

Las ecuaciones que permiten analizar este modelo son:

$$\begin{aligned} E_a &= Z_c I_a \\ E_b &= Z_c I_b \\ E_c &= Z_c I_c \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Y su representación matricial es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_a \\ \mathbf{E}_b \\ \mathbf{E}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_c & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a \\ \mathbf{I}_b \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

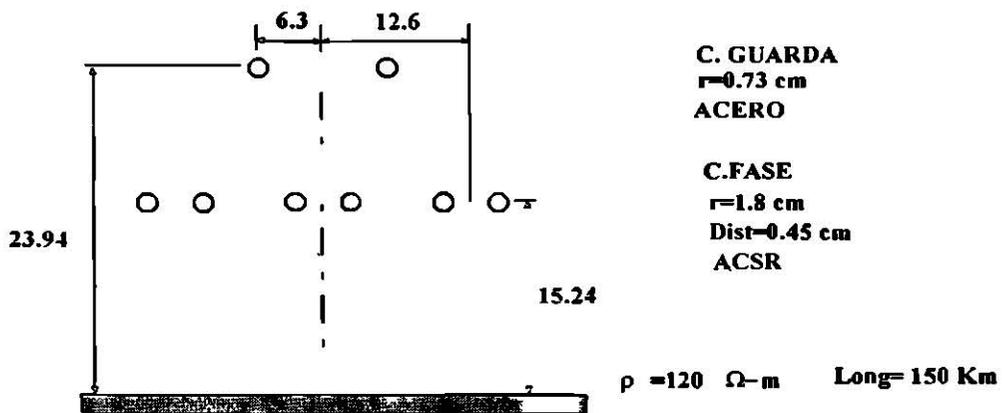
Por la forma en que se encuentran conectados los capacitores pueden ser incluidos como lazos, ya que están conectados entre nodos ya existentes en el sistema.

APÉNDICE B.

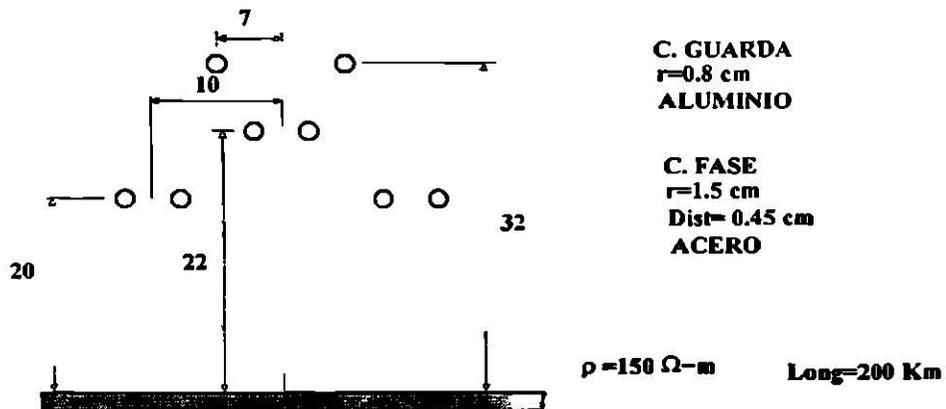
DATOS DE LA RED ELÉCTRICA

B.1 DISPOSICIÓN DE LOS CONDUCTORES.

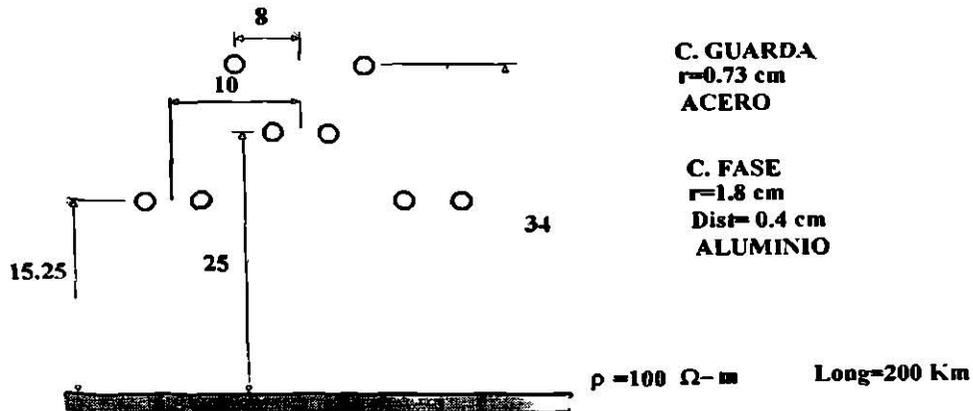
LÍNEA 1



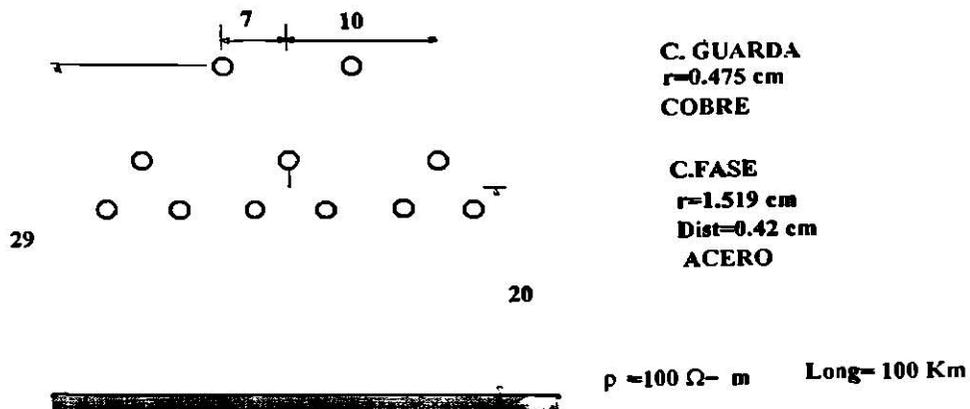
LÍNEA 2



LÍNEA 3



LÍNEA 4



B.2 MATRICES DE IMPEDANCIA DE LAS LÍNEAS.

LÍNEA NO. 1

MATRIZ DEL ELEMENTO PARALELO

$.184622E+04 \quad -.798150E+03j \quad .179881E+03 \quad -.462514E+02j \quad .945003E+02 \quad -.261343E+02j$
 $.179881E+03 \quad -.462514E+02j \quad .179029E+04 \quad -.787267E+03j \quad .180310E+03 \quad -.466008E+02j$
 $.945003E+02 \quad -.261343E+02j \quad .180310E+03 \quad -.466008E+02j \quad .184622E+04 \quad -.798148E+03j$

MATRIZ DEL ELEMENTO SERIE

$.867526E+03 \quad .425814E+03j \quad .948253E+02 \quad .575583E+02j \quad .816215E+02 \quad .528276E+02j$
 $.948253E+02 \quad .575583E+02j \quad .867418E+03 \quad .429392E+03j \quad .947988E+02 \quad .575198E+02j$
 $.816215E+02 \quad .528276E+02j \quad .947988E+02 \quad .575198E+02j \quad .867528E+03 \quad .425814E+03j$

LÍNEA NO. 2

MATRIZ DEL ELEMENTO PARALELO

.147388E+04 -.568321E+03j -.689066E+02 .620567E+02j .572343E+02 -.174777E-02j
 -.689066E+02 .620567E+02j .160859E+04 -.649962E+03j -.679629E+02 .616830E-02j
 .572343E+02 -.174777E+02j -.679629E+02 .616830E+02j .147386E+04 -.568308E-03j

MATRIZ DEL ELEMENTO SERIE

.135352E+04 .823287E+03j .904093E+02 .102146E+03j .618403E+02 .541189E-02j
 .904093E+02 .102146E+03j .133195E+04 .780890E+03j .903467E+02 .101867E-03j
 .618403E+02 .541189E+02j .903467E+02 .101867E+03j .135355E+04 .823321E-03j

LÍNEA NO. 3

MATRIZ DEL ELEMENTO PARALELO

.137526E-04 -.647184E+03j .195094E+03 -.794927E+02j .141019E+03 -.540888E-02j
 .195094E-03 -.794927E+02j .136067E+04 -.639951E+03j .208415E+03 -.865860E-02j
 .141019E-03 -.540888E+02j .208415E+03 -.865860E+02j .137442E+04 -.646688E-03j

MATRIZ DEL ELEMENTO SERIE

.256214E-03 .139492E+03j .117174E+03 .661796E+02j .108207E+03 .612099E-02j
 .117174E+03 .661796E+02j .255878E+03 .139314E+03j .116965E+03 .659152E-02j
 .108207E+03 .612099E+02j .116965E+03 .659152E+02j .256391E+03 .139598E-03j

LÍNEA NO. 4

MATRIZ DEL ELEMENTO PARALELO

.241757E-04 -.114047E+04j -.469524E+02 .690354E+02j .105044E+03 -.407457E-02j
 -.469524E+02 .690354E+02j .260445E+04 -.126214E+04j -.432017E+02 .674015E-02j
 .105044E-03 -.407457E+02j -.432017E+02 .674015E+02j .241748E+04 -.114042E-04j

MATRIZ DEL ELEMENTO SERIE

.434218E+03 .179440E+03j .355660E+02 .202065E+02j .271491E+02 .143671E-02j
 .355660E-02 .202065E+02j .431566E+03 .176791E+03j .355500E+02 .201678E-02j
 .271491E-02 .143671E+02j .355500E+02 .201678E+02j .434236E+03 .179448E-03j

B.3 DATOS DE LOS GENERADORES.

G1

20 MVA
6.9 KV
 $x'' = 0.3571 \Omega$
 $x_n = 0.119 \Omega$

$$L_{G1} = \begin{bmatrix} 0.3508 & 0.2631 & 0.2631 \\ 0.2631 & 0.3508 & 0.2631 \\ 0.2631 & 0.2631 & 0.3508 \end{bmatrix}$$

G2

10 MVA
6.9 KV
 $x'' = 0.7142 \Omega$
 $x_n = 0.2381 \Omega$

$$L_{G2} = \begin{bmatrix} 0.70161 & 0.5262 & 0.5262 \\ 0.5262 & 0.70161 & 0.5262 \\ 0.5262 & 0.5262 & 0.70161 \end{bmatrix}$$

APÉNDICE C

PROCEDIMIENTO COMPUTACIONAL

PROGRAMA PRINCIPAL

Declaración de variables que se manejan en el programa principal

ENTERAS: NFAS(15), POS1(150), POSU(15, 150), POS2(150), POSD(15,150),
KT(15), NODOI, NODOO, VNS, CONT, VNP

CHARACTER: ARCHIVO(15), LTIPO(15), NOMBRE, FL1, FL2

COMPLEJAS: MLS(30,30), ZBUS

REALES: ML(30, 30, 30)

Almacenamiento común; de las variables comunes al programa principal y a las
subrutinas: NODOI(15, 15), NODOO(15, 15), CONT(30), VNP(30), VNS(30), NNP,
ZBUS(30,30)

*** LECTURA DE DATOS ***

*** VARIABLES MANEJADAS

*** FL1: Nombre del archivo inicial de datos

*** FL2: Extensión del archivo inicial de datos

*** NOMBRE: Encadenamiento de FL1 y FL2

*** NL: Número de parámetros independientes

*** NLIN: Número de elementos del sistema

*** NFREC: Número de veces del cálculo

*** TOB: Tiempo de observación

*** NFAS: Número de fases del elemento

*** KT: Identificador, 0 para líneas, 1 para inductancias, 2 para capacitancias

*** ARCHIVO: Vector conteniendo nombres de los archivos con los datos de la matriz
serie y paralelo

*** NODOI: Vector que contiene los nodos de entrada de cada elemento

*** NODOO: Vector que contiene los nodos de salida de cada elemento

*** ML: Matriz de inductancias de los parámetros independientes

LEER nombre de archivo de datos, variables FL1 y FL2

ENCADENAR variables FL1 y FL2 y asignar a variable NOMBRE

Iniciar el número de parámetros independientes NL=0

ABRIR archivo de datos NOMBRE

*** EMPIEZA A LEER LOS DATOS DEL ARCHIVO INICIAL

LEER los datos NLIN, NFREC, TOB

*** COMIENZA A LEER LOS DATOS DE CADA ELEMENTO DEL SISTEMA

HACER I=1 hasta NLIN

```

LEER los datos NFAS(I), KT(I), ARCHIVO(I)
*** LEE LOS NODOS A LOS QUE ESTA CONECTADO CADA ELEMENTO
HACER J=1 hasta NFAS(I)
    LEER los datos NODOI(I,J), NODOO(I,J)
FIN
*** IDENTIFICA SI EL ELEMENTO ES UN PARAMETRO INDEPENDIENTE
SI KT(I) es diferente de 0 (cero) entonces
    Sumar la unidad al número de parámetros independientes NL=NL+1
    *** LEE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS DE LOS PARAMETROS
    *** INDEPENDIENTES
    HACER J1=1 hasta NFAS(I)
        LEER matriz ML(NL,J1,J2), haciendo J2=1 hasta NFAS(I)
    FIN
FIN
FIN
LEER NÚMERO DE NODOS DENTRO DEL ÁREA EQUIVALENTE NNP
HACER I=1 hasta NNP
    LEER el vector de nodos a permanecer VNP(I), que contiene los nodos del área de
    interés
FIN

*** IDENTIFICA N DE COMPONENTES DEL SISTEMA
*** K: CONTADOR DE NODOS DEL SISTEMA
*** LEX: BANDERA QUE INDICA LA EXISTENCIA DE NODOS EN EL SISTEMA
*** POSU: VECTOR AUXILIAR PARA GUARDAR POSICIONES DE NODOS
*** LTIPO: TIPO DE ELEMENTO
*** LP: IDENTIFICADOR PARA UN LAZO A TIERRA, 1 SI LOS NODOO ESTAN A
*** TIERRA, 2 SI LOS NODOI ESTAN A TIERRA
*** VNS: VECTOR DE NODOS DEL SISTEMA, TIENE ALMACENADO LOS
*** NODOS QUE YA EXISTEN DENTRO DE LA RED EN FORMACION
Inicializar contador de nodos del sistema K=0
Inicializar bandera indicadora de nodos existentes LEX=0
HACER I=1 hasta NLIN
    *** COMIENZA A BUSCAR LOS NODOI DENTRO DE VNS
    LLAMA a subrutina BUSCA (NODOI,K,NFAS(I),POSU,I,LEX)
    SI LEX=1 los nodos ya existen, entonces
        *** COMIENZA A BUSCAR LOS NODOO DENTRO DE VNS
        LLAMA a subrutina BUSCA(NODOO,K,NFAS(I),POSD,I,LEX)
        SI LEX=1 los nodos ya existen, entonces
            SI KT(I) es diferente de 0 (cero) entonces es un parámetro
            independiente

```

```

        asigna a LTIPO(I)='LAZO'
De lo contrario es una línea
        asigna a LTIPO(I)='COMPLETA'
FIN
De lo contrario si no existen los NODOO
    *** SE REvisa SI LOS NODOO ESTAN A TIERRA
    SI NODOO(I,1)=0 entonces
        asigna a bandera de orden LP=1
        asigna a LTIPO(I)='LAZOAT'
De lo contrario si los NODOO no existen y no estan a tierra
    asigna a bandera de orden LP=1
    *** SE INCLUYEN LOS NODOO DENTRO DE VNS
    LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOO,NFAS(I))
    SI KT(I)= es diferente de 0 (cero) entonces es un parámetro
    independiente
        asigna a LTIPO(I)='RAMA'
De lo contrario es una línea
        asigna a LTIPO(I)='PARCIAL'
FIN
FIN
De lo contrario si los NODOI no existen dentro de VNS
    SI NODOI(I,1) es diferente de 0 (cero) , no estan a tierra, entonces
        *** SE INCLUYEN LOS NODOI DENTRO DE VNS
        LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOI,NFAS(I))
FIN
*** COMIENZA A BUSCAR LOS NODOO DENTRO DE VNS
LLAMA a subrutina BUSCA(NODOO,K,NFAS(I),POS2,I,LEX)
SI LEX=1 los NODOO ya existen y entonces
    *** SE REvisa SI LOS NODOI ESTAN A TIERRA
    SI NODOI(I,1)=0 entonces
        asigna a bandera de orden LP=2
        asigna a LTIPO(I)='LAZOAT'
De lo contrario si los NODOI no existen y no estan a tierra
    asigna a bandera de orden LP=2
    SI KT(I) es diferente de 0 (cero) entonces es parámetro
    independiente
        asigna a LTIPO(I)='RAMA'
De lo contrario es una línea y
        asigna a LTIPO(I)='PARCIAL'
FIN
FIN

```

De lo contrario, si no existen los NODOI ni los NODOO se revisa
 SI NODOO(I,1) es diferente de 0 (cero) entonces no están a tierra
 *** SE INCLUYEN LOS NODOO DENTRO DE VNS
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,J,NODOO,NFAS(I))

FIN

*** SE REvisa SI CUALQUIERA DE LOS NODOS ESTA A
 *** TIERRA

SI NODOO(I,1)=0 ó NODOI(I,1)=0 entonces
 asigna a LTIPO(I)='RAMAAT'

De lo contrario, si ninguno esta a tierra
 asigna a LTIPO(I)='UNICA'

FIN

FIN

FIN

FIN

***** ASIGNACIÓN DE VALORES A CONSTANTES *****

Realizar $PI=4 \times \tan^{-1}(1.0)$

Realizar $DW=PI \times 1000/TOB$

Realizar $DF=DW/(2 \times PI)$

***** CONSTRUCCIÓN DE MATRIZ Z BUS *****

*** KC: NUMERO TOTAL DE NODOS

*** FREC: FRECUENCIA

*** ZBUS: MATRIZ ZBARRA

*** POS1: VECTOR QUE GUARDA LAS POSICIONES DE LOS NODOS DENTRO
 *** DE ZBARRA

*** MLS: MATRIZ DE IMPEDANCIAS DE LOS PARAMETROS

*** INDEPENDIENTES

*** POS2: VECTOR QUE GUARDA LAS POSICIONES DE LOS NODOS DE
 *** SALIDA DENTRO DE ZBUS

*** LX: IDENTIFICADOR DE LA UNIDAD DE ARCHIVOS

Asignar a KC el valor de K

*** SE REALIZARA EL CALCULO DE ZBARRA NFREC VECES POR LO CUAL
 HACER IF=1 hasta NFREC

*** CALCULA EL PRIMER VALOR DE FRECUENCIA

Calcular $FREC=DF \times (2 \times IF - 1)$

LLAMA a subrutina COUNTER (NLIN,NFAS,KT), QUE CUENTA EL NUMERO
 DE ELEMENTOS CONECTADOS A CADA NODO

HACER J=1 hasta KC

Asigna el valor cero a los elementos de VNS

FIN

```

HACER I=1 hasta KC
  HACER J=1 hasta KC
    Asigna el valor cero a todos los elementos de ZBUS
  FIN
FIN
Asigna el valor cero a NL
Asigna el valor cero a K
*** COMIENZA LA SELECCION DE RUTINAS PARA INCLUIR CADA
*** ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA
HACER I=1 hasta NLIN
  SI LTIPO(I) es iguala 'LAZO' entonces
    *** IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOI Y NODOO
    *** DEL ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA
    LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOI,POS1,NFAS(I),K)
    LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOO,POS1,NFAS(I),K)
    Aumenta en uno la variable NL
    *** CONVIERTE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS DEL
    *** ELEMENTO DE PARAMETROS INDEPENDIENTES EN
    *** MATRIZ DE IMPEDANCIAS
    LLAMA a subrutina ASIG2 (NL,NFAS(I),ML,MLS,KT(I),FREC)
    *** INCLUYE EL ELEMENTO DE PARAMETROS
    *** INDEPENDIENTES COMO UN LAZO
    LLAMA a subrutina LAZO(NFAS(I),K,POS1,POS2,MLS)
    Asigna el valor de 4 a la bandera LT
    Asigna el valor de 2 a la bandera ID
    *** RESTA E IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS
    *** CONECTADOS A LOS NODOS PARA MANDAR A REDUCIR
    *** ZBARRA
    LLAMA a subrutina REMOVE(ID,NFAS(I),I,K,POS1.POS2,LT)
  De lo contrario y SI LTIPO es igual a 'COMPLETA' entonces
    *** IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOI Y NODOO
    *** DEL ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA
    LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOI,POS1,NFAS(I),K)
    LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOO,POS2,NFAS(I),K)
    Calcula LX=I+7
    *** INCLUYE AL ELEMENTO COMO UNA LINEA COMPLETA
    LLAMA a subrutina LCOMP (NFAS(I), K, POS1, POS2,
    ARCHIVO(I), LX,I)
  De lo contrario y SI LTIPO(I) es igual a 'RAMA' entonces
    *** IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOI Y NODOO
    *** DEL ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA
    LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOI,POS1,NFAS(I),K)

```

LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOO,POS2,NFAS(I),K)
 Aumenta en uno la variable NL
 *** CONVIERTE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS DEL
 *** ELEMENTO DE PARAMETROS INDEPENDIENTES EN
 *** MATRIZ DE IMPEDANCIAS
 LLAMA a subrutina ASIG2(NL,NFAS(I),ML,MLS,KT(I),FREC)
 SI LP es igual a 1 entonces
 *** INCLUYE LOS NODOO DEL ELEMENTO DENTRO DE
 *** VNS
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOO,NFAS(I))
 *** INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA RAMA
 LLAMA a subrutina RAMA(NFAS(I),K,POS1,POS2,MLS)
 De lo contrario
 *** INCLUYE LOS NODOI DEL ELEMENTO DENTRO DE
 *** VNS
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOI,NFAS(I))
 *** INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA RAMA
 LLAMA a subrutina RAMA(NFAS(I),K,POS2,POS1,MLS)
 FIN
 Asigna el valor de 4 a LT
 Asigna el valor de 2 a ID
 ***RESTA E IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS
 ***CONECTADOS A LOS NODOI PARA MANDAR A REDUCIR
 ***ZBARRA
 LLAMA a subrutina REMOVE(ID,NFAS(I),I,K,POS1,POS2,LT)
 De lo contrario y SI LTIPO(I) es igual a 'PARCIAL' entonces
 Calcula $LX=I+7$
 ***IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOI Y NODOO
 ***DEL ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA
 LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOI,POS1,NFAS(I),K)
 LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOO,POS2,NFAS(I),K)
 SI LP es igual a 1 entonces
 ***INCLUYE LOS NODOO DEL ELEMENTO DENTRO DE
 ***VNS
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOO,NFAS(I))
 ***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA LINEA PARCIAL
 LLAMA a subrutina
 LPARC(NFAS(I),K,POS1,ARCHIVO(I),LX, I)
 De lo contrario
 *** INCLUYE LOS NODOI DEL ELEMENTO DENTRO DE
 ***VNS
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOI,NFAS(I))

*** INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA LINEA PARCIAL
 LLAMA a subrutina LPARC(NFAS(I),K,POS2,ARCHIVO(I),
 LX, I)

FIN

De lo contrario y SI LTIPO es igual a 'RAMAAT' entonces

***IDENTIFICA SI NODOI ESTA A TIERRA

SI NODOI(I,1) es igual a 0 (cero) entonces

***INCLUYE LOS NODOO DEL ELEMENTO DENTRO DE

***VNS

LLAMA a subrutina INCLUYE (K,I,NODOO,NFAS(I))

De lo contrario

***INCLUYE LOS NODOI DEL ELEMENTO DENTRO DE

***VNS

LLAMA a subrutina INCLUYE (K,I,NODOI,NFAS(I))

FIN

Aumenta en uno la variable NL

***CONVIERTE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS DEL

***ELEMENTO DE PARAMETROS INDEPENDIENTES EN

***MATRIZ DE IMPEDANCIAS

LLAMA a subrutina ASIG2(NL.NFAS(I),ML,MLS,KT(I),FREC)

***INCLUYE ELE ELEMENTO COMO UNA RAMA A TIERRA

LLAMA a subrutina RAMAAT (NFAS(I),K+NFAS(I),POS1,MLS)

Asigna el valor de 2 a LT

Asigna el valor de 1 a ID

***RESTA E IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS

***CONECTADOS A LOS NODOI PARA MANDAR A REDUCIR

***ZBARRA

LLAMA a subrutina REMOVE(ID,NFAS(I),I,K,POS1,POS2,LT)

De lo contrario y SI LTIPO es igual a 'LAZOAT' entonces

Aumenta en uno la variable NL

SI LP es igual a 1 entonces

***IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOI DEL

***ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA

LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOI,POS2,NFAS(I),K)

Asignar el valor de 2 a LT

De lo contrario

***IDENTIFICA LAS POSICIONES DE LOS NODOO DEL

***ELEMENTO DENTRO DE ZBARRA

LLAMA a subrutina ASIG1(I,NODOO,POS2,NFAS(I).K)

Asignar el valor de 3 a LT

FIN

Asigna el valor de 2 a ID

*****CONVIERTE LA MATRIZ DE INDUCTANCIAS DEL
 ***ELEMENTO DE PARAMETROS INDEPENDIENTES EN
 ***MATRIZ DE IMPEDANCIAS**
 LLAMA a subrutina ASIG2(NL,NFAS(I),ML,MLS,KT(I),FREC)
*****INCLUYE EL ELEMENTO COMO UN LAZO A TIERRA**
 LLAMA a subrutina LAZOAT(NFAS(I),K,POS2,MLS)
*****RESTA E IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS
 ***CONECTADOS A LOS NODOS PARA MANDAR A REDUCIR
 ***ZBARRA**
 LLAMA a subrutina REMOVE(ID,NFAS(I),K.POS2,POS2,LT)

De lo contrario

Calcula $LX=I+7$
*****INCLUYE LOS NODOI Y NODOO DENTRO DE VNS**
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOI,NFAS(I))
 LLAMA a subrutina INCLUYE(K,I,NODOO,NFAS(I))
*****INCLUYE EL ELEMENTO COMO LINEA UNICA**
 LLAMA a subrutina LUNICA(NFAS(I),K,ARCHIVO(I).LX,I)

FIN

FIN

*****ABRE ARCHIVO ZBUS.M Y GUARDA LA MATRIZ ZBARRA**
 ABRIR archivo ZBUS.M
 HACER I igual a 1 hasta K
 HACER J igual a 1 hasta K
 Imprimir en archivo ZBUS(I,J)

FIN

FIN

*****MUESTRA LA MATRIZ ZBARRA EN PANTALLA**
 LLAMA a subrutina RESULTA(ZBUS,K,VNS)

FIN

ALTO

FIN

SUBROUTINA RESULTA

*****MUESTRA LA MATRIZ ZBARRA COMPLETA IMPRIMIENDOLA EN
 ***PANTALLA**

Variables de entrada ZBUS, K, VNS

Declaración de variables

ENTERAS: VNS(30)

COMPLEJAS: ZBUS(30,30)

IMPRIMIR letreros de encabezado

HACER I=1 hasta K

 IMPRIMIR ZBUS(I,J), HACIENDO J=1 hasta K

FIN

SUBROUTINA BUSCA

```

***BUSCA LA EXISTENCIA DE LOS NODOS DENTRO DE VNS UBICANDO SU
***POSICION DENTRO DEL VECTOR
Variables de entrada NODO,K,NFAS,I
Declaración de variables
ENTERAS: NODO(15,15), POS(15,150), VNS
Almacenamiento común de variables: VNS(30)
Inicializar bandera indicadora de nodos existentes LEX=0
Inicializar contador del número de posiciones, POS, de los nodos de línea I, K1=0
HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de la línea I
    HACER I2=1 hasta contador de nodos del sistema, K.
        SI NODO(I,I1) es igual a algún nodo dentro de VNS(I2) entonces
            Incrementar el contador de número de posiciones, K1=K1+1
            Igualar la posición, POS, de orden K1 a I2, POS(I,K1)=I2
            Cambiar el valor de bandera LEX a 1, LEX=1
        FIN
    FIN
FIN
REGRESAR
***VARIABLES DE SALIDA POS(I,K1) Y LEX
FIN

```

SUBROUTINA COUNTER

```

***CUENTA LOS ELEMENTOS CONECTADOS A CADA NODO DEL SISTEMA Y
***LOS GUARDA EN EL VECTOR CONT
***CONT():VECTOR QUE CONTIENE LOS ELEMENTOS CONECTADOS A
***CADA NODO
Variables de entrada NLIN,NFAS,KT
Declaración de variables
ENTERAS: NFAS(15), NLIN, NODOI, NODOO, CONT, KT(15)
Almacenamiento común de variables CONT(30), NODOI(15,15), NODOO(15,15)
HACER I=1 hasta número de líneas, NLIN
    HACER J=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I
        SI KT(I) es diferente de 0 (cero) entonces es parámetro independiente y sólo
        tiene un elemento conectado a cada nodo
        Sumar uno al contador de elementos de cada nodo, cada vez que
        aparezca
            CONT(NODOI(I,J) ó CONT(NODOO(I,J)

```

De lo contrario es una línea y cada nodo de la línea tiene conectados dos elementos

Sumar dos al contador de elementos de cada nodo, cada vez que aparezca

CONT(NODOI(I,J) ó CONT(NODOO(I,J)

FIN

FIN

FIN

REGRESAR

FIN

SUBROUTINA LCOMP

***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA LINEA COMPLETA

Variables de entrada NFAS,K,ARCHIVO,LX,I

Declaración de variables

ENTERAS: POS1(150), POS2(150)

COMPLEJAS: M1(30,30), M2(30,30)

CHARACTER: ARCHIVO

Asignar el valor de 2 a identificador de tipo elemento, LT=2

***ABRE EL ARCHIVO QUE CONTIENE LA MATRIZ SERIE Y PARALELO DE
***LA LINEA

ABRIR archivo de línea I, con unidad LX de línea I

***LEE LA MATRIZ M1(PARALELO) Y M2(SERIE)

HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I

LEER matriz M1 de archivo de línea I

FIN

HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I

LEER matriz M2 de archivo de línea I

FIN

***INCLUYE EL PRIMER ELEMENTO DE LA LINEA COMO LAZO A TIERRA

LLAMA a subrutina LAZOAT (NFAS, K, POS1, M1)

Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea, ID=2

***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS

***NODOS PARA MANDAR REDUCIR ZBARRA

LLAMA a subrutina REMOVE (ID, NFAS, I,K,POS1,POS1, LT)

***INCLUYE EL SEGUNDO ELEMENTO DE LA LINEA COMO LAZO

LLAMA a subrutina LAZO (NFAS, K, POS1, POS2, M2)

Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea, ID=2

Asignar el valor de 4 a identificador de tipo de elemento, LT=4

***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS

***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA

LLAMA a subrutina REMOVE (ID, NFAS, I,K,POS1,POS1, LT)

*****INCLUYE EL ULTIMO ELEMENTO DE LA LINEA COMO LAZO A TIERRA**
LLAMA a subrutina LAZOAT(NFAS, K, POS2, M1)
 Asigna el valor de 2 a identificador de tipo de línea. ID=2
 Asigna el valor de 3 a identificador de tipo de elemento, LT=3 .
*****IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS**
*****NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA**
LLAMA a subrutina REMOVE(ID, NFAS, I,K,POS2,POS2, LT)
REGRESAR
FIN

SUBRUTINA LPARC

*****INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA LINEA PARCIAL**
 Variables de entrada NFAS, K, POS1, ARCHIVO. LX, I
 Declaración de variables
 ENTERAS: POS1(150), POS2(150)
 COMPLEJAS: M1(30,30), M2(30,30)
 CARACTER: ARCHIVO
 Asignar el valor de 2 a identificador de tipo elemento, LT=2
*****ABRE ARCHIVO QUE CONTIENE LA MATRIZ SERIE Y PARALELO DE LA**
*****LINEA**
 ABRIR archivo de línea I, con unidad LX de línea I
*****LEE LA MATRIZ M1(PARALELO) Y M2(SERIE)**
 HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I
 LEER matriz M1 de archivo de línea I
FIN
 HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I
 LEER matriz M2 de archivo de línea I
FIN
 Decrementar el valor inicial del contador de nodos del sistema en el número de fases de la
 línea I, $K=K-NFAS$
*****INCLUYE EL PRIMER ELEMENTO DE LA LINEA COMO LAZO A TIERRA**
LLAMA a subrutina LAZOAT(NFAS, K, POS1, M1)
 Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea. ID=2
*****IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS**
*****NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA**
LLAMA a subrutina REMOVE(ID, NFAS, I,K,POS1,POS1, LT)
 Incrementa el valor del contador de nodos del sistema en el número de fase de la línea I,
 $K=K+NFAS$
*****INCLUYE EL SEGUNDO ELEMENTO DE LA LINEA COMO RAMA**
LLAMA a subrutina RAMA(NFAS,K,POS1,POS2.M2)
 Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea. ID=2
 Asignar el valor de 4 a identificador de tipo de elemento, LT=4

```

***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS
***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA
LLAMA a subrutina REMOVE(ID, NFAS, I,K,POS1,POS2, LT)
***INCLUYE EL TERCER ELEMENTO DE LA LINEA COMO UN LAZO A
***TIERRA
LLAMA a subrutina LAZOAT(NFAS,K,POS2,M1)
Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea, ID=2
Asignar el valor de 3 a identificador de tipo de elemento, LT=3
***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS
***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA
LLAMA a subrutina REMOVE(ID, NFAS, I,K,POS2,POS2, LT)
REGRESAR
FIN

```

SUBROUTINA LUNICA

```

***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA LINEA UNICA
Variables de entrada NFAS, K, ARCHIVO, LX, I
Declaración de variables
ENTERAS: POS1(150), POS2(150)
COMPLEJAS: M1(30,30), M2(30,30)
CARACTER: ARCHIVO
Asignar el valor de 2 a identificador de tipo elemento, LT=2
***ABRE ARCHIVO QUE CONTIENE LA MATRIZ SERIE Y PARALELO DE LA
***LINEA
ABRIR archivo de línea I, con unidad LX de línea I
***LEE LAS MATRICES M1(PARALELO) Y M2(SERIE)
HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I
    LEER matriz M1 de archivo de línea I
FIN
HACER I1=1 hasta número de fases, NFAS, de línea I
    LEER matriz M2 de archivo de línea I
FIN
***INCLUYE EL PRIMER ELEMENTO DE LA LINEA COMO RAMA A TIERRA
LLAMA a subrutina RAMAT (NFAS, K, POS1, M1)
Asignar el valor de 1 al identificador de tipo de línea, ID=1
***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS
***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA
LLAMA a subrutina REMOVE(ID, NFAS, I,K,POS1,POS2, LT)
***INCLUYE EL SEGUNDO ELEMENTO DE LA LINEA COMO RAMA
LLAMA a subrutina RAMA (NFAS, K, POS1, POS2, M2)
Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea. ID=2
Asignar el valor de 4 a identificador de tipo de elemento, LT=4

```

*****IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS
 ***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA
 LLAMA a subrutina REMOVE (ID, NFAS, I,K,POS1,POS2, LT)
 ***INCLUYE EL ULTIMO ELEMENTO DE LA LINEA COMO LAZO A TIERRA
 LLAMA a subrutina LAZOAT (NFAS,K,POS2,M1)
 Asignar el valor de 3 a identificador de tipo de elemento, LT=3
 Asignar el valor de 2 a identificador de tipo de línea, ID=2
 ***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS
 ***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA
 LLAMA a subrutina REMOVE (ID, NFAS, I,K,POS2,POS2, LT)
 REGRESAR
 FIN**

SUBROUTINA RAMAAT

*****INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA RAMA A TIERRA
 Variables de entrada NFAS, K, M1
 Declaración de variables
 ENTERAS: POS1(150)
 COMPLEJAS: ZBUS, M1(30,30)
 Almacenamiento común de variables ZBUS(30,30)
 ***ASIGNA A LA MATRIZ DE IMPEDANCIA PROPIA DEL ELEMENTO EL
 ***VALOR DE LA MATRIZ PARALELO DE LA LINEA, ECUACION 3.3
 HACER IN=K-2×NFAS+1
 HACER I1=IN, hasta (K-NFAS)
 HACER I2=IN, hasta (K-NFAS)
 HACER I3=I1+2×NFAS-K
 HACER I4=I2+2×NFAS-K
 Igualar la ZBUS de orden I1 por I2 a M1 de orden I3 por I4,
 ZBUS(I1,I2)=M1(I3,I4)
 FIN
 FIN
 Asigna el valor de 0 al contador del número de posiciones K1=0
 HACER I1=IN, hasta K-NFAS
 Incrementar en uno el contador del número de posiciones K1=K1+1
 Guarda la última posición de los nodos en ZBUS, asignando a la posición de orden
 K1, el valor de I1. POS1(K1)
 FIN
 REGRESAR
 Variables de salida POS1
 FIN**

SUBROUTINA RAMA

***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UNA RAMA

Variables de entrada NFAS, K, POS1, M2

Declaración de variables

ENTERAS: POS1(150), POS2(150)

COMPLEJAS: ZBUS, M2(30,30)

Almacenamiento común de variables ZBUS(30.30)

***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS PROPIA DEL ELEMENTO

***SUMANDO A LA PARTE DE LA MATRIZ ZBARRA LIMITADA POR LOS

***NODOS DE ENTRADA LA MATRIZ SERIE DEL ELEMENTO, M2. ECUACION

***3.7

HACER I3=1, hasta número de fases, NFAS, de línea I

HACER I4=1, hasta el número de fases, NFAS, de línea I

I1=K-NFAS+I3

I2=K-NFAS+I4

Sumar al elemento de orden I1, I2 de ZBUS, los elementos de orden I3, I4 de M2 y los elementos de orden POS1(I3), POS1(I4) de ZBUS

$ZBUS(I1,I2)=M(I3,I4)+ZBUS(POS1(I3),POS1(I4))$

FIN

FIN

***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS DEL ELEMENTO

***IGUALANDO LOS RENGLONES Y COLUMNAS OCUPADOS POR LOS

***NODOS DE SALIDA EN ZBARRA A LOS RENGLONES Y COLUMNAS

***OCUPADOS POR LOS NODOS DE ENTRADA, DE ACUERDO A LA

***ECUACION 3.12

HACER I1=1, hasta K-NFAS

HACER I2=K-NFAS+1, hasta K

I3=I2+NFAS-K

Igualar ZBUS de orden I1, I2 a ZBUS de orden I1, POS1(I3),

$ZBUS(I1,I2)=ZBUS(I1,POS1(I3))$

Igualar ZBUS de orden I2, I1 a ZBUS de orden POS1(I3), I1

$ZBUS(I2,I1)=ZBUS(POS1(I3),I1)$

FIN

FIN

Asigna el valor de 0 al contador del número de posiciones K1=0

HACER I1=K-NFAS+1, hasta K

Incrementar en uno el contador del número de posiciones K1=K1+1

Guarda la última posición de los nodos en ZBUS, asignando a la posición de orden

K1, el valor de I1.POS2(K1)=I1

FIN

REGRESAR

Variable de salida POS2

FIN

SUBROUTINA LAZOAT

***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UN LAZO A TIERRA.

Variables de entrada NFAS, K, POS2, M1

Declaración de variables

ENTERAS: POS2(150)

COMPLEJAS ZBUS, M1(30,30)

Almacenamiento común de variables ZBUS(30,30)

***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS PROPIA DEL ELEMENTO LAZO A

***TIERRA, SUMANDO A LA PARTE DE LA MATRIZ ZBARRA LIMITADA POR

***LOS NODOS DE ENTRADA LA MATRIZ SERIE DEL ELEMENTO M2, DE

***ACUERDO A LA ECUACION 3.24

HACER I1=1, hasta NFAS, número de fases de línea 1

HACER I2=1 hasta NFAS, número de fases de línea I

Sumar al elemento de orden (K+I1),(K+I2) de ZBUS los elementos de orden

I1,I2 de M1 y los elementos de orden POS2(I1), POS2(I2).

ZBUS(K+I1,K+I2)=M1(I1,I2)+ZBUS(POS2(I1),POS2(I2))

FIN

FIN

***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUA DEL LAZO A TIERRA.

***IGUALANDO RENGLONES Y COLUMNAS DE ACUERDO A LA ECUACION

***3.24

HACER I1=1 hasta K

HACER I2=K+1, hasta K+NFAS

I3=I2-K

Igualar los elementos de orden I1,I2 de ZBUS a los elementos de orden

I1,POS2(I3) de ZBUS, ZBUS(I1,I2)=ZBUS(I1,POS2(I3))

Igualar los elementos de orden I2,I1 de ZBUS a los elementos de orden

POS2(I3),I1 de ZBUS, ZBUS(I2,I1)=ZBUS(POS2(I3),I1)

FIN

FIN

***SE APLICA REDUCCION DE KRON A LA MATRIZ PARA MANTENERLA EN

***SUS DIMENSIONES ORIGINALES

HACER I1=1 hasta K

HACER I2=1 hasta K+NFAS-I1

HACER J=1 hasta K+NFAS-I1

Cambiar el elemento ZBUS(I2,J) por el resultado de ZBUS(I2,J)-

ZBUS(I2,K+NFAS+1-I1)×ZBUS(K+NFAS+1-

I1,J)/ZBUS(K+NFAS+1-I1,K+NFAS+1-I1)

FIN

FIN

```

FIN
***ELIMINA LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE ZBARRA QUE SALEN DE
***SUS DIMENSIONES ORIGINALES
HACER I1=1, hasta NFAS, número de fases de línea I
    HACER I2=1, hasta K+NFAS-I1+1
        Asignar el valor de cero a los elementos de orden I2,(K+NFAS-I1+1) de
        ZBUS y a los elementos de orden (K+NFAS-I1+1), I2 de ZBUS
        ZBUS(I2,(K+NFAS-I1+1))=0
        ZBUS((K+NFAS-I1+1),I2)=0
    FIN
FIN
REGRESAR
FIN

```

SUBROUTINA LAZO

```

***INCLUYE EL ELEMENTO COMO UN LAZO
Variables de entrada NFAS, K, POS1, POS2, M2
Declaración de variables
ENTERAS: POS2(150), POS1(150)
COMPLEJAS: ZBUS, M2(30,30)
Almacenamiento común de variables ZBUS(30,30)
***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS PROPIAS DEL ELEMENTO LAZO
***APLICANDO LA ECUACION 3.19
HACER I1=1 hasta NFAS, número de fases de línea I
    HACER I2=1 hasta NFAS, número de fases de línea I
        Sumar al elemento de orden K+I1, K+I2 de ZBUS los elementos de orden
        I1,I2 de M2 más los elementos de orden POS1(I1), POS1(I2) de ZBUS más
        los elementos de orden POS2(I1), POS2(I2) de ZBUS menos los elementos de
        orden POS1(I1), POS2(I2) de ZBUS menos los elementos de orden
        POS2(I1),POS1(I2) de ZBUS.
        ZBUS(K+I1, K+I2)=M2(I1,I2)+ZBUS(POS1(I1),
        POS1(I2))+ZBUS(POS2(I1),POS2(I2))-ZBUS(POS1(I1,POS2(I2))-
        ZBUS(POS2(I1),POS1(I2)
    FIN
FIN
***CALCULA LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS MUTUAS DEL ELEMENTO LAZO
***APLICANDO LA ECUACION 3.18
HACER I1=1 hasta K
    HACER I2=K+1 hasta K+NFAS
        I3=I2-K

```

Asignar a los elementos de orden I1, I2 de ZBUS, la resta entre los elementos de orden I1, POS1(I3) y I1, POS2(I3) de ZBUS

$ZBUS(I1, I2) = ZBUS(I1, POS1(I3)) - ZBUS(I1, POS2(I3))$

de Asignar a los elementos de orden I2, I1 de ZBUS, la resta entre los elementos de orden POS1(I3), I1 y POS2(I3), I1 de ZBUS.

FIN

FIN

***SE APLICA REDUCCION DE KRON A LA MATRIZ PARA MANTENERLA EN
***SUS DIMENSIONES ORIGINALES

HACER I1=1 hasta NFAS

HACER I2=1 hasta K+NFAS-I1

HACER J=1 hasta K+NFAS-I1

Cambia el elemento ZBUS(I2, J) por el resultado de $ZBUS(I2, J) - ZBUS(I2, K+NFAS+1-I1) \times ZBUS(K+NFAS+1-I1, J) / ZBUS(K+NFAS+1-I1, K+NFAS+1-I1)$

FIN

FIN

FIN

***ELIMINA LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE ZBARRA QUE QUEDAN
***FUERA DE SUS DIMENSIONES ORIGINALES

HACER I1=1 hasta NFAS, número de fases de línea I

HACER I2=1 hasta K+NFAS-I1+1

Asignar el Valor de cero a los elementos de orden I2, (K+NFAS-I1+1) de ZBUS y a los elementos de orden (K+NFAS-I1+1), I2 de ZBUS

$ZBUS(I2, (K+NFAS-I1+1)) = 0$

$ZBUS((K+NFAS-I1+1), I2) = 0$

FIN

FIN

REGRESAR

FIN

SUBROUTINA REMOVE

***IDENTIFICA SI NO EXISTEN MAS ELEMENTOS CONECTADOS A LOS

***NODOS PARA MANDAR REDUCIR Z BARRA

Variables de entrada ID, NFAS, I, K, POS1, POS2, LT

Declaración de variables

ENTERAS: NODOI, NODOO, POS1(150), POS2(150), CONT

Almacenamiento común de variables NODOI(15,15), NODOO(15,15), MC, CONT(30)

Inicializa el valor de MC con cero

Inicializa el valor de LR con cero

***RESTA AL VECTOR CONT RESPECTIVO LAS UNIDADES NECESARIAS DE

***ACUERDO AL TIPO DE ELEMENTO.

Si ID es igual a 1 entonces

HACER I1 igual a 1 hasta NFAS

Restar al contador de elementos de cada nodo la unidad, CONT(NODOI(I,I1))

Si CONT(NODOI(I,I1)) es igual a cero entonces

***DETERMINA SI LOS NODOS SIN MAS ELEMENTOS

***CONECTADOS A ELLOS DEBEN SER ELIMINADOS POR NO

***ENCONTRARSE EN EL AREA DE INTERES

LLAMA a subrutina LOCATE(IEX, NODOI(I,I1))

SI IEX es igual a cero entonces

***ELIMINA LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE

***PERTENECIENTES A LOS NODOS QUE NO SE

***ENCUENTRAN EN EL AREA DE INTERES

LLAMA a subrutina REDUCIR(LR, K, POS1(I1), POS2(I1))

FIN

FIN

FIN

De lo contrario

HACER I1 igual a 1 hasta NFAS

SI LT es mayor o igual a 3 entonces

Restar a CONT(NODOO(I,I1)) la unidad

FIN

SI LT es igual a 2 o LT es igual a 4 entonces

Restar a CONT(NODOI(I,I1)) la unidad

FIN

SI LT es igual a 2 o igual a 4 entonces

SI CONT(NODOI(I,I1)) es igual a cero entonces

***DETERMINA SI LOS NODOS SIN MAS ELEMENTOS

***CONECTADOS A ELLOS DEBEN SER ELIMINADOS

***POR NO ENCONTRARSE EN EL AREA DE INTERES

LLAMA a subrutina LOCATE(IEX, NODOI(I,I1))

SI IEX es igual a cero entonces

***ELIMINA LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE

***ZBARRA PERTENECIENTES A LOS NODOS QUE

***NO SE ENCUENTRAN EN EL AREA DE INTERES

LLAMA a subrutina REDUCIR (LR,K,POS1(I1),POS2(I1))

FIN

FIN

FIN

SI LT es mayor o igual que 3 entonces

SI CONT(NODOO(I,I1)) es igual a cero entonces

*****DETERMINA SI LOS NODOS SIN MAS ELEMENTOS
 ***CONECTADOS A ELLOS DEBEN SER ELIMINADOS
 ***POR NO ENCONTRARSE EN EL AREA DE INTERES
 LLAMA a subrutina LOCATE (IEX, NODOO(I,I1))
 SI IEX es igual a cero entonces
 ***ELIMINA LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE
 ***ZBARRA PERTENECIENTES A LOS NODOS QUE
 ***NO SE ENCUENTRAN EN EL AREA DE INTERES
 LLAMA a subrutina REDUCIR(LR, K,POS1(I1),POS2(I1))**

FIN

FIN

FIN

FIN

FIN

SI LR es igual a 1 entonces

Reducir K en MC, $K=K-MC$

FIN

REGRESAR

FIN

SUBROUTINA LOCATE

*****LOCALIZACION DE NODOS DENTRO DE VNP PARA DETERMINAR SI
 ***DEBEN PERMANECER O SER ELIMINADOS
 ***VNP: VECTOR DE NODOS QUE LIMITAN EL AREA DE INTERES DEL
 ***SISTEMA**

*****IEX: BANDERA QUE INDICA LA EXISTENCIA DE LOS NODOS DENTRO
 ***DEL AREA DE INTERES**

Variable de entrada NODO

Declaración de variables

ENTERAS: VNP

Almacenamiento común de variables VNP(30), NNP

Asigna el valor de cero a la bandera IEX

HACER I2 igual hasta NNP

SI NODO es igual a VNP(I2) entonces

IEX es igual a 1

FIN

FIN

REGRESAR

FIN

SUBROUTINA REDUCIR

```

***REALIZA LOS CAMBIOS REQUERIDOS EN ZBARRA PARA EL
***PROCEDIMIENTO DE REDUCCION
Variables de entrada LR, K, PS1, PS2
Declaración de variables
ENTERAS: PS1, PS2, VNS
COMPLEJAS: ZBUS
Almacenamiento común de variables MC, ZBUS(30,30), VNS(30)
Asigna el valor de 1 a LR
***INTERCAMBIA LAS COLUMNAS NO REQUERIDAS POR LAS ULTIMAS
***COLUMNAS DE LA MATRIZ, PARA DESPUES BORRAR ESTAS ULTIMAS
HACER I3 igual a 1 hasta K
    Intercambiar los elementos ZBUS(PS1,I3) por ZBUS(PS2,I3)
FIN
HACER I3 igual a 1 hasta K
    Asignar al elemento ZBUS(PS2,I3) el valor cero
FIN
***INTERCAMBIA LOS ULTIMOS RENGLONES NO REQUERIDOS POR LOS
***ULTIMOS RENGLONES DE LA MATRIZ, PARA DESPUES BORRAR ESTOS
***ULTIMOS
HACER I3 igual a 1 hasta K
    Intercambiar los elementos ZBUS(I3,PS1) por ZBUS(I3,PS2)
FIN
HACER I3 igual a 1 hasta K
    Asignar al elemento ZBUS(I3,PS2) el valor cero
FIN
***REALIZA LOS CAMBIOS NECESARIOS EN VNS
Intercambiar el elemento VNS(PS1) por VNS(PS2)
Intercambiar el valor de PS2 por PS1
Agregar la unidad a la variable MC
Variables de salida PS1, PS2
RETURN
FIN

```

SUBROUTINA ASIG1

```

***IDENTIFICACION DE LAS POSICIONES DE LOS NODOS DEL ELEMENTO I
***DENTRO DE LA MATRIZ ZBARRA
***K1: ORDEN DE POS(K1) CUYO VALOR VARIA DE 1 A NFAS
***POS(K1): POSICION DEL NODO(I,I1) EN VNS
Variables de entrada I, NODO, NFAS, K
Declaración de variables
ENTERAS: VNS, NODO(15,15), POS(150)

```

Almacenamiento común de variables VNS

Asignar el valor de cero a K1

HACER I1 igual a 1 hasta NFAS

HACER I2 igual a 1 hasta K

***COMPARA LOS NODOS DEL ELEMENTO CON VNS,

***ENCONTRANDO LAS POSICIONES DE LOS MISMOS

SI NODO(I,I1) es igual a VNS(I2) entonces

Agregar 1 a K1

Asignar el valor de I2 a POS(K1)

FIN

FIN

FIN

***Variables de salida POS(K1)

REGRESAR

FIN

SUBROUTINA ASIG2

***CONVERSION DE MATRIZ DE INDUCTANCIAS DE PARAMETROS

***INDEPENDIENTES EN MATRIZ DE IMPEDANCIAS

Variables de entrada NL, NFAS, ML, KT, F

Declaración de variables

REALES: ML(30,30,30)

COMPLEJAS: MLS(30,30)

SI KT es igual a 1 entonces es un banco de resistencias

HACER J1 igual a 1 hasta NFAS

HACER J2 igual a 1 hasta NFAS

Asignar a la parte real de MLS el valor de ML(NL,J1.J2)

FIN

FIN

De lo contrario

Si KT es igual a 2 entonces son inductancias

Calcular $W=2 \times \pi \times F$

De lo contrario

SI KT es igual a 3 entonces son capacitancias

Calcular $W=1/(2 \times \pi \times F)$

De lo contrario

Imprimir letrero de error

FIN

FIN

HACER J1 igual a 1 hasta NFAS

HACER J2 igual a 1 hasta NFAS

Asignar a la parte compleja de MLS el valor de $ML(NL, J1, J2)$
multiplicado por W

FIN

FIN

FIN

REGRESAR

***Variables de salida MLS

FIN

SUBROUTINA INCLUYE

***ASIGNACION DE NODOS A VNS

***K:ORDEN DE VNS AUMENTANDO HASTA KC

Variables de entrada K, I, NODO, NFAS

Declaración de variables

ENTERAS: NODO(15,15), VNS

Almacenamiento común de variables VNS(30)

HACER I1 igual a 1 hasta NFAS

 Aumentar en uno a la variable K

 Asignar al elemento VNS(K) el valor de NODO(I,I1)

FIN

REGRESAR

FIN

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. G. Phadke (editor), 'Digital Simulation of Electrical Transient Phenomena'. IEEE Tutorial Course, Course Text 81 EHO173-5-PWR, IEEE Service Center. Piscataway, N. J., 1980.
- [2] L. V. Bewley, 'Traveling Waves on Transmission Systems', Dover, 1951.
- [3] S. Meliopoulos, 'Power System Grounding and Transients an Introduction'. Marcel Dekker Inc., 1988.
- [4] J. Ávila-Rosales, 'Modelación de Líneas Aéreas de Transmisión', Notas usadas para el Curso de Alta Tensión I en el Instituto Politécnico Nacional, Mayo 1984.
- [5] CIGRE Working Group 33.02, 'Internal Overvoltage. Guidelines for Representation of Network Elements When Calculating Transients', ELECTRA (1987).
- [6] N. G. Hingorani y M. F. Burberry, 'Simulation of AC System Impedance in HVDC System Studies', IEEE on Trans. on Power App. Sys., Vol. PAS-89, pp. 820-828. May/June 1970.
- [7] A. S. Morched y V. Brandwanj, 'Transmission Network Equivalents for Electromagnetic Transients Studies', IEEE Trans. on Power App. Syst, Vol. PAS-102, No. 9, pp. 2984-2994, September 1983.
- [8] V. Q. Do y M. M. Gavrilovic, 'A synthesis Method for One and Multi-Port Equivalents Networks for Analysis of Power System Transients', IEEE Trans. On Power App. Sys., Vol. PWRD-1, No. 2, pp. 103-113, April 1986.
- [9] R. H. Galloway, W.B. Shorrocks y L.M. Wedepohl, 'Calculation of Electrical Parameters for Short and Long Polyphase Transmission Lines', Proc. IEEE, Vol 111, Dic. 1964, No.12, pp. 2051-2059.
- [10] J. R. Carson, 'Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return', Bell System Technical Journal, Vol. 5, October 1926, pp. 539-554.
- [11] E. Acha-Daza, 'Ecuaciones de Carson', Reporte Interno, Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo, 1980.

- [12] C. Dubanton, 'Calcul Approché des Paramètres Primaires et Secondaires d'une Ligne de Transport Valeurs Homopolaires', Bulletin de la Direction des Études et Recherches-Série B, No. 1, 1969, pp. 53-62.
- [13] Claudio Ruben Fuerte Esquivel, 'Metodología para la Simulación de Operaciones de Maniobra en Líneas de Transmisión', Tesis de Maestría, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, 1993.
- [14] Elizabeth Godoy Alcantar, 'Simulación Digital de Transitorios Electromagnéticos en el Dominio de la Frecuencia Incluyendo Condiciones no Lineales', Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, 1994.
- [15] Homer E. Brown, 'Solution of Large Networks by Matrix Methods', a Wiley-Interscience Publication, Jhon Wiley & Sons, Inc. U.S.A. 1975.
- [16] William H. Hayt, Jr., 'Teoría Electromagnética', McGraw-Hill, México, 1986.
- [17] Enríquez Harper G., 'Análisis Moderno de Sistemas Eléctricos de Potencia', Segunda Edición, Editorial LIMUSA, México, 1981.
- [18] William D. Stevenson, Jr., 'Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia', Segunda Edición, Mc Graw Hill, México, 1991.
- [19] Lawrence S. Leff y Arlene Podos, 'Computer Programming in Fortran the Easy Way', Barron's Educational Series, Inc.
- [20] R.H. Hammond, W.B. Rogers y J.B. Crittenden, 'Introduction al Fortran 77 y la PC', McGraw-Hill.
- [21] R.C. Holt y J.N.P. Hume, 'Fundamentals of Structured Programming Using Fortran with SF/k and WATFIU-S', Reston Publishing Company, Inc., Reston, Virginia a Prentice-Hall Company.
- [22] Stanley I. Grossman, 'Elementary Linear Algebra', Wadsworth Publishing Company

