

TRABAJO PARA OPCION C.

Emilio Bichara Marcos G.

Consideraciones  
sobre la Función de Producción



Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Economía.

AGOSTO DE 1980

B241  
E7  
.1

T

HB241

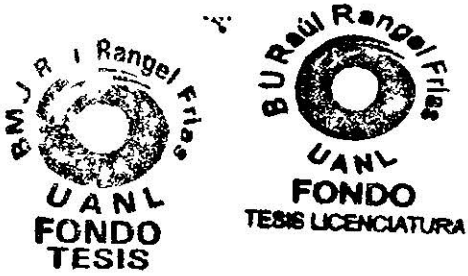
M37

C.1



1080082542

1  
082 1  
127



## I R O L O U O.

La actividad de una empresa, Región o país es determinada por una serie de factores, que en ocasiones llegan a ser tan amplios, que es imposible determinar todos los que influyen en el grado de actividad, entre ellos podemos mencionar:

**Factores Productivos, Sociales, Culturales y medio ambiente en general.**

Las funciones de producción tratan de conjugar estos factores en una interpretación matemática donde se incluyen el mínimo de factores posibles que proporcionan el máximo de explicación de la producción, esto no significa que se esté hablando de una media entre mínimo de factores y máxima explicación, sino que se refiere a incluir los factores más relevantes para determinar el comportamiento de la producción. La función de producción Cobb-Douglas considerada incluye dos factores productivos, que empíricamente se ha demostrado ser los más relevantes en la mayoría de las actividades productivas.

### **TRABAJO Y CAPITAL.**

En este trabajo a partir de la función mencionada en el párrafo anterior, exponemos el aspecto teórico referente a la teoría y estimación de la función de producción. Para luego ver un ejemplo aplicado a las actividades enumeradas en el censo económico de 1970 (Industria de Transformación).

Para estimar la función de producción empleamos la —  
Técnica de Regresión Lineal con la cual además de estimar-  
los valores de los parámetros establecamos ciertas hipóte-  
sis con respecto al comportamiento de cada actividad.

La técnica de Regresión Lineal obliga a linealizar.

La función por lo cual el empleo de logaritmo natu-  
ral a la función nos auxilia en linealizarla en el capítu-  
lo referente a Procedimiento.

1.-OBJ - V J B

1.1.)-Exposición de la teoría referente a la función-producción Cobb-Douglas, y el método de estimación.

1.2).- En base a la función de producción, obtener los estimadores de la función para los grupos de actividades enumeradas en el censo económico de México para la Industria de Transformación en el año de 1970.-

Manufactura de productos alimenticios:	(Actividad #20).-
Elaboración de bebidas:	(Actividad #21).-
Fabricación de Textiles:	(Actividad #23).-
Fabricación de calzado y prendas de vestir:-	(Actividad #24).-
Industria y productos de madera y corcho, excepto muebles:	(Actividad #25).-
Fabricación de suelas y accesorios, excepto los de metal:	(Actividad #26).-
Editoriales, imprentas e industrias conexas:	(Actividad #28).-
Industria y productos de cuero, piel y materiales sueltonos:	(Actividad #29).-
Fabricación y refinación de productos de hule:	(Actividad #30).-
Sustancias y productos químicos:	(Actividad #31).-
Productos de minerales no metálicos:	(Actividad #33).-
Fabricación de productos metálicos:	(Actividad #35).-

**2.- OBJETIVOS DEL TCC.**

**2.1).- Breve análisis de:**

**2.1.1. Veracidad y congruencia de los datos utilizados.**

**2.1.2. Forma de agrupación.**

**2.2) Validar o rechazar las ecuaciones de regresión desde el punto de vista estadístico.**



### 3.- TEORÍA.

Las funciones de producción establecen básicamente relaciones entre combinaciones de ciertos insumos relevantes con la producción generada por éstos.

Existen tres tipos de métodos para encontrar el tipo de relación existente entre las variables utilizadas en la función de producción.

- 1.-) Método de series de tiempo.
- 2.-) Corte transversal o datos atemporales.
- 3.-) Por experimentación controlada.

El primer método, está basado en un análisis estadístico de datos en el tiempo para varios insumos utilizados y la producción generada en cada uno de las observaciones del período de tiempo bajo estudio.

El segundo de los métodos mencionados es un análisis estadístico que relaciona las variables durante observaciones en un momento definido del tiempo.

El último método, relaciona las variables y puede ser para un momento dado o bien a través del tiempo, obteniéndose la información mediante experimentos sujetos a control. Por lo cual es el único que cumple el supuesto de regresión de que las variables independientes sean no-estocásticas.

La función de producción queda definida:

$$Y = f ( X_1, X_2, \dots, X_n )$$

donde Y = Producto generado

X = Insumos

Una función específica de la relación producto-insumos, se puede establecer de la siguiente manera:-

$$Y = AX_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} \dots X_k^{\beta_k}$$

donde: Y=Producto generado

$X_1$ =Insumo 1

$\beta_1$ =Parámetro que representa el cambio porcentual en la producción al variar en uno por ciento la cantidad empleada del insumo 1

A= Parámetro llamado de eficiencia.

Trabajos desarrollados por investigadores demuestraron que, tomando únicamente un grupo reducido de insumos, éstos definen el valor del producto con un alto grado de exactitud.

Esta función queda establecida de la siguiente manera:

$$Y = A K^{\beta_1} L^{\beta_2}$$

Y es conocida como la función de producción Cobb-Douglas, donde:

Y = Producto

K = Capital invertido

L = Trabajo.

$\beta_1$  = Cambio porcentual en el producto al variar en uno por ciento la cantidad empleada del insumo 1.-

Producto medio del factor productivo.- Cantidad de pro-  
ducto correspondiente a una unidad de insumo constante y  
se presenta por:

$$\begin{aligned} P_{medL} &= \frac{Y}{L} = \frac{AK^{\beta_1} L^{\beta_2}}{L} & P_{medK} &= \frac{Y}{K} = \frac{AK^{\beta_1} L^{\beta_2}}{K} \\ &= AK^{\beta_1} L^{\beta_2-1} & &= K^{\beta_1-1} L^{\beta_2} \\ &= AK^{\beta_1} \left( \frac{L}{K} \right)^{\beta_2} & &= \frac{L}{K} \frac{L^{\beta_2}}{K^{1-\beta_2}} \end{aligned}$$

Restringida a lineal homogénea:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= (1-\alpha) & \beta_1 &= \alpha \\ P_{medL} &= A \left( \frac{L}{K} \right)^{\alpha} & P_{medK} &= A \left( \frac{L}{K} \right)^{(1-\alpha)} \end{aligned}$$

Producto marginal del factor productivo. Cuando el producto total cambia en una unidad del capital o de uno de los factores productivos manteniendo constante la cantidad utilizada del otro factor productivo. Esto se calcula por la derivada parcial de la función con respecto al factor productivo en cuestión.

$$\begin{aligned} P_{mL} &= \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta_2 (AK^{\beta_1} L^{\beta_2-1}) & P_{mK} &= \beta_1 (AK^{\beta_1-1} L^{\beta_2}) \\ P_{mL} &= \beta_2 (P_{medL}) & P_{mK} &= \beta_1 (P_{medK}) \end{aligned}$$

Restringida a lineal homogénea:

$$P_{mL} = (1-\alpha) P_{medL} \quad P_{mK} = (\alpha) P_{medK}$$

Al obtener la derivada de la función encontramos que existen rendimientos decrecientes ya que:

$$\frac{d^2 Y}{dL^2} < 0$$

$$\frac{d^2 Y}{dK^2} < 0$$

GRADO DE HOMOGENEIDAD DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION.— El grado de homogeneidad de una función depende de la reacción que tenga el producto a cambios en la cantidad de los insumos utilizados. Si al multiplicar cada uno de los insumos — por una constante  $C$  el valor de la producción es multiplicado por  $C^s$ , entonces la función será homogénea de grado  $s$ .

Sin establecer una restricción a priori con respecto al grado de homogeneidad, o sea que  $\beta_1 + \beta_2 \leq 0$

$$\begin{aligned} Y &= f(K, L) = AK^{\beta_1} L^{\beta_2} \\ f(CK, CL) &= A (CK)^{\beta_1} (CL)^{\beta_2} \\ &= A C^{\beta_1} K^{\beta_1} C^{\beta_2} L^{\beta_2} \\ &= A C^{(\beta_1 + \beta_2)} K^{\beta_1} L^{\beta_2} \\ &= C^{(\beta_1 + \beta_2)} A K^{\beta_1} L^{\beta_2} \\ &= C^{(\beta_1 + \beta_2)} f(K, L) \end{aligned}$$

Donde  $\beta_1 + \beta_2$  es el grado de homogeneidad.

Al restringir la función a lineal homogénea de grado uno, ó sea que al multiplicar los insumos empleados por una constante  $C$ , la función se verá multiplicada por esa constante, se establece a priori que la suma de los exponentes de la función sea igual a la unidad por lo cual

$$\beta_1 = \alpha, \quad \beta_2 = (1 - \alpha)$$

$$Y = A K^{\alpha} L^{(1-\alpha)}$$

$$\begin{aligned} f(CK, CL) &= A (CK)^{\alpha} (CL)^{(1-\alpha)} \\ &= A C^{\alpha} K^{\alpha} C^{(1-\alpha)} L^{(1-\alpha)} \end{aligned}$$

$$= A C^{\alpha} K^{1-\alpha} L^{1-\alpha}$$

$$= A C K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

$$= C (A K^{\alpha} L^{1-\alpha})$$

$$= C f(K, L)$$

RENTAS CONSTANTES A ESCALA

Si:  $\beta_1 + \beta_2 = 1$  Significa que existen rendimientos constantes a escala, es decir, que al aumentar en un mismo porcentaje la cantidad de insumos utilizados, la producción se incrementará en un porcentaje igual al aumento de los insumos.

Si:  $\beta_1 + \beta_2 > 1$  "Rendimientos crecientes a escala", o sea que el aumento de los insumos en un mismo porcentaje, la producción se verá incrementada en un porcentaje mayor.

Si:  $\beta_1 + \beta_2 < 1$  "Rendimientos decrecientes a escala", significa que los aumentos porcentuales de los insumos, repercutirán en un aumento porcentual menor de la producción.

Al ver el grado de homogeneidad hay que tomar en consideración una serie de factores que afectan a los costos y los rendimientos, entre los cuales se pueden mencionar:

1.-) Los precios o costos de cada uno de los factores -

productivos al variar, provocan variaciones en la proporción de utilización de los factores productivos.

- 2.-) Existen una serie de condiciones que limitan la cantidad de los factores productivos disponibles en un área geográfica definida, por lo cual generan una curva de costos crecientes a escala.
- 3.-) El poder sindical y la capacidad empresarial influyen sobre las cuestiones referentes al costo. El primero en relación directa con el tamaño de planta ya que genera una agrupación mayor de obreros con un poder sindical mayor. En lo que respecta al segundo, éste influye sobre el tipo de organización al interior de la empresa.
- 4.-) La indivisibilidad de los factores productivos genera para ciertos tramos de la utilización de los insumos una curva de costos decrecientes.

#### TEORÍA DE RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA.

En condiciones de rendimientos constantes a escala, si cada factor es retribuido por el valor de su producto marginal, el producto total se agotará exactamente por la participación en la distribución de todos los factores.

Dada la función de producción:

$$Y = A K^{\alpha} L^{(1-\alpha)}$$

Al multiplicar los productos marginales por la cantidad de

factores utilizados:

$$\begin{aligned}
 P_L L &= \alpha A \left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha} & P_K K &= (1-\alpha) A \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha \\
 (P_L L) K + (P_K K) L &= \alpha A \left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha} K + (1-\alpha) A \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha L \\
 &= \alpha A \frac{L^{1-\alpha} K^\alpha}{K} + (1-\alpha) A \frac{K^\alpha L^{1-\alpha}}{L}
 \end{aligned}$$

Factorizando y eliminando exponentes negativos:

$$\begin{aligned}
 &= A (\alpha K^{-1} L^{1-\alpha} + (1-\alpha) K^\alpha L^{-1}) \\
 &= A K^{-1} L^{1-\alpha}
 \end{aligned}$$

Por lo que queda demostrado que el producto total se agota.

Quando no restringimos la función a una homogénea la distribución de los factores productivos puede ser mayor o menor que el producto.

$$Y = A K^{\beta_1} L^{\beta_2}$$

Al multiplicar los productos marginales por la cantidad de factores utilizados, obtenemos una restricción de acuerdo a sus productos marginales.

$$\begin{aligned}
 (P_L L) K + (P_K K) L &= \beta_1 A \frac{L^{\beta_1} K^{\beta_2}}{K^{\beta_1} L^{\beta_2}} K + \beta_2 A \frac{K^{\beta_1} L^{\beta_2}}{L^{\beta_1} K^{\beta_2}} L \\
 &= L^{\beta_1} \frac{L^{\beta_2}}{K^{\beta_2}} \beta_1 A \frac{K^{\beta_2}}{L^{\beta_2}} + \beta_2 A \frac{K^{\beta_1}}{L^{\beta_1}}
 \end{aligned}$$

Factorizando:

$$= (\beta_1 + \beta_2) A K^{\beta_1} L^{\beta_2}$$

Por lo cual encontramos las siguientes conclusiones cuando la distribución de los factores productivos es igual a su producto marginal.

- 1.-) Cuando existen "rendimientos constantes a escala" la remuneración a los factores productivos es exactamente igual al producto.
- 2.-) Rendimientos crecientes a escala. El pago a los factores productivos excede la cantidad de producto.
- 3.-) "Rendimientos decrecientes a escala". El producto no se agota al remunerar a los factores productivos. O sea que existe un excedente extraordinario.

ISOCUANTA.— Si se define una producción fija, se puede establecer una isocuanta, la cual relaciona las diferentes combinaciones de insumos posibles para obtener una producción.

Para variaciones a lo largo de la isocuanta, se da la siguiente relación:  $PMgK (dK) + PMgL (dL) = 0$ , de esta ecuación derivamos la tasa marginal de sustitución ( $MRS$ ), que es la relación en que un factor puede ser sustituido por el otro sin alterar el nivel de producción y que es representada por la negativa de la derivada de K con respecto a L.

$$MRS = -\frac{dK}{dL} (-1) = \frac{PMgL}{PMgK} \quad 0$$

Esta mide la relación en que un factor productivo puede ser sustituido por otro sin alterar el nivel de producción, y mide el número de unidades que hay que disminuir



mir de K cuando se aumenta la utilización de L en una unidad, sin alterar el nivel del producto. A medida que aumentamos la cantidad utilizada del factor L, disminuye la  $MPL$  debido a los rendimientos decrecientes.

De la definición de la isocuanta y tomando la función de producción Cobb-Douglas, para obtener la  $MPL$ , tenemos:

$$MPL = \beta_1 A \frac{L^{\beta_2}}{K^{1-\beta_2}} \quad MPL = \beta_2 A \frac{K^{\beta_1}}{L^{1-\beta_2}}$$

Sustituyendo los productos marginales en la isocuan-

ta:

$$\beta_1 A \frac{L^{\beta_2}}{K^{1-\beta_2}} (dK) + \beta_2 A \frac{K^{\beta_1}}{L^{1-\beta_2}} (dL) = 0$$

$$\frac{dL}{dK} = - \frac{\beta_2 A K^{\beta_1} K^{1-\beta_2}}{\beta_1 A \frac{L^{\beta_2}}{K^{1-\beta_2}} L^{1-\beta_2}}$$

$$= - \frac{\beta_2 K}{\beta_1 L}$$

Y de acuerdo a que la  $MPL$  de sust. es la negativa de la pendiente de la isocuanta, se puede decir:

$$MPL = \frac{\beta_2 K}{\beta_1 L}$$

Derivando con respecto a los factores productivos, encontramos que:-

$$\frac{d(MPL)}{dL} = - \frac{\beta_2 K}{\beta_1 L^2}$$

$$\frac{d(MPL)}{dK} = \frac{\beta_2}{\beta_1 L}$$

Al aumentar la cantidad del factor L la  $MPL$  disminuye, y al aumentar la cantidad del factor K ésta aumenta.

MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO CON UNA FUNCIÓN DE DEMANDA Y COSTOS

Definiremos el beneficio como  $(IT - CT)$ , donde el ingreso total es obtenido de la función de demanda para el producto  $(pY)$ , y el costo total la ecuación de isocosto.

Para maximizar el beneficio con la restricción de la función de producción tenemos:

$$\text{Max: } B = (IT - CT)$$

$$\text{suj. a: } Y = f(K, L)$$

por lo cual la ecuación a maximizar será:

$$\text{Max: } B = IT - CT + \lambda (f(K, L) - Y)$$

El precio de los factores productivos está dado — por: "r" tasa de interés y costo por unidad de capital y "w" tasa salarial por unidad de trabajo, con ésto obtenemos la ecuación de costo total:

$$CT = rK + wL$$

Por el lado del ingreso total, habría que ver qué tipo de función de demanda se adapta mejor a las condiciones del mercado. Como ejemplo consideremos la siguiente función de demanda:

$$Y = a_1 p^{-a_2} \quad a_1, a_2 > 0$$

Donde Y es cantidad demandada

p precio

$a_1, a_2$  constantes

En la función de demanda anterior, la elasticidad precio de demanda y de mercado es igual a " $a_2$ ", y el ingreso total se obtiene multiplicando por el precio a la función:

$$IT = a_1 p^{(1-a_2)}$$

Si la función de demanda es de elasticidad precio unitaria,  $a_2=1$  implica que el ingreso total es una constante de finida por  $a_1$ , por lo cual la obtención del máximo beneficio sería ~~maximizar~~ el costo total por cada unidad, el nivel del producto se debe redeterminar considerando la combinación de factores productivos que proporcionan el costo mínimo para el producto.

Si la demanda es elástica,  $a_2 < 1$ , nos lleva a que el ingreso total varíe en la misma dirección que el precio.

Si la demanda es inelástica,  $a_2 > 1$ , el ingreso total variará en forma inversa al precio. Si  $a_2 \rightarrow 1$ , y la demanda es completamente horizontal que es el caso de la competencia perfecta, en la cual el precio igual a la unidad se puede vender toda la producción.

Volvamos a la ecuación de maximización de beneficios:

$$B = a_1 p^{(1-a_2)} - rK - wL + \lambda (\pi(r, w) - Y)$$

Por lo cual las condiciones necesarias para maximizar el beneficio son los siguientes:

$$1.- \left| \frac{dB}{dL} \right| = -w + \lambda P_M L = 0$$

$$2.- \left| \frac{dB}{dK} \right| = -r + \lambda P_M K = 0$$

$$3.- \left| \frac{dB}{d\lambda} \right| = \pi(K, L) - Y = 0$$

Cuando el ingreso total es constante o un variable, o sea cuando  $a_2 \neq 1$ , e incluyendo en la función de beneficio

el ingreso total obtenido de la función inversa de demanda.

$$4.-) \frac{dB}{dY} = \frac{\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) a_1^{1/2}}{Y^{1/2}} - \lambda = 0$$

Ahora las condiciones para maximizar beneficios nos dan las siguientes relaciones:-

$$1.-) w = \lambda \quad (II, G, L)$$

$$2.-) r = \lambda \quad (II, G, K)$$

3.-) despejando  $\lambda$  e igualando

$$\frac{w}{r} = \frac{L}{K}$$

La condición resultante nos recuerda la condición de tangencia entre isocosto e isocontas.

En lo que se refiere a la cuarta condición si  $a_2 = 1$

$$\lambda = \frac{\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) a_1^{1/2}}{Y^{1/2}} = \left(1 - \frac{1}{a_2}\right) p$$

$$Y = f(K, L)$$

si  $a_2 = 1$

$$Y^0 = f(K, L)$$

Donde  $Y^0$  significa que el producto es predeterminado. Sustituyendo la última  $\lambda$  en las dos primeras ecuaciones que contienen  $\lambda$ , y resolviendo en cada una para obtener los valores de los factores productivos.

$$L = \frac{\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) p \beta_2 Y}{w} \quad K = \frac{\left(1 - \frac{1}{a_2}\right) p \beta_1 Y}{r}$$

Las ecuaciones anteriores nos dan las cantidades

de L y de K que maximizan los beneficios. Por lo cual tenemos que:

$$L = \frac{[1 - \frac{1}{\beta_2}] p \beta_2 Y}{w} \quad K = \frac{(1 - \frac{1}{\beta_2}) p \beta_1 Y}{Y}$$

Las ecuaciones anteriores nos muestran las cantidades de L y de K que maximizan los beneficios. Por lo cual tenemos que:

$$L = f(p, p, \beta_2, Y, w) \quad K = f(p, p, \beta_1, Y, r)$$

que nos muestran de qué depende la cantidad óptima de L y K que se debe de utilizar para obtener un máximo beneficio.

Algunos limitaciones de la medición de producción.

- 1.-| Los datos no siempre representan combinaciones técnicamente eficientes de insumos para la generación de un cierto producto, (el caso de que no se esté usando la mínima cantidad de insumos requeridos en un momento determinado).-
- 2.-| La dificultad de medir de una manera lo más real posible el "stock de capital" que surge debido a que está formado por varios tipos de maquinaria de diferente tecnología y con diferente vida de duración.
- 3.-| La medición del factor productivo trabaja adolecce de un problema similar, debido a las diferentes capacidades del personal ocupado y al período de tiempo trabajado.-
- 4.-| No toma en consideración factores tales como: económicas o diseconomías externas, escasez de insumos y algunos otros.-
- 5.-| Al hacer la estimación de la función sin restringirla a lineal homogénea surge el problema de la multicolinealidad, debido al grado de asociación de las variables independientes.-

$$4.- \frac{0}{1 \text{ L}^{\alpha}}$$

Dado que la función no está establecida en forma lineal se procede a linealizarla mediante el empleo de logaritmos ya que es intrínsecamente lineal.

1.-) Restricción a lineal homogeneidad.— Esta ecuación supone rendimientos constantes a escala, y la suma de los exponentes es igual a la unidad.

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{AK^{\alpha} L^{1-\alpha}}{L}$$

$$\frac{Y}{L} = A (K/L)^{\alpha}$$

aplicando logaritmos:

$$\ln (Y/L) = \ln A + \alpha \ln (K/L)$$

con lo cual la forma de estimación se puede reemplazar por el método de regresión lineal simple en el cual:

variable dependiente =  $\ln (Y/L)$

variable independiente =  $\ln (K/L)$

parametros a estimar:  $\ln A, \alpha$

2.-) Sin restricción con respecto al grado de homogeneidad.—

Otra forma de presentar la función es dejar en libertad el grado de homogeneidad.

$$Y = A K^{\beta_1} L^{\beta_2}$$

$$\ln Y = \ln A + \beta_1 (\ln K) + \beta_2 (\ln L)$$

La ecuación resultante corresponde a la forma:

$$Y^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_1^* + \beta_2^* X_2^*$$

que es resuelta por el modelo de regresión lineal múltiple, donde:

$$Y^* = \ln(Y)$$

$$\beta_0^* = \ln(A)$$

$$\beta_1^* = \beta_1$$

$$X_1^* = \ln(K)$$

$$\beta_2^* = \beta_2$$

$$X_2^* = \ln(L)$$

"Al aplicar el término error a la ecuación, éste queda multiplicando, y al aplicar los logaritmos se obtiene:-

$$e^* = \ln(e)$$

si suponemos que "e" se comporta de acuerdo a las condiciones establecidas por los supuestos del modelo de mínimos cuadrados la técnica de regresión lineal múltiple se puede aplicar con la ecuación linealizada. En este caso no debe haber valores negativos en las variables originales, ya que no es factible obtener el logaritmo correspondiente.

Los estimadores mínimo cuadráticos  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_k$  calculados por usar la ecuación linealizada son estimadores sesgados de los parámetros correspondientes, entonces  $\hat{\beta}_0 = \ln(A)$ , por lo cual  $A = \text{antilogaritmo de } \hat{\beta}_0$  y por eso se puede pensar intuitivamente que podríamos estimar el parámetro



tro  $A$  por simple cálculo, sin embargo puede ser demostrado que el estimador de  $A$  es sesgado hacia arriba. Una mejora en la estimación de  $A$  puede ser obtenida ajustando el sesgo y usando:

$$\hat{A} = \hat{A}^* \text{antilog} (-1/2 S_{\hat{\beta}_0})$$

donde  $S$  es la varianza estimada de  $\hat{\beta}_0$  obtenida por la estimación de mínimos cuadrados. Otra vez puede demostrarse que tal estimador no es insesgado, y su sesgo se puede ajustar usando:

$$\hat{Y} = \hat{Y}^* \text{antilog } 1/2 (\hat{\sigma}^2 - s_{Y^*}^2)$$

Donde  $s_{Y^*}^2$  es la varianza estimada de  $Y$  y  $\hat{\sigma}^2$  es la varianza de la regresión. (1)

(1) BOLCH, Ben W. y HUANG, "MULTIVARIATE STATISTICAL METHODS FOR BUSINESS AND ECONOMICS" PRENTICE HALL INCORPORATION

Prueba de hipótesis

Para probar si existen rendimientos constantes a escala en la función de producción se establece la siguiente hipótesis:-

$$H_0 = \beta_1 + \beta_2 = 1$$

$$H_1 = \beta_1 + \beta_2 \neq 1$$

para la cual se usa la distribución "t de student" y la t calculada queda de la siguiente forma:

$$t_{\text{cal}} = \frac{\beta_1 + \beta_2 - 1}{\sqrt{\hat{\sigma}_{\beta_1}^2 + \hat{\sigma}_{\beta_2}^2 + 2 \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)}}$$

Las varianzas y covarianza se obtuvieron de la matriz varianza covarianza

$$\hat{\sigma}_e^2 (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{\beta_1}^2 & \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) \\ \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \hat{\sigma}_{\beta_2}^2 \end{bmatrix}$$

donde:  $\hat{\sigma}_e^2 = \frac{e'e}{n-k-1}$

$(X'X)^{-1}$  es la matriz inversa de  $X'$  donde  $X$  es la matriz de observaciones de los variables independientes.

Criterio de decisión para la prueba de hipótesis: Para esto hay que fijar el nivel de confianza para obtener la t crítica.

Aceptar  $H_0$  si  $(-) t_{\text{crit}} \leq t_{\text{cal}} \leq t_{\text{crit}}$

Rechazar  $H_0$  en ese caso contrario.

Rechazar  $H_0$  si existe un 95% de confianza de --

que no existen rendimientos constantes a escala, ya que usa el  $t$  con un nivel de significancia, del 5%. Si el nivel de significancia fuera 95% y aceptáramos  $H_0$ , tendríamos un 95% de confianza de que existen rendimientos -- constantes a escala.

5.- PLM II S.

En la tabla #1 se muestran para las funciones:

$$I.-) \ln (Y/W) = \ln A + \ln (K/W)$$

$$II.-) \ln (Y) = \ln A + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln W$$

los valores obtenidos en cada una de las actividades bajo análisis.

Estos valores son:

Para la función #1 (I)

$\ln A_1$  = ln del término independiente

$\alpha$  = parámetro estimado

$\Delta e$  = error estándar de la ecuación de regresión

$\Delta \alpha$  = error estándar del parámetro estimado.

F = valor de la Distribución F calculada para el ajuste de la función.

Para la función #2 (II)

$\ln A_{11}$  = ln del término independiente

$\beta_1$  = parámetro asociado a la variable capital invertido

$\beta_2$  = parámetro asociado a la variable remuneraciones

$\Delta e_{11}$  = error estándar de la ecuación de regresión.

$\Delta \beta_1$  = error estándar del parámetro 1

$\Delta \beta_2$  = error estándar del parámetro 2

F = valor de la distribución F calculada para el ajuste de la función.

En la tabla #2 se muestra un resumen de los siguientes

valores obtenidos de la ecuación de regresión lineal múltiple (Función II) para cada una de las actividades analizadas.

$\sigma_{\beta 1}^2$  = varianza del estimador  $\beta_1$

$\sigma_{\beta 2}^2$  = varianza del estimador  $\beta_2$

$\text{cov} \beta_1 \beta_2$  = covarianza de los estimadores  $\beta_1$  y  $\beta_2$

$n$  = número de observaciones

$k$  = número de parámetros a estimar

$t_{\text{calc.}}$  = valor de la distribución  $t$  de student

$t_{\text{crit.}}$  =  $t_{\alpha/2, n-k}$  ( $t$  de tablas para un nivel significación de 1% con  $n - k$  grados de libertad).-

$H_0$  = hipótesis nula.-

ACTIVIDAD  
NO.

F U N C I O N D E P R O D U C C I O N

	$\ln(Y) = \ln A_1 + \alpha \ln(K/W) + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln W$											
	$\ln A_1$	$\alpha$	$s_{e_1}$	$s_\alpha$	F	$\ln A_{II}$	$\beta_1$	$\beta_2$	$s_{e_{II}}$	$s_{\beta_1}$	$s_{\beta_2}$	F
20	0.7125	0.2123	0.3020	0.1602	1.756	1.5483	0.1556	0.7774	0.2938	0.1596	0.1559	269.5
21	0.4103	0.4084	0.2217	0.0713	32.83	0.4828	0.4206	0.5702	0.2250	0.0810	0.0960	973.9
23	0.1613	0.3964	0.2774	0.1140	12.086	0.6782	0.3828	0.5686	0.2642	0.1088	0.1101	706.0
24	0.087	0.041	1.1990	0.3962	0.011	0.4630	-0.0346	1.1148	1.2059	0.4092	0.4022	62.8
25	-0.324	0.9372	0.522	0.0268	1220.7	0.4601	0.8559	0.0618	0.5051	0.0533	0.0260	191.7
26	0.4292	0.4990	0.3121	0.1031	23.42	0.9701	0.4633	0.4701	0.2891	0.0970	0.0960	583.9
28	0.4721	0.2118	0.1804	0.1203	3.10	0.7229	0.2171	0.7519	0.1711	0.1141	0.1154	2072
29	-0.022	0.9698	0.5751	0.0621	243.96	1.0623	0.7960	0.0607	0.4463	0.0631	0.0437	337
30	0.7649	0.2017	0.3067	0.1497	1.814	1.1970	0.1135	0.8438	0.3003	0.1578	0.1497	653
31	0.6544	0.2674	0.3541	0.1220	4.80	1.0877	0.3344	0.6047	0.3209	0.1135	0.1209	895.6
33	0.3834	0.2732	0.1791	0.0550	24.86	0.5604	0.3108	0.6650	0.1769	0.0605	0.0702	1881
35	0.4388	0.3345	0.2288	0.0740	20.4	0.7176	0.3866	0.5733	0.2134	0.0726	0.0795	1882

T A B L A # 1

VARIANZA Y COVARIANZA DE LOS PARAMETROS  $\beta_1$  y  $\beta_2$

t (calculada) para Prueba de Hipótesis:  $\beta_1 + \beta_2 = 1$

t /2, n-k de tablas (crítica).

ACTIVIDAD	$G^2_{\beta_1}$	$G^2_{\beta_2}$	Cov. $\beta_1\beta_2$	n	k	$t_{CAL.}$	$t_{0.005, n-k}$	$H_0$
20	0.0255	0.0243	- 0.0174	32	3	indeterminado	+ 2.756	rechazada
21	0.0065	0.00916	- 0.007478	32	3	- 0.3467	+ 2.756	aceptada
23	0.01184	0.01212	- 0.011662	28	3	- 1.93	+ 2.787	aceptada
24	0.16744	0.19554	- 0.176614	32	3	+ 0.812	+ 2.756	aceptada
25	0.0028	0.000676	- 6.45798	32	3	indeterminado	+ 2.756	rechazada
26	0.00935	0.00929	- 0.00894	32	3	- 2.416	+ 2.756	aceptada
28	0.01302	0.01332	- 0.01305	31	3	- 2.001	+ 2.763	aceptada
29	0.00398	0.002372	- 0.2614	28	3	indeterminado	+ 2.787	rechazada
30	0.0249	0.2241	- 0.02324	32	3	- 1.482	+ 2.756	aceptada
31	0.01288	0.01461	- 0.01348	29	3	- 2.6455	+ 2.779	aceptada
33	0.00366	0.00493	- 0.004124	32	3	- 1.3088	+ 2.756	aceptada
35	0.005271	0.00632	- 0.005644	32	3	- 2.3033	+ 2.756	aceptada

TABLA # 2

6.- Capítulo III

6.1.- Función I (regresión lineal simple) y Función II (regresión lineal múltiple)

6.1.1.- Manufactura de productos alimenticios (Actividad #20)

$$(I) \ln(Y/W) = 0.7125 + 0.2123 \ln(K) \quad (0.16)$$

no pasa la prueba t para el  $\alpha$  con  $\alpha = 0.05$ .

En esta ecuación la variable independiente no explica a la dependiente.

$$(II) \ln Y = 1.5483 + 0.1556 \ln K + 0.7774 \ln W \quad (0.1596) \quad (0.1559)$$

Para este tipo de actividad se puede inferir que la mano de obra es más importante que el capital invertido. La primera sí es explicativa de la producción, mientras que el parámetro del capital no es significativamente diferente de cero.

Esto se debe a que  $2\beta_1 = \beta_2$

(regla de la prueba t)

$$t_{\text{tabla } 2} \text{ y } t_{\text{critica}} = \frac{\beta_2}{\Delta\beta_2}$$

La  $H_0$  ( $\beta_1 + \beta_2 = 1$ ) se rechaza (no hay rendimientos constantes a escala)

El coeficiente de determinación ( $R^2 = 0.9489$ )

6.1.2.- Elaboración de bebidas (Actividad #21)

$$(1) \ln(Y/W) = 0.4103 + 0.4064 \ln(K) \quad (0.0713)$$

el ajuste es bueno y la variable dependiente sí es estadísticamente explicada por la independiente



to.

$$(II) \ln Y = 0.4822 + 0.4206 \ln K + 0.5702 \ln W$$

$$(0.021) \quad (0.095)$$

El ajuste es bueno y la  $H_0$  es aceptada (Hay rendimientos constantes a escala).-

La curva ajustada tiene un coeficiente de determinación de 0.9353.

#### 6.1.3.-Fabricación de Textiles (Actividad #23)

$$(I) \ln (Y/d) = 0.1513 + 0.3964 \ln (K/W)$$

$$(0.1140)$$

a) el ajuste es bueno ( $F = 12.086$ )

b) la variable independiente explica a la dependiente.

$$(II) \ln Y = 0.6782 + 0.3828 \ln K + 0.5686 \ln W$$

$$(0.10-8) \quad (0.1101)$$

a) el ajuste es bueno ( $F = 706$ )

b) las dos variables independientes son explicativas de la dependiente.

c)  $H_0$  es aceptada

d)  $R^2 = 0.9826$

#### 6.1.4.-Fabricación de alzado y broches de vestir (Actividad #24)

$$(I) \ln (Y/W) = 0.087 + 0.041 \ln (K/d)$$

$$(0.3962)$$

a) la variable dependiente no es explicada por la independiente.

b) el ajuste es bueno ( $F = 0.011$ )

$$(II) \ln Y = 0.4620 + 0.0346 \ln K + 1.1148 \ln W$$

$$(0.4032) \quad (0.40-2)$$

- a) la variable dependiente no es estadísticamente explicada por la variable (ln w).
- b) el ajuste es bueno ( $F = 62.8$ )
- c) la  $H_0$  es aceptada
- d)  $R^2 = 0.8123$

La ecuación de regresión que se obtuvo muestra un parámetro ( $\beta_2$ ) superior a la unidad, el parámetro ( $\beta_1$ ) es menor de cero.

Esto es posible debido a la inhomogeneidad no real o bien debido a la agrupación de a) fabricación de Calzado y b) prendas de vestir.

No es posible validar o rechazar la presente suposición.

#### 6.1.5.- Industria de productos de madera y corcho.

excepto muebles (actividad #2)

$$(1) \ln(Y/w) = -0.324 + 0.9372 \ln(K/w) \\ (0.0263)$$

- a) el parámetro  $\alpha$ , es significativamente diferente de cero, por lo cual ( $K/w$ ) sí explica la variable de endeble ( $Y/w$ )
- b) El ajuste es bueno ( $F = 191.7$ )
- c)  $H_0$  es rechazada (no existen rendimientos constantes a escala)
- d)  $R^2 = 0.9297$

#### 6.1.6.- Industria de metales y accesorios, excepto los de metal (actividad #26)

$$(I) \ln(Y/w) = 0.4292 + 0.4990 \ln(K/w) \\ (0.1031)$$

a) la variable de e diente al e, lica la indepen-  
dencia  $Y=f(L)$

b) el ajuste es bueno ( $F = 23.42$ )

$$(II) \ln Y = 0.9701 + 0.4633 \ln K + 0.4701 \ln W \\ (0.097) \quad (0.096)$$

a) las dos variables explican a la variable indepen-  
diente .

b) el ajuste de la ecuación de regresión es bue- -  
no ( $F = 503.9$ )

c)  $H_0$  es aceptada

d)  $R^2 = 0.9752$

6.1.7. Datos de los ingresos e i ta l i s concius  
(Actividad 2.8)

$$(I) \ln(K/w) = 0.4721 + 0.2120 \ln(K/w) \\ (0.1203)$$

a) el parámetro no es significativamente diferente de  
cero, por lo cual el ca, 'tal no tiene mucha impor-  
tancia en esta actividad.

b) el ajuste no es bueno ( $F = 3.10$ )

$$(II) \ln Y = 0.7229 + 0.1171 \ln(K) + 0.7019 \ln(L) \\ (0.1141) \quad (0.1154)$$

a) el parámetro de multiplicación  $\alpha$  l no e tá exli-  
cundo la producción.

b) el ajuste es bueno ( $F = 2072.2$ )

c)  $H_0$  es aceptada

$$d) R^2 = 0.9933$$

6.1.8.-Industrias : Productos de Cero, Fiel y Materiales  
sucosúneos.- (Actividad 29)

$$(I) \ln(Y/w) = -0.022 + 0.9599 \ln(K/w) \\ (0.0621)$$

a) los cambios en capital invertido explican alta —  
mente los cambios en la Producción.

(El valor del parámetro es cercano a la unidad)

b) el ajuste es bueno ( $F = 243.96$ )

$$(II) \ln(Y) = 1.0623 + 0.796 \ln K + 0.0607 \ln(W) \\ (0.0631) \quad (0.0437)$$

a) el capital invertido es el único que puede explicar los cambios en la producción, esta industria debe estar altamente tecnificada.

b) el ajuste es bueno ( $F = 336.98$ )

$$c) R^2 = 0.9642$$

d)  $H_0$  es rechazada (probable existencia de serio problema de multicolinealidad).

6.1.9.-Fabricación y reparación de productos de hule.

(Actividad # 30)

$$(I) \ln(Y/K) = 0.7649 + 0.2017 \ln(L/w) \\ (0.1497)$$

a) estadísticamente la variable independiente no explica a la variable dependiente.

b).-el ajuste no es bueno ( $F=1.814$ )

$$(II) \ln(Y) = 1.197 + 0.1135 \ln(K) + 0.8438 \ln(W) \\ (0.1578) \quad (0.1497)$$

- a) la  $r$  es variable independiente no tiene influencia estadísticamente explicativa de la producción.
- b) el ajuste es bueno ( $F=652.97$ )
- c)  $H_0$  es aceptada = Rendimientos constantes a escala.
- d)  $R^2 = 0.9783$

6.1.10.- sustancias y Promociones Químicas (Actividad #31)

$$(I) \ln(Y/I) = 0.6544 + 0.2674 \ln(L/I) \\ (0.172)$$

a) la variable dependiente sí es explicada por la independiente.

b) el ajuste no es bueno ( $F=4.0$ )

$$(II) \ln(Y) = 1.0877 + 0.4374 \ln(r) + 0.6047 \ln(W) \\ (0.113) \quad (0.1209)$$

a) las variables involucradas en la ecuación sí son explicativas de la variable dependiente.

b) el ajuste es bueno ( $F=895-6$ )

c)  $H_0$  es aceptada.

d)  $R^2 = 0.9857$

6.1.11.- productos de minerales no metálicos (Actividad #33)

$$(I) \ln(Y/W) = 0.3834 + 0.2732 \ln(L/W) \\ (0.055)$$

a) sí es explicativa la variable independiente

b) el ajuste es bueno ( $F=24.85$ )

$$(II) \ln(Y) = 0.5604 + 0.3108 \ln(K) + 0.6650 \ln(W) \\ (0.0605) \quad (0.0702)$$

- a) los parámetros son significativamente diferentes de cero.
- b) el ajuste es bueno ( $F = 1021.2$ )
- c)  $R^2 = 0.9924$
- d)  $H_0$  es aceptada.

6.1.12.- Fabricación de productos plásticos (Actividad, 35)

$$(L) \ln(Y) = 0.4333 + 0.3345 \ln(L/W) \quad (0.074)$$

- a) la variable  $L$  por sí sola explica.
- b) el ajuste es bueno ( $F = 20.4$ )

$$(II) \ln(Y) = 0.7186 + 0.3866 \ln K + 0.5733 \ln W \quad (0.0726) \quad (0.0795)$$

- a) las dos variables independientes explican la variable dependiente.
- b) el ajuste es bueno ( $F = 1031.7$ )
- c)  $H_0$  es aceptada: ( $\beta_1 + \beta_2 = 1$ )
- d)  $R^2 = 0.9923$

6.2.- Censos de Comercio.

6.2.1 - Los censos económicos se efectúan cada cinco años y en 1960, 1965, 1970 se tomaron diferentes criterios de agrupación. (por ej. en 1965 los talleres de reparación de automóviles correspondían a la actividad de la Industria Automotriz del censo Industrial y en 1970 se cambió este criterio pasando esta actividad al renglón de servicios); lo cual es difícil llevar a cabo un estudio de dinámica (tomar datos en diferentes

períodos de tiempo).

- 6.2.2.- Es difícil obtener el verdadero monto real del capital invertido a causa de que esta información es proporcionada en términos del valor en libros. Este método nos guía a un sesgo muy grande debido a que no toma el verdadero valor del capital invertido.
- 6.2.3.- Es imposible obtener una renta imputada anual al capital debido a:
- a) El error en el punto anterior.
  - b) No se conocen los montos exactos de depreciación para cada industria.
  - c) En los censos no se proporciona la edad y posible duración de la maquinaria.
- 6.2.4.- En la obtención del valor agregado censal es obtenido por diferencia porcentual de producción menos insumos, menos algunos gastos diversos.
- 6.2.5.- A nivel actividad no aparece el desglose por categorías en el renglón de sueldos y salarios.
- 6.2.6.- El monto de salarios pagados está subestimado por razones de que el peso al ocupado es mayor que el número de obreros y empleados debido a que en el personal ocupado se considera además las familias u otras personas que trabajan sin remuneración.
- 6.2.7.- El empleo y el personal ocupado en lugar de sala —

rios nos produciría un sesgo debido a diferentes capacidades del personal ocupado y por las diferencias existentes entre horas trabajadas.

Bastan algunos otros aspectos con respecto a los censos que sería difícil tratar en este trabajo, por ejemplo Iner acción sucesiva, diferentes productividades del capital invertido, etc.



7.- R. G. C. T. ' .

7.1.- Las funciones de producción, en algunos casos, es conveniente que estén basadas en otras variables adicionales ya que para algunas funciones de producción influyen notablemente. A vía de ejemplo podría mencionarse: actitud sindical, relaciones climatológicas, políticas gubernamentales, etc.

7.2.- Un sistema de ecuaciones, que incluya, en la fuerza sindical, podría quedar representado para la función de producción de la siguiente manera:

$$Y = A K^{\beta_1} W^{\beta_2}$$

$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1 S$$

Y = Producción

A = Constante

W = Salario

$\gamma_0$  = Constante

$\gamma_1$  = Fuerza sindical (factor extremo)

Este sistema de ecuaciones simultáneas sería una modificación a la función Cobb-Douglas.

7.3.- La recomendación de las ecuaciones obtenidas, para la implementación de los censos (C) con el fin de mejorar esta y tener mayor flexibilidad para elaboración de estudios.

ANEXO 1

(DATOS UTILIZADOS)

MANUFACTURA DE PRODUCTOS ALIMENTICIOS

(Actividad #20)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Calientes	102318	50512	11359
California	653729	332247	127414
California (Terr.)	110792	78364	32615
Chihuahua	232255	137383	50657
Coahuila	412817	207762	55010
Durango	122623	31739	16148
Guatemala	230449	96452	23362
Hidalgo	507541	248831	81241
México Federal	4010319	2990511	981672
Morelos	317066	146827	33030
Nuevo Laredo	753428	358744	106618
Oaxaca	68914	40235	15286
Puebla	61886	48310	12052
Quintana Roo	1842424	1109282	353188
Sinaloa	1435262	1130766	238997
Tlaxcala	579848	236408	107742
Veracruz	425796	151441	93933
Yucatán	246964	85667	35683
Zacatecas	1172622	754818	222887
Chihuahua	647308	150405	66633
Coahuila	538511	265032	90071
Durango	274313	178527	48511
Guatemala	8683	5692	1673
Luis Potosí	239702	204821	70586
Morelos	1638175	491842	179521
Nuevo Laredo	844984	352092	111414
Quintana Roo	488047	73196	36246
Sinaloa	468519	279593	136844
Tlaxcala	68046	45670	8140
Veracruz	3188399	813761	452252
Yucatán	161873	92917	28298
Zacatecas	76710	44314	9615

ELABORACION DE BEBIDAS

(Actividad #21)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Calientes	240757	71480	21782
California	235559	277491	50310
California (Terr.)	3277	3885	2258
Chetumal	17826	14450	3933
Coahuila	304433	134595	41837
Colima	19507	12951	5078
Chiapas	43354	18700	8448
Chihuahua	247416	105572	53174
Ciudad Federal	2193028	1260691	498588
Durango	153398	115070	31053
Guanajuato	133385	80997	30942
Hidalgo	108437	62400	27326
Jalisco	20883	15024	5201
Jalisco	777305	494744	128467
Jalisco	1424578	553548	88092
Jalisco	90008	58872	23292
Jalisco	23066	19109	10128
Jalisco	14570	16249	6821
Jalisco León	1168238	357779	164229
Jalisco	36636	19185	7288
Jalisco	461004	217627	57848
Jalisco	127365	66271	13358
Jalisco	62	93	49
Jalisco Potosí	109288	62547	25214
Jalisco	181051	138940	44113
Jalisco	117914	56938	20275
Jalisco	23469	13358	6551
Jalisco	128686	102656	51546
Jalisco	30586	10215	2935
Jalisco Cruz	610449	415278	174726
Jalisco	68379	74378	30969
Jalisco	23809	14840	6374

FABRICACION DE TEXTILES

(Actividad #23)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
ascalientes	55754	27324	14891
California	127418	80229	34206
California (Terr.)	64100	81761	5946
Coahuila	4922	2412	1540
Chihuahua	285717	135537	77625
Colima			
Coahuila	67430	20394	7013
Guahua	95292	34881	14694
Districto Federal	3354530	1756065	865784
Guangochilango	49696	20734	9094
Jalisco	249117	113109	65107
Querétaro	1797	1598	597
San Luis Potosí	259620	110358	62487
Sinaloa	394226	255086	139691
Tampico	3634518	1599870	714682
Tehuacan	46504	22067	14017
Tlaxcala	240542	157658	80968
Veracruz			
San León	459785	138705	75236
San Luis Potosí	10222	8372	4621
Tlaxcala	1582289	853582	460710
Veracruz	113759	83320	50791
Yucatán			
San Luis Potosí	212748	102566	63616
Veracruz	141690	49000	16563
Veracruz	232254	172462	32582
Veracruz			
Veracruz	30324	28935	17364
Veracruz	251134	98649	48849
Veracruz	598471	236988	131033
Veracruz	922973	118980	85307
Veracruz	532	270	88

FABRICACION DE CALZADO Y PRENDAS DE VESTIR

(Actividad #24)

DAD FEDERATIVA	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
ascalientes	17848	19284	10201
California	23563	59084	38435
California (Terr.)	70	351	140
Coahuila de Zaragoza	662	844	313
Chihuahua	35315	20980	9607
Coahuila de Zaragoza	405	1089	347
Chihuahua	1315	1949	453
Chihuahua	39606	37253	22195
D.F. (Distrito Federal)	2682636	1851310	837284
Guerrero	45250	20242	10309
Jalisco	466312	296479	166934
Jalisco	14810	21194	5325
Jalisco	25519	18560	7976
Jalisco	492632	374555	229841
Jalisco	438287	251005	113988
Jalisco	7953	11070	4738
Jalisco	3131	5166	1758
Jalisco	1321	2819	595
Jalisco	401341	265329	123646
Jalisco	1732	1999	510
Jalisco	69401	53002	25605
Jalisco	1780	1865	703
Jalisco	253	667	262
Jalisco	18347	22424	8056
Jalisco	4133	6503	2679
Jalisco	23724	23859	12302
Jalisco	1606	1307	301
Jalisco	32561	24378	11634
Jalisco	10628	4153	1749
Jalisco	13107	14152	4946
Jalisco	44551	26506	14283
Jalisco	1536	1707	637

INDUSTRIA Y PRODUCTOS DE MADERA Y CORCHO EXCEPTO MUEBLES

(Actividad #25)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Calientes	378	475	195
California	15040	23827	14431
California (Terr.)	756	384	116
Chihuahua	37147	27840	13480
Coahuila	5311	5583	2904
Colima	400	502	179
Chiapas	69110	62790	30590
Chihuahua	692894	218767	92936
Distrito Federal	158845	134189	53586
Guerrero	213491	147394	73562
Jalisco	2723	3157	1379
Veracruz	42559	18405	5819
Baja California	1497	1205	523
Baja California Sur	107006	80165	51355
Campeche	54590	41244	17700
Coahuila de Zaragoza	85685	53217	26259
Colima	12014	1346	707
Chiapas	2343	1419	663
Estado Libre Asociado de Puerto Rico	26554	21042	10968
Guatemala	93174	48385	24407
Hidalgo	9561	7250	2569
Jalisco	4943	1222	614
Quintana Roo	56542	29194	11291
San Luis Potosí	32801	27730	13347
Sinaloa	13844	12279	7868
Tamaulipas	19022	13563	5877
Veracruz	5917	3765	852
Yucatán	4125	5057	1884
Zacatecas	434	342	83
Veracruz	16196	13006	6365
Yucatán	58285	32301	14590
Texas	3274	8216	781

FABRICACION DE MUEBLES Y ACCESORIOS EXCEPTO LOS DE METAL

(Actividad #26)

DAD FEDERATIVA	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
ascalientes	3251	1954	835
California	47950	47408	18762
California (Terr.)	1792	1039	406
Coahuila	1422	1049	456
Chihuahua	22680	15404	4735
Colima	4526	4235	1237
Coahuila de Zaragoza	6803	3538	946
Chihuahua	13252	14583	7341
Districto Federal	567690	426529	220365
Guerrero	13730	7214	3570
Jalisco	5543	5026	2444
Veracruz	2221	2524	924
Morelos	206	519	171
Michoacán	104932	69207	30834
Nuevo Léon	273974	202950	103006
Oaxaca	5154	6859	3009
Puebla	15441	15208	1124
Querétaro	1329	1509	557
San Luis Potosí	147864	64184	32999
Tamaulipas	2903	1787	449
Tlaxcala	13480	9375	1772
Veracruz	1249	728	207
Yucatán	419	166	71
Zacatecas	12963	8668	4538
Baja California	4994	5157	1723
Baja California Sur	3851	4691	2136
Chiapas	782	1225	445
Colima	5578	7121	3848
Coahuila de Zaragoza	140	222	40
Distrito Federal	4806	5262	1929
Guerrero	4042	3314	1813
Morelos	973	1139	503

EN MILLARES DE PESOS



EDITORIALES, IMPRENTAS E INDUSTRIAS CONEXAS

(Actividad #28)

AD FEDERATIVA	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
calientes	5375	4812	1563
California	32252	26893	16408
California (Terr.)	1123	566	387
che	126	221	68
ila	30359	22424	12591
a	1357	1029	624
as	3989	2879	1649
ahua	47831	38094	16696
rito Federal	3085746	1941594	970971
go	10088	6912	3277
juato	28036	17429	10098
pero	4321	2203	1120
go	6030	2504	986
co	66893	47420	26632
o	372133	217010	100176
acán	13780	7978	3651
os	1970	1888	1062
rit	2218	1924	695
León	229257	132899	69995
a	2537	2808	1294
a	32533	25482	11854
taro	3911	3921	1992
ana Roo			
uis Potosí	13390	11727	6830
oa	32676	18626	10736
a	27811	16605	9773
co	3370	1856	934
lipas	41899	31384	17061
ala	360	196	86
ruz	43084	25934	14337
án	26697	17702	11233
ecas	627	484	225

INDUSTRIA Y PRODUCTOS DE CUERO, PIEL Y MATERIALES SUCEDANEOS

(Actividad #29)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Calientes	54	170	107
California	9984	15854	6922
California (Terr.)			
Cheche	71	51	19
Chihuahua	1748	5400	1748
Coahuila	138	144	25
Colima	112	133	26
Guahua	689	904	382
Districto Federal	333832	196451	87981
Guangzhou	253	212	86
Hidalgo	189363	67594	26314
Morelos	468	386	133
Veracruz	162	329	64
Guatemala	104048	57403	23129
Queretaro	43768	29338	14694
Quintana Roo	5252	6067	3175
San Luis Potosí	111	92	19
San Miguel	659	524	195
San León	51672	28388	13230
Tlaxcala	844	886	369
Yucatán	8340	4847	2290
Zetaro			
Quintana Roo			
Luis Potosí	1064	1221	696
Guatemala	14575	6325	2166
Veracruz	1132	1135	449
Guatemala	236	252	94
Guatemala	133	338	110
Veracruz			
Veracruz	19542	7798	4166
Veracruz	2103	1772	812
Veracruz	140	179	37

FÁBRICACION Y REPARACION DE PRODUCTOS DE HULE

(Actividad #30)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Chalientes	3381	1851	809
California	10245	12876	4397
California (Terr.)	709	483	113
Chetumal	559	255	123
Coahuila	15350	11401	4004
Colima	3630	1463	616
Chiapas	3290	1725	814
Chihuahua	9969	7398	3491
Distrito Federal	844635	909655	314344
Guangxi	1474	1558	516
Guatemala	30565	16916	9173
Hidalgo	4639	3743	1581
Morelos	2011	1632	813
Veracruz	109207	67630	34702
Yucatán	541614	633848	188126
Zacatecas	10273	5178	1388
San Luis Potosí	2448	1430	376
San Luis Potosí	4284	3332	673
San Luis Potosí	62009	47657	19583
San Luis Potosí	4451	2913	1245
San Luis Potosí	7170	6805	1933
San Luis Potosí	668	585	206
San Luis Potosí	82	118	20
San Luis Potosí	4194	1853	937
San Luis Potosí	9542	6346	1903
San Luis Potosí	7415	7185	2816
San Luis Potosí	5186	1522	635
San Luis Potosí	4657	9687	2234
San Luis Potosí	395	491	98
San Luis Potosí	57405	21789	9023
San Luis Potosí	2894	2547	1280
San Luis Potosí	1315	857	303

EN MILLARES DE PESOS

SUBSTANCIAS Y PRODUCTOS QUIMICOS

(Actividad #31)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Chalisco	3750	2556	710
California	119903	35965	17161
California (Terr.)			
Coahuila	25	54	17
Chihuahua	537925	141183	47322
Durango	63704	18821	4980
Guadalupe	9484	2875	647
Guahua	153709	52227	15524
Districto Federal	8384057	5333048	2213371
Guerrero	105473	66077	27371
Jalisco	733484	354900	58123
Veracruz	8785	4138	1334
Baja California	6902	3495	1372
Colima	1685016	671352	224359
Chiapas	5260137	2496888	955866
Chihuahua	345492	198294	92897
Coahuila	197646	51878	24674
Durango	3091	4184	1018
Estado de León	2442915	917057	303639
Guadalupe	1376	1487	126
Guahua	444468	203178	41918
Guerrero	3991	3016	1219
Quintana Roo			
Luis Potosí	160431	55426	24009
Quintana Roo	53985	33328	5962
Veracruz	164834	61988	16198
Quintana Roo	2171	607	250
Quintana Roo	235673	184449	54824
Quintana Roo	67058	24172	7474
Quintana Roo	1529221	257841	93767
Quintana Roo	32015	16482	6823
Quintana Roo			

PRODUCTOS DE MINERALES NO-METALICOS

(Actividad #33)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
Chalientes	10344	5504	2890
California	166177	61910	29410
California (Terr.)	9140	2059	900
Chetumal	2567	2133	1439
Chiapas	380938	143906	34810
Chihuahua	861	1052	552
Coahuila	4164	2447	1458
Colima	151814	58927	23380
Constituyente Federal	1493684	791522	405460
Coahuila de Zaragoza	22765	12684	5548
Guatemala	183368	59614	34771
Hidalgo	46511	23043	8302
Morelos	551690	221091	97764
Veracruz	776422	269488	108750
Yucatán	2612135	1002509	396572
Baja California	10372	12215	4974
Baja California Sur	55214	25234	16694
Campeche	3727	3502	1519
Estado Libre Asociado de Puerto Rico	2087628	1048802	511718
Guerrero	62641	32128	21665
Hidalgo	207965	77802	33085
Michoacán	8189	5285	2788
Quintana Roo	709	502	228
San Luis Potosí	368935	75591	19754
Sinaloa	162470	43672	16566
Tlaxcala	89167	45162	20426
Veracruz	4277	3748	1600
Yucatán	24881	17442	10760
Zacatecas	27655	13596	4649
Coahuila de Zaragoza	162747	85463	46772
Veracruz	64927	25646	11208
Tlaxcala	4766	6225	2595

FABRICACION DE PRODUCTOS METALICOS

(Actividad #35)

ESTADO FEDERATIVO	CAPITAL INVERTIDO (K)	VALOR AGREGADO (Y)	SUELDOS Y SALARIOS (W)
ascalientes	27068	14807	7025
California	112364	78834	36123
California (Terr.)	4223	1214	511
Coahuila	139	213	234
Chihuahua	384764	187086	82936
Colima	2572	2062	292
Guerrero	2820	1505	524
Hidalgo	49177	26893	13458
México Federal	4032181	2589540	1199850
Morongo	23124	14124	4543
Querétaro	79270	48560	23337
San Luis Potosí	7302	5062	2288
Sinaloa	32341	13802	6372
Tampico	308244	211695	83446
Tehuacan	2052819	1182454	554803
Tlaxcala	13358	11500	3558
Veracruz	16581	7029	3066
Zacatecas	1521	1852	704
San León	1219282	599260	300481
San Luis Potosí	1516	1987	770
San Luis Potosí	44920	33774	13191
San Luis Potosí	198243	109902	34387
San Luis Potosí	49	99	47
San Luis Potosí	24998	19418	9455
San Luis Potosí	23422	9534	4239
San Luis Potosí	24290	17706	8064
San Luis Potosí	2134	1460	622
San Luis Potosí	25531	19950	9038
San Luis Potosí	1641	1460	650
San Luis Potosí	406189	99671	37976
San Luis Potosí	4613	3591	1615
San Luis Potosí	2872	2150	804

## BIBLIOGRAFIA.

- 1.- Chiang A. "Matemáticas para Economistas". Ed. Amorrortu.
- 2.- Mansfield, E. "Microeconomía" (Theory and Applications) segunda edición. J. W. Norton and Company Inc.
- 3.- Dorfman, Robert. "Una exposición no matemática de la programación matemática e lineal". Breit, W., Hochman, H., "Microeconomía", Segunda Edición. Editorial Interamericana.
- 4.- Robinson, J. "El Teorema de Euler y el problema de la Distribución". Breit W., Hochman, H., "Microeconomía", Segunda Edición. Editorial Interamericana.
- 5.- Stigler, G. "The Theory of price", Tercera Edición. Editorial McMillan Company.
- 6.- Friedman, L. "Teoría de los precios". Lianza Editorial.
- 7.- Kmenta, J. "Elements of Econometric", The McMillan Company.
- 8.- Wynn, R.F., Holden, K. "Introducción al análisis econométrico aplicado". El Ariel.
- 9.- Johnston, J. "Econometric Methods", Segunda edición. Editorial McGraw-Hill Kogakusa.
- 10.- Bolch, Ben S. y Murphree, Ch'f J. "Multivariate Statistical Methods for business and Economics". Prentice Hall Incorporation.

# INDICE

págs.

1.-OBJETIVOS BASICOS.....	1
2.-OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	2
3.-TEORIA.....	3
3.1. Propiedades de la función de producción Cobb—Douglas.....	3
Producto medio.....	
Producto marginal.....	
Grado de Homogeneidad.....	
Rendimiento de la función de producción: Teorema de Euler o de la adición isocuente ta.....	
Elasticidad de sustitución entre los factores productivos.....	
3.2. Maximización de beneficios con la función de producción.....	
3.3. Algunos limitantes para la estimación y uso de la función de producción.....	
4.- PROCEDIMIENTO PARA LA ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DE LA FUNCION	
4.1.- Restringido a lineal homogénea.....	
4.2.- Sin restricción con respecto al grado de homogeneidad.....	
4.3.- Prueba de hipótesis.....	
5.-RESULTADOS.....	
6.-CONCLUSIONES.....	
7.-RECOMENDACIONES.....	
8.-BIBLIOGRAFIA.....	
9.-ANEXO # 1. (DATOS UTILIZADOS).....	



