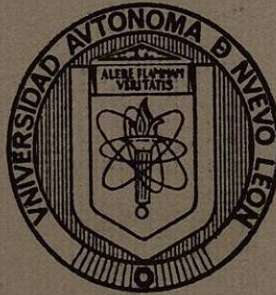


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE ECONOMIA**



**TESIS**

**EN OPCION AL TITULO DE  
LICENCIADO EN ECONOMIA**

**Dinámica Caótica y Tipos de Cambio.  
Un Estudio para México**

**JULIAN IBARRA ONOFRE**

**MONTERREY, N. L.**

**DICIEMBRE DE 2003**

TL

HG3852

.I2

2003

c.1



1080115030



**Dinámica Caótica y Tipos de Cambio  
Un Estudio para México**

**JULIAN IBARRA ONOFRE**

**MONTERREY, N. L.**

**DICIEMBRE DE 2003**

FT

HG 3852

.I 2

2003

*“El estudio de la economía parece no requerir ningunas dotes especializadas de un orden desacostumbradamente superior. ¿No es, intelectualmente considerada, una materia verdaderamente fácil comparada con las ramas superiores de la filosofía y de la ciencia pura? Sin embargo, los economistas, no ya buenos, sino sólo competentes, son auténticos mirlos blancos. ¡Una materia fácil, en la que pocos destacan! Esta paradoja quizás puede explicarse por el hecho de que el gran economista debe poseer una rara combinación de dotes. Tiene que llegar a mucho en diversas direcciones, y debe combinar facultades naturales que no siempre se encuentran reunidas en un mismo individuo. Debe ser matemático, historiador, estadista y filósofo (en cierto grado). Debe comprender los símbolos y hablar con palabras corrientes. Debe contemplar lo particular en términos de lo general y tocar lo abstracto y lo concreto con el mismo vuelo del pensamiento. Debe estudiar el presente a la luz del pasado y con vista al futuro. Ninguna parte de la naturaleza del hombre o de sus instituciones debe quedar por completo fuera de su consideración. Debe ser simultáneamente desinteresado y utilitario; tan fuera de la realidad y tan incorruptible como un artista, y sin embargo, en algunas ocasiones, tan cerca de la tierra como el político.”*

J. M. Keynes

*“La definición es casi perfecta. Pero Keynes olvida un detalle... el economista debe tener también algo del poeta: la imaginación. No, por supuesto, para cantar la economía en versos o para inventar novelas o historietas que entretienen y divierten, sino para tener la grande y clara visión que lo hace descubrir nuevos caminos hacia nuevas verdades.”*

Hermann Max

*En realidad desearía saltar esta parte. No porque no tenga nada que agradecer a nadie, sino porque han sido tantas personas que me avergonzaría dejar fuera a alguna de ellas. Más por no parecer malagradecido, y cumplir con estilos, comenzaré por agradecer a mi familia, quién sin su comprensión no hubiera sido posible terminar a buen tiempo la tesis; deseo agradecer a mi asesor, por haberme dado el importante beneficio de la duda; igualmente agradezco a mis amigos sus comentarios y su apoyo en el préstamo de libros; y por último, pero no menos importante, mi profunda gratitud a los encargados de biblioteca y hemeroteca, tanto presentes como pasados, por facilitarme el acceso a las fuentes de información, sin las cuales no existiría el presente trabajo. A todos ellos gracias, muchas gracias.*

*Atte.*

*Julián Ibarra Onofre*

## ÍNDICE

<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. 1. Importancia del Mercado Cambiario.....</b>	<b>1</b>
<b>1. 2. Sistemas Dinámicos No Lineales: La Teoría del Caos.....</b>	<b>2</b>
<b>1. 3. Estructura y Objetivos.....</b>	<b>3</b>
<b>Capítulo 1. La Teoría del Caos.....</b>	<b>5</b>
<b>1. 1. Definición y Características.....</b>	<b>5</b>
<b>1. 2. El Caos en la Historia.....</b>	<b>7</b>
<b>1. 3. Caos y Economía.....</b>	<b>8</b>
<b>1. 3. 1. Del Caos Teórico al Caos Empírico.....</b>	<b>9</b>
<b>Capítulo 2. El Bestiario del Caos.....</b>	<b>11</b>
<b>2. 1. El Análisis R/S.....</b>	<b>11</b>
<b>2. 2. El Estadístico BDS.....</b>	<b>13</b>
<b>2. 3. Análisis Espectral.....</b>	<b>15</b>
<b>2. 4. Exponentes de Lyapunov.....</b>	<b>16</b>
<b>2. 5. Dimensión Fractal. La Dimensión de Correlación.....</b>	<b>18</b>
<b>2. 6. La Entropía.....</b>	<b>19</b>
<b>Capítulo 3. Modelo Caótico del Mercado Cambiario.....</b>	<b>21</b>
<b>3. 1. Generalidades de los Agentes y las Finanzas Internacionales.....</b>	<b>21</b>
<b>3. 1. 1. Tipos de Inverisonistas y el Banco Central.....</b>	<b>21</b>
<b>3. 1. 2. Las Finanzas Internacionales.....</b>	<b>22</b>
<b>3. 2. Desarrollo.....</b>	<b>24</b>
<b>3. 2. 1. Conducta de los Inversionistas.....</b>	<b>24</b>
<b>3. 2. 2. Estrategias de los Agentes.....</b>	<b>27</b>
<b>3. 2. 2. 1. Técnicos.....</b>	<b>27</b>
<b>3. 2. 2. 2. Fundamentalistas.....</b>	<b>29</b>
<b>3. 2. 3. Interacciones en el Mercado Cambiario.....</b>	<b>29</b>
<b>3. 2. 4. Sistema de Ecuaciones.....</b>	<b>31</b>
<b>3. 2. 5. Parámetros del Modelo.....</b>	<b>33</b>
<b>3. 3. Adecuación del Modelo.....</b>	<b>34</b>
<b>Capítulo 4. Análisis Caótico del Mercado Cambiario.....</b>	<b>38</b>
<b>4. 1. Análisis de Pruebas (Hipótesis <i>Ante Facto</i>).....</b>	<b>38</b>
<b>4. 1. 1. El Test R/S.....</b>	<b>38</b>
<b>4. 1. 2. El Test BDS.....</b>	<b>40</b>
<b>4. 1. 3. El Periodograma.....</b>	<b>41</b>
<b>4. 1. 4. Exponentes de Lyapunov.....</b>	<b>41</b>
<b>4. 1. 5. Dimensión de Correlación.....</b>	<b>43</b>
<b>4. 1. 6. El Coeficiente de Entropía.....</b>	<b>43</b>
<b>4. 1. 7. Resultados Generales.....</b>	<b>45</b>
<b>4. 2. Resultados del Modelo y Bondad de Ajuste.....</b>	<b>46</b>
<b>4. 3. El Atractor del Tipo de Cambio.....</b>	<b>49</b>
<b>4. 3. 1. Atractor <math>(x, S)</math>.....</b>	<b>49</b>
<b>4. 3. 2. Atractor <math>(z, S)</math>.....</b>	<b>51</b>
<b>4. 3. 3. Atractor <math>(x, z)</math>.....</b>	<b>53</b>



4. 3. 4. Relaciones entre Variables (Hipótesis <i>Post Facto</i> ).....	54
4. 4. Pronóstico.....	56
Capítulo 5. Conclusiones y Líneas Futuras de Investigación.....	58
5. 1. Conclusiones Generales de las Técnicas para Detectar Caos.....	58
5. 2. Conclusiones Generales sobre la Aplicación del Modelo.....	59
5. 3. Consideraciones Finales y Futuras Líneas de Investigación.....	60
Apéndices.....	62
<u>A. 1. El Mercado Cambiario en México. Características Generales.....</u>	62
<u>A. 2. Jerarquía de los Sistemas Dinámicos.....</u>	63
<u>A. 3. El Lugar del Caos en la Historia Económica.....</u>	64
<u>A. 4. Economía Caótica: ¿Hacia un Nuevo Paradigma?.....</u>	65
<u>A. 5. El Movimiento Browniano.....</u>	67
<u>A. 6. El Caos.....</u>	69
<u>A. 7. Ecuaciones del Modelo.....</u>	69
<u>A. 8. Parámetros.....</u>	70
<u>A. 9. Resolución del Modelo. Iteraciones de Newton.....</u>	72
<u>A. 10. Periodograma. Resultados del Estadístico G.....</u>	74
<u>A. 11. Regresiones.....</u>	74
<u>A. 12. Modelos de Ajuste.....</u>	75
<u>A. 13. Cronología del Tipo de Cambio en México.....</u>	75
<u>A. 14. Pronósticos del Tipo de Cambio Según Modelos.....</u>	77
Bibliografía.....	79

## CUADROS

<u>Cuadro 1. Dualidades básicas en las Matemáticas del Caos.....</u>	6
<u>Cuadro 2. Resultado del <math>R/S</math> para el tipo de cambio.....</u>	39
<u>Cuadro 3. Estadístico <math>BDS</math> del tipo de cambio peso/dólar.....</u>	40
<u>Cuadro 4. Contraste entre las propiedades estadísticas de la serie del tipo de cambio <math>fix</math> cuando <math>\varphi = 0</math>.....</u>	46
<u>Cuadro 5. Comparación entre diferentes técnicas de pronóstico basándose en el MSE, MPE y MAPE.....</u>	46
<u>Cuadro 6. Estadístico <math>U</math> de Theil.....</u>	48
<u>Cuadro 7. Estadístico <math>Q</math> y <math>Q^*</math>, el contraste corresponde a una <math>\chi^2</math> con <math>(K-1)</math> grados de libertad, al 99.5% de confianza.....</u>	48
<u>Cuadro 8. Pendientes de relación y estadístico <math>t</math> entre <math>(z, x)</math>, <math>(\hat{S}, z)</math> y <math>(\hat{S}, x)</math>.....</u>	54
<u>Cuadro 9. Tipo de cambio promedio de la serie de pronósticos.....</u>	56
<u>Cuadro A. 1. Evolución de las principales escuelas de pensamiento económico (1500-1997)...</u>	64
<u>Cuadro A. 2. El tipo de cambio en México (1938-2004).....</u>	75

## GRÁFICAS

<u>Gráfica 1. Modelo utilizado por los técnicos para pronosticar el tipo de cambio.....</u>	28
<u>Gráfica 2. Análisis <math>R/S</math> para la serie calculada <math>s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})</math> con un ciclo de 689 días.....</u>	39
<u>Gráfica 3. Estadístico <math>V</math> para la serie calculada <math>s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})</math> con un ciclo de 689 días.....</u>	40
<u>Gráfica 4. Periodograma de la serie <math>s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})</math>.....</u>	41
<u>Gráfica 5. Exponente de Lyapunov mediante el algoritmo de Wolf para la serie <math>s_t = \ln(S_t) -</math></u>	

$\ln(S_{t-1})$ .....	42
<b>Gráfica 6.</b> Exponente de Lyapunov obtenido mediante el proceso ARMA (1,1). El exponente converge al valor $\lambda = 1$ .....	43
<b>Gráfica 7.</b> Integral de correlación para la serie del tipo de cambio fix.....	44
<b>Gráfica 8.</b> Pendiente de la integral de correlación para la serie del tipo de cambio.....	44
<b>Gráfica 9.</b> Series empírica y simulada del tipo de cambio sin intervención del BANXICO.....	47
<b>Gráfica 10.</b> Evolución de $x$ y $z$ cuando $\varphi = 0$ .....	47
<b>Gráfica 11.</b> Comparación entre los modelos y el tipo de cambio observado.....	48
<b>Gráfica 12.</b> Atractor del tipo de cambio. El eje X mide a $x$ , el eje Y mide a $z$ y el eje Z mide a $\hat{S}$ .....	49
<b>Gráfica 13.</b> Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensión $(x, \hat{S})$ .....	50
<b>Gráfica 14.</b> Evolución de $x$ en el tiempo.....	51
<b>Gráfica 15.</b> Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensiones $(z, \hat{S})$ .....	52
<b>Gráfica 16.</b> Evolución de $z$ en el tiempo.....	52
<b>Gráfica 17.</b> Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensiones $(x, z)$ .....	54
<b>Gráfica 18.</b> Pronóstico para los meses de noviembre y diciembre del 2003, y enero del 2004..	56
<b>Gráfica A. 1.</b> Representación esquemática de la Jerarquía de los Sistemas Dinámicos.....	63
<b>Gráfica A. 2.</b> Representación tridimensional sobre el caos. Los ejes representan I = indeterminismo, D = determinismo, t = tiempo.....	67
<b>Gráfica A. 3.</b> Inspección de K. El máximo pico se obtiene en $p = 344$ . Existen otros picos, pero no se observan por la forma de la gráfica.....	74

**PALABRAS CLAVE:** *Tipo de Cambio, Caos, Teoría del Caos, Atractor Extraño, Atractor Extraño del Tipo de Cambio, Test R/S, Test BDS, Dimensión Fractal, Exponentes de Lyapunov, Entropía, Determinismo, Indeterminismo, Análisis Técnico, Análisis Fundamental, Intervención del Banco Central (BANXICO), Sistemas Dinámicos No-Lineales, Dinámica Caótica, Iteraciones de Newton.*

## INTRODUCCIÓN

*“... in exact proportion to the power of this system is its delicacy-I should hardly say too much if I said its danger. Only our familiarity blinds us to the marvelous nature of the system.*

*I am by no means an alarmist. I believe our system, though curious and peculiar, may be worked safely; but if we wish to work it, we must study it. We must not think we have an easy task when we have a difficult task, or that we are living in a natural state when we are really living in an artificial one. Money will not manage itself, and Lombard Street has a great deal of money to manage.”*

*Walter Bagehot (1873)<sup>1</sup>*

### I. 1. IMPORTANCIA DEL MERCADO CAMBIARIO

Hoy en día, el mercado de divisas fácilmente constituye el mercado internacional más grande de cualquier clase, ya sea financiero o de otro tipo (Balaam y Veseth, 2001; Held, 2002; Mansell, 1998). Durante décadas, el costo de las transacciones financieras internacionales ha sido tan bajo que representa una diferencia mínima respecto de las tasas de interés y los precios de los activos entre los países.

Los avances en la computación y en la tecnología de las comunicaciones durante los últimos treinta años han sido decisivos para el gran volumen y la velocidad de las transacciones financieras internacionales. Han permitido que se ofrezca una serie de productos en forma relativamente económica, con transacciones en tiempo real, pues hay cotizaciones las 24 horas del día en todo el mundo. Los bancos privados y las corporaciones financieras también han cooperado en el establecimiento de extensas infraestructuras de comunicaciones en el plano mundial, con el fin de facilitar todas las formas de transacciones financieras.

Como resultado, los tipos de cambio flotantes han incrementado las oportunidades para que los agentes especulen en sus movimientos. La actividad especulativa se acrecentó durante las décadas de 1970 y 1980: la liquidez en los mercados de divisas extranjeros aumentó exponencialmente y los nuevos instrumentos, en especial los derivados, permitieron que los controles de capital por parte de los países de la OCDE en los años ochenta y noventa eliminaran muchas de las restricciones oficiales sobre esta actividad. Además de apostar con los movimientos en los tipos de cambio flotantes, los especuladores periódicamente asumen posiciones contra los tipos de cambio fijos o controlados, y apuestan, en efecto, a que los gobiernos se verán obligados a devaluar. Los consiguientes flujos masivos de fondos contra una moneda han producido notables crisis de devaluación, en la que tomaron parte varios países europeos en 1992 y 1993, el peso mexicano en 1994, varias monedas asiáticas en 1997 y el rublo ruso en 1998; por citar algunos ejemplos.

---

<sup>1</sup> En Londres, Lombard Street fue el centro del mundo financiero en el siglo XIX. Aunque actualmente Lombard Street no es el centro del universo monetario, aún permanece como un centro financiero internacional importante.

El crecimiento explosivo de la actividad financiera global desde la década de 1980 y la complejidad de los mercados financieros globales han transformado la administración de las economías desarrolladas. Este crecimiento proporciona oportunidades significativas para que los gobiernos y las corporaciones recurran a los grandes mercados líquidos de capital y permite que los inversionistas ganen el mejor rendimiento en todo el planeta. Sin embargo, aún cuando los mercados financieros globales desempeñan un papel clave en la asignación mundial del capital, lo hacen en una forma que tiene profundas implicaciones para la soberanía y la autonomía nacionales<sup>2</sup>.

Por tal motivo, los tipos de cambio son, sin duda, muy importantes para la política macroeconómica. Tres razones fundamentales apoyan esta afirmación:

- a) El tipo de cambio puede jugar un papel importante en el mecanismo de transmisión de los efectos de las políticas fiscal y monetaria, afectando a la renta real, y/o al nivel de precios interno (como lo propone Mundell y la teoría monetaria, respectivamente).
- b) Puede considerarse el tipo de cambio como una especie de filtro a través del cual los acontecimientos de la economía mundial afectan a la economía nacional.
- c) La dinámica a corto plazo del ajuste del tipo de cambio puede ser un factor importante al formular y aplicar las políticas sobre la demanda agregada; en concreto, el tipo de cambio puede oscilar o variar en respuesta a las medidas económicas actuales o esperadas.

Es por eso que el contar con un modelo de pronóstico que analice y descubra las fuerzas que están detrás de los procesos económicos, y que no sólo considere el resultado de dichas fuerzas, podrá ayudar a mejorar la conducción de las políticas económicas para el establecimiento de metas y objetivos, así como de la implementación de acciones que faciliten el cumplimiento de las mismas, además de alertar a tiempo de sus posibles costos.

## I. 2. SISTEMAS DINÁMICOS NO LINEALES: LA TEORÍA DEL CAOS

La teoría de los sistemas dinámicos no lineales estuvo subdesarrollada y estancada por seguir tendencias tales como la búsqueda de sistemas integrables. Por otro lado, los avances decisivos ocurridos durante el inicio del siglo XX<sup>3</sup>. Gracias al trabajo de Lorenz, Feigenbaum, Arnold y otros, en los años sesenta y setenta, la teoría de los sistemas dinámicos no lineales se desarrolló muy rápidamente. La parte más popular de las ciencias no lineales es, desde hace unos 20 años, la teoría del caos.

Hasta el día de hoy no existe una definición del fenómeno del “caos”. Sólo se tienen criterios parciales, tales como: irregularidad y aperiodicidad del movimiento, atractores extraños y sensibilidad extrema respecto a las condiciones iniciales. Se han desarrollado

<sup>2</sup> Las cuales se enfrentan al clásico trilema de las finanzas internacionales: Autonomía monetaria, eficiencia financiera internacional, y tipos de cambio estables. Para mayor información sobre esta “Trinidad Irreconciliable” (*unholy trinity*), consúltese Krugman, 1999.

<sup>3</sup> Un ejemplo de ello fueron los descubrimientos de Poincaré, que permanecieron en la sombra por el nacimiento de la física “moderna”: la física cuántica.

aplicaciones importantes de la teoría del caos en cardiología (para la diagnosis y control de arritmias cardiacas), en el análisis de señales y –en menor grado- la economía.

En economía, bajo la influencia de esta corriente se están produciendo, por ejemplo, modificaciones sensibles del modelo neoclásico en el ámbito de la Teoría del Crecimiento. Así, y aún cuando en estos planteamientos se mantiene la estructura básica del modelo de equilibrio general, se admite que el mercado no conduce a una asignación intertemporal de recursos óptimo-paretiana, debido a la presencia de externalidades, a rendimientos crecientes de escala y a estructuras de mercado de competencia imperfecta. Tendría consecuencias para la política económica de gran importancia, que no serían posibles en el marco de un modelo de equilibrio general dinámico y competitivo, como es el caso del modelo de crecimiento neoclásico (Fernández Díaz, 2000; Krugman, 1999; Durlauf, 1997).

La diferencia entre este tipo de ideas y el enfoque tradicional radica, principalmente, en que la teoría del caos se ocupa de estudiar y comprender formas de comportamiento, y no los hechos “estilizados” en sí. Es decir, otorga suma importancia a las fuerzas que llevan a la cristalización de los hechos; se encarga de estudiar al inversionista, no a la inversión, al ahorrador y no al ahorro, al proceso interno de la conducta del agente y no a los resultados de dichos procesos. Todo esto con el fin de encontrar pautas de conducta que puedan ayudar a comprender mejor la forma de actuar de los agentes económicos y, de esta forma, pronosticar con el mínimo margen de error posible.

### **I. 3. ESTRUCTURA Y OBJETIVOS**

La presente tesis tiene como meta fundamental el desarrollar un modelo económico capaz de pronosticar, lo más exactamente posible, el comportamiento del tipo de cambio fix a corto plazo. Aunque sabemos que la teoría monetarista es el marco teórico usual del que se acostumbra partir para analizar este tipo de casos, cambiaremos radicalmente nuestra perspectiva e incursionaremos en un naciente campo que se nos presenta prometedor, la Economía Caótica.

Por lo anterior, este trabajo tiene como primer objetivo presentar de manera clara, y lo más rigurosamente posible, la teoría del caos, teoría pocas veces empleada y mucho menos plenamente comprendida en sus alcances y limitaciones, a pesar de conocerse desde 1895. La presentación de sus bases teóricas, metodologías y campos de aplicación reciente, primera aportación de este trabajo, permitirá ampliar la visión del economista, capacitándolo para encontrar nuevas líneas de acción en el estudio de los fenómenos económicos.

Una segunda aportación consiste en hacer explícito el comportamiento caótico del mercado cambiario, estudiando la serie de tiempo del tipo de cambio fix en una periodicidad diaria. Esto se hace utilizando la metodología propia de la dinámica caótica, la cual se presenta dentro de las posibilidades tecnológicas del investigador. Se presenta la mayor parte de las técnicas de detección del caos, tanto las definidas dentro del movimiento browniano (análisis R/S, BDS y Espectral), como las correspondientes a la noción del caos (Exponentes de Lyapunov y Dimensión Fractal).

Como tercera aportación, se incorporan en el modelo de pronóstico, elementos que distinguen al comportamiento caótico del mercado. En este sentido, el modelo propuesto de pronóstico se conforma por modelizaciones del comportamiento de los principales agentes económicos, considerados, en el mercado cambiario, así como también la posible intervención del Banco de México (BANXICO), nuestro banco central.

Con base en los párrafos anteriores, el primer capítulo explica la intuición y el desarrollo histórico de la teoría del caos. El segundo capítulo explica la metodología de la dinámica caótica, con el fin de contrastar nuestra hipótesis *ante facto*: ¿presenta comportamiento caótico el mercado cambiario en México? El tercer capítulo expone el modelo de pronóstico para el tipo de cambio, considerando la existencia de comportamiento caótico de la serie. El capítulo cuatro muestra los resultados del capítulo dos y tres. Entre los principales hallazgos se encuentran:

- 1) Se encuentra evidencia estadística suficiente que apoya nuestra hipótesis *ante facto*.
- 2) Se presenta y analiza el atractor extraño del tipo de cambio, el cual se configura a partir de las interacciones de las tres variables principales: tipo de cambio estimado, índice de confianza de los agentes, y proporción de los agentes técnicos en el mercado.
- 3) A partir del análisis de dicho atractor, se desarrollaron tres hipótesis *post facto*, encontrándose que sólo dos de las tres hipótesis derivadas son sustentadas por la evidencia estadística (relaciones *tipo de cambio estimado-índice de confianza de los agentes*, y *tipo de cambio estimado-proporción de los agentes técnicos en el mercado*).

Finalmente, el último capítulo presenta las conclusiones y las limitaciones del mismo, así como líneas futuras de investigación.

## CAPÍTULO 1. LA TEORÍA DEL CAOS

*“Randomness and chaos are related, but not the way you think. Chaos is the opposite of randomness, word. In this heart of hearts, chaos contains the seed of order. Even if we cannot see it, right?, the order is there”*

Robert Littell, *The Visiting Professor*<sup>4</sup>

Durante el siglo XX, dos nuevas líneas del estudio de los sistemas físicos aminoraron las esperanzas de predecir exhaustivamente la naturaleza. La primera, la teoría de la mecánica cuántica, descubrió una incertidumbre que impera en las escalas más pequeñas de la materia. La otra es lo que ahora llamamos teoría del caos. Algunos fenómenos dependen hasta tal punto de las condiciones iniciales del sistema que un cambio imperceptible en el valor inicial de una variable puede volver impredecible el resultado de un proceso. El caos aparece en situaciones muy dispares, en la frecuencia de goteo de un grifo, en el movimiento de los planetas o, inclusive, en el comportamiento de los consumidores.

Es así que en los últimos años se ha desarrollado en los diversos ámbitos del quehacer científico, una concepción que introduce la noción de caos como un elemento central en la investigación y la explicación científicas. En varios campos de la indagación científica, la idea de caos, de desorden, de indeterminación e incertidumbre ha empezado a orientar la búsqueda de los científicos para dar respuesta a las muchas interrogantes que el universo, la naturaleza y la sociedad plantean.

### 1. 1. DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS

Proveer una definición sobre el caos, dejando a un lado la concepción tradicional de desorden sin más, no es tarea fácil. Afortunadamente, para nuestros propósitos, en la Conferencia Internacional celebrada por la Royal Society en Londres en 1986, el caos fue definido como una *conducta aparentemente estocástica que ocurre en un sistema dinámico* (Stewart, 1997). Las dinámicas caóticas complejas son generadas por no linealidades que están presentes en modelos o datos actuales. La palabra clave es “aparente”.

Pero no debemos confundir el concepto, caos, con el cuerpo que sostiene, la teoría del caos. Aunque de principio revolucionario, el concepto de caos aún no es muy bien visto por los hombres de ciencia, quienes se refieren a su teoría como “el estudio de fenómenos caóticos” o la “investigación de dinámicas caóticas”. Esto es así porque, de hecho, ni el “caos” es un tumulto incomprensible, ni su “teoría” puede ser considerada como tal, en el sentido usual del término. No existe aún una teoría simple, poderosa y comprensible de los fenómenos caóticos, sino más bien un cuerpo de modelos teóricos, herramientas matemáticas y técnicas experimentales (las cuales conforman el cuerpo del siguiente capítulo). Es por eso que, mientras no exista una definición estándar de la teoría del caos, nos referiremos a sus características matemáticas –su estatus como una aplicación de la

<sup>4</sup> Citado en Fernández Díaz (2000).

teoría de sistemas dinámicos- y su característica científica crucial- el enfoque en conductas aperiódicas, lo cual los hace intrínsecamente impredecibles, apelando así al indeterminismo. Kellert (1993), tomando en cuenta lo anterior, sugiere la siguiente definición sobre la teoría del caos: “la teoría del caos es el estudio cualitativo de conducta aperiódica inestable en sistemas dinámicos no-lineales determinísticos”<sup>5</sup>.

La propiedad más importante que revela las características del caos es la extrema sensibilidad a las condiciones iniciales. Si un cambio infinitesimal se da en las condiciones iniciales de una serie de tiempo caótica, los correspondientes cambios en las iteraciones a través del sistema hasta el tiempo  $t$  crecerán exponencialmente con  $t$ . Esto es conocido como “el efecto mariposa”, donde el batido de alas de una mariposa en un lugar puede causar una gran tormenta en algún lugar lejano<sup>6</sup>.

Por otra parte, la “receta” para el caos en sistemas no-lineales parece estar condicionada a las interacciones entre las tendencias en conflicto: “expansivas” y “contractivas”. En otras palabras, en la vecindad de un sistema en equilibrio una fuerza centrífuga domina, y más allá de este punto domina una regla de fuerzas centrípetas. Comenzando de una desviación inicial, unas variables endógenas dadas fluctúan perpetuamente alrededor del equilibrio. Como las desviaciones llegan a ser muy grandes, la fuerza centrípeta atrae la variable hacia el equilibrio, mientras que la fuerza centrífuga la atrae hacia las vecindades del equilibrio. Este tipo de equilibrio que atrae y repele simultáneamente es llamado “atractor extraño”, por indicar que no existe ningún equilibrio convencional como el descrito por puntos silla o ciclos límites.

Los atractores extraños son figuras sugerentes de un equilibrio que puede ser garantizado por una serie caótica que muestra algún orden en la maraña aleatoria. La existencia de atractores extraños no implica que el caos signifique patrones completamente desordenados. Intervalos de conducta regular pueden surgir también en series caóticas.

El caos puede considerarse un movimiento un tanto revolucionario respecto al *establishment* científico; posee su matemática y su léxico, y es de naturaleza global e interdisciplinaria. El cuadro 1 presenta parte del léxico propio de la teoría; el próximo capítulo se encargará de presentar su parte matemática.

**Cuadro 1. Dualidades básicas en las Matemáticas del Caos.**

Determinismo Certidumbre Certeza Predecibilidad	Indeterminismo Incertidumbre Probabilidad Impredecibilidad
Orden	Caos
Continuidad Regularidad	Discontinuidad (catástrofe) Irregularidad

<sup>5</sup> Para una mejor idea de la diferencia entre sistemas caóticos y aleatorios, consúltese el Apéndice 2.

<sup>6</sup> El efecto mariposa considera que el batir de alas de una mariposa puede provocar un drástico cambio de dirección de una violenta tormenta a miles de kilómetros de distancia, pues la perturbación en la atmósfera que provocó el insecto irá amplificándose al avanzar, y al llegar al frente de la tormenta puede haber adquirido relevancia.



Periodicidad	Aperiodicidad
Linealidad	No-linealidad
Estabilidad	Inestabilidad
Equilibrio	Desequilibrio
Estática	Dinámica
Insensibilidad a condiciones iniciales	Sensibilidad a condiciones iniciales
Cuantitativo	Cualitativo
Atractor simple	Atractor extraño
Geometría euclidiana	Geometría fractal
Uniformidad	Turbulencia
Permanente	Disipativo
Simplicidad	Complejidad
Información	Entropía
Reversibilidad	Irreversibilidad
Abstracción-formalismo	Intuición geométrica
Lineal simple	Bifurcación
Dinámica tradicional	Sinérgica

**Cuadro 1.** Continuación. Fuente: Fernández Díaz, 2000; Krugman, 1999.

## 1. 2. EL CAOS EN LA HISTORIA

La teoría del caos como proyecto de investigación científica no tiene más de treinta años, y el interés en dinámicas no-lineales continúa creciendo. Esto se debe a que los dos aspectos centrales en la teoría del caos son el estudio matemático de sistemas dinámicos abstractos y la aplicación de estos modelos dinámicos a la conducta compleja en sistemas experimentales actuales. Pero la mayor parte de estos estudios tardaron mucho en ser publicados, y la mayoría de las herramientas matemáticas no han sido utilizadas, minimizando la importancia del comportamiento caótico hasta casi ser ignorado. No es sino con el desarrollo de las computadoras, y el trabajo pionero de Edward Lorenz en los setenta, que la teoría del caos comienza a ver la luz.

Históricamente, es a Henri Poincaré (1895) quien le corresponde el título de padre de las matemáticas de la teoría del caos. Su enfoque geométrico del estudio de sistemas dinámicos provee el estándar de la investigación actual en la conducta no-lineal. Poincaré fundó las enmarañadas trayectorias homoclinicas que conllevan a la dependencia sensible de las condiciones iniciales en los sistemas conservativos. Sin embargo, todos los físicos ignoraron sus resultados por más de quince años, pero sus estudios llegaron al campo de la matemática y es aquí, con George David Birkhoff, que se continúa el estudio de la inestabilidad en el contexto de la mecánica celeste. Durante el proceso, fue Birkhoff quien desarrolló el primer ejemplo de un atractor extraño en 1916, aunque fue en 1932 cuando se publicó su trabajo, apareciendo bajo el nombre de "curva remarcable". A pesar de estos avances, la relevancia de esta investigación en el campo de la física quedó inexplorada.

Comenzando con las investigaciones pioneras de Lyapunov (1893) sobre la estabilidad, muchos de los trabajos más importantes en la mecánica no-lineal fueron llevados en la Unión Soviética. Finalmente, es en 1970 que un meteorologista del MIT, Edward Lorenz, descubre un sistema dinámico caótico usando integraciones numéricas. En 1974, Mitchell J. Feigenbaum, muestra que el caos puede ser útil como herramienta para modelar sistemas

complejos. De esa fecha en adelante, han sido numerosos los avances que se han hecho en este campo.

La teoría del caos pudo haber surgido como tal desde mucho antes, como lo podemos ver con Poincaré, pero ¿por qué tardamos tanto en dar con ella? La respuesta más obvia es, por la inexistencia de las computadoras digitales en aquellos tiempos, y la imposibilidad de graficar resultados semejantes. Aunque desde hace tiempo se tenía la idea del caos en los sistemas dinámicos, no es hasta la llegada de las computadoras que se puede estudiar este tipo de sistemas. Esto debido a lo complejo de los cálculos, y a la imposibilidad de graficar algunos resultados.

Con la llegada de computadoras digitales a partir de la década de los sesenta, muchas investigaciones, que solamente tenían carácter teórico, pudieron ser contrastadas, descubriendo, así, otros caminos por recorrer.

### 1. 3. CAOS Y ECONOMÍA

Actualmente existe un amplio y pujante movimiento interdisciplinario, conocido comúnmente como el Estudio de la Complejidad, que busca paralelismos (por ejemplo similitudes entre una crisis económica y un huracán) entre fenómenos aparentemente dispares, con el fin de descubrir principios comunes susceptibles de poder aplicarse a una amplia variedad de campos científicos, incluyendo a la economía.

Pero antes de seguir adelante es conveniente definir que es un sistema complejo. Un sistema es complejo cuando se manifiestan en él interacciones mutuas entre niveles diferentes. Esta concepción supone admitir la existencia simultánea de una heterogeneidad estructural y de una reciprocidad funcional. Además, el campo de la complejidad, y el conjunto de teorías que engloba, se basa en la apreciación de que los sistemas de *feedback* tienen propiedades sorprendentes; y si hay algo que los economistas dominan mucho mejor que los legos en la materia, es la tremenda complejidad del sistema económico y la importancia de dichos *feedback*. Es así como la complejidad puede ayudarnos a comprender cómo grandes conjuntos en interacción –integrados ya sea por moléculas de agua o consumidores- manifiestan comportamientos colectivos muy distintos de los que cabría haber esperado de la simple agregación de los comportamientos de los entes individuales.

Un ejemplo lo tenemos en la idea de “la mano invisible” de Adam Smith, cuando escribe que el mercado conduce a los que en él participan hacia un resultado que nadie perseguía, ¿de que más nos habla, sino de un orden a partir del desorden, del caos? Con lo anterior puede decirse entonces que, en este sentido, la economía es un sistema caótico. En economía tenemos dos tipos de áreas de complejidad: la autoorganización espacial, estudiada por Paul Krugman; y el caos en el tiempo, tema que nos ocupa y el cual comprende al ciclo económico, a los impulsos de expansión y contracción que rodean cualquier tendencia relativamente estable de largo alcance.

En este capítulo prometedor de la Ciencia Económica moderna puede estudiarse en profundidad áreas tan relevantes como las que se ocupan del ciclo económico, el

crecimiento, la inflación y el paro, el mercado de capitales o el cambiario. Pero se debe dejar sentado que el caos en sí no tiene por qué ser necesariamente algo bueno, ni siquiera presuntamente. Económicamente hablando, no es algo que lleve implícitamente ningún juicio de valor. El caos es algo que se da y que tratamos de entender, pero no es necesariamente algo deseable.

### 1. 3. 1. DEL CAOS TEÓRICO AL CAOS EMPÍRICO

Un repaso, por breve que sea, de la evolución del pensamiento económico nos permitiría identificar o comprobar con facilidad la existencia de la complejidad en el análisis económico, a la vez que nos ilustraría sobre las posiciones adoptadas en torno al tema básico que nos ocupará en el último apartado, es decir, sobre la polémica determinismo-indeterminismo en el ámbito de la Ciencia Económica, pero sobre todo, si el caos debe considerarse como un tema especial o como una curiosidad más. Desafortunadamente, dada la naturaleza de la investigación, y lo extenso de la tarea, no podremos hacerlo<sup>7</sup>.

A pesar del tiempo y el interés relativamente escasos que se han dedicado a la materia, ya puede hablarse de un conjunto relevante de temas económicos que se han estudiado desde el punto de vista de la irregularidad, la complejidad y el caos. Este nuevo enfoque aborda el estudio de la economía del no-equilibrio y de la no-linealidad, el análisis de los sistemas jerárquicos y la complejidad, así como los modelos de auto-organización en el tiempo y en el espacio, en los que la aleatoriedad y el caos parecen evolucionar de una manera espontánea hacia un orden insospechado. En este nuevo enfoque, que indudablemente tiene sus antecedentes, se tiene en cuenta que los fenómenos económicos se encuentran habitualmente lejos del equilibrio, y muestran un comportamiento no-lineal, debido de manera muy especial a causas de naturaleza endógena.

Entre dichos estudios destacamos la introducción de los conceptos de estructuras disipativas y de entropía llevada a cabo por François Perroux a finales de los setenta en la renovación de la Teoría del Equilibrio General, el análisis del orden y el desorden en microeconomía realizado en los últimos años por Jean Lesourne, el tratamiento del modelo de Von Neuman como un atractor caótico (Goodwin, 1992), la aplicación de la Teoría del Caos a los modelos de generaciones traslapadas (Brock *et al*, 1992; Fernández, 2000), a los modelos de crecimiento óptimo o las expectativas de estabilidad estructural a través de ecuaciones no-lineales posteriormente linealizables (Gallant *et al*, 1993).

También se han realizado estudios sobre el comportamiento caótico en modelos macroeconómicos con precio fijo y fuerte inversión inducida (Sterman, 1989; Lomeli *et al*, 2003), en los que se comprueba que el mero paso del tiempo exagera la inestabilidad y hace inútiles las predicciones, conduciendo el proceso dinámico a ciclos indefinidos. Se ha demostrado la existencia de caos en modelos dinámicos simples, como en el keynesiano, en la teoría monetaria, los ciclos endógenos (Boldrin *et al*, 1990), modelos de crecimiento (Fernández, 2000), en mercados cambiarios (Brock *et al*, 1992; Da Silva, 2001; Szpiro, 1994); y de capitales (Day *et al*, 1990; Grabbe, 2003; Lux, 1998).

<sup>7</sup> Sin embargo, en el Apéndice 3 se presenta un esquema que pretende ubicar el desarrollo de la economía dinámica caótica dentro de las principales corrientes de pensamiento.

Entre los trabajos empíricos en la detección del caos en los tipos de cambio, podemos mencionar el trabajo de Vassilicos (1990) que utiliza datos *tick-by-tick* del tipo de cambio marco alemán / dólar (DM/\$) de la página FAFX del Reuters, para el periodo del domingo 9 de abril, 1989 a sábado 15 de abril, 1989, obteniendo 2048 observaciones. Calculando la dimensión de correlación, encontró que las variaciones de las últimas dos decimales del tipo de cambio DM/\$ no son causadas por bajo caos dimensional. De Grauwe, Dewachter y Embrechts (1993) utilizan tipos de cambio diarios del marco, la libra esterlina y el yen contra el dólar, obtenidos de Reuters para el periodo del 4 de enero de 1971 al 30 de diciembre de 1990. Los datos del tipo de cambio son transformados en logaritmos de los rendimientos diarios, ya que los datos tal cual están muy cerca de no ser estacionarios. Forman cuatro subconjuntos, llamados 1971-1972 (periodo de tipos de cambio fijos), 1973-1981, 1982-1990, y 1973-1990 (periodo completamente flotante). Calculan las dimensiones de correlación para cada subconjunto y concluyen que, aunque el tipo de cambio DM/\$ no muestra evidencia de caos, existe la posibilidad que el fenómeno este presente en el tipo de cambio libra esterlina/dólar (£/\$) y yen/dólar (¥/\$). En particular, encuentran que, para el periodo de tipo de cambio flotante (1973-1990), el tipo de cambio £/\$ es caótico y el ¥/\$ es “sugerentemente” caótico. El periodo 1973-1981 también revela signos de caos para £/\$. El ¥/\$ también parece ser caótico para el periodo de tipos de cambio fijos (1971-1972), sin embargo este resultado parece estar sesgado debido a la poca cantidad de datos<sup>8</sup>.

El hecho de que la evidencia directa sobre el caos sea débil, no quiere decir que deba desecharse la idea. Como LeBaron (1994) enfatiza: “...en retrospectiva...Una razón aparente es que la habilidad de los *traders* para percibir los patrones complejos y el intercambio entre ellos reduce la fuerza de estos patrones... [el caos] es todavía una muy extensa pregunta para la investigación económica”<sup>9</sup>.

---

<sup>8</sup> Todas estas aplicaciones las menciona Da Silva en su pagina web personal.

<sup>9</sup> Con respecto a lo anterior, en el Apéndice 4 se discute la relevancia que tiene este enfoque para el desarrollo integral de la Ciencia Económica.

## CAPÍTULO 2. EL BESTIARIO DEL CAOS

*“¿Por qué utilizar ecuaciones? ...porque es una manera formal de decir algo de sentido común.”*

Rudiger Dornbusch

Aunque el descubrimiento de las expresiones matemáticas que están en la base de la teoría del caos dista mucho de ser reciente, es a partir de la década de los setenta cuando los matemáticos se interesaron profundamente en ellas. Inclusive, varias generaciones de ellos, desde mediados del siglo pasado, al toparse con ellas decían que eran “monstruos matemáticos” y como tales eran confinados al bestiario del olvido. El mismo Henri Poincaré, quien fue pionero en el desarrollo de este horizonte de conocimiento, rehuyó enfrentarse con estas monstruosidades; no obstante, dejó sentadas importantes bases para entender la irregularidad de los sistemas dinámicos y los procesos turbulentos y caóticos.

Las técnicas utilizadas pueden agruparse en dos conjuntos: aquellas que utilizan la noción del movimiento browniano como base de su construcción (como el análisis *R/S*, el estadístico *BDS* y el análisis espectral), y aquellas que parten directamente de la noción del caos (como los exponentes de Lyapunov y la dimensión fractal)<sup>10</sup>.

### 2. 1. EL ANÁLISIS R/S

El análisis permite contrastar la existencia de memoria para cualquier serie temporal mediante el cálculo del exponente de Hurst ( $H$ )<sup>11</sup>, comprobando de esta forma si la serie se comporta como un movimiento browniano ordinario o si, por el contrario, presenta memoria. Dicho exponente puede estar sesgado si la serie temporal presenta dependencia lineal, por lo que se hace necesario reducir toda la posible dependencia lineal de la misma; una forma de conseguirlo consiste en utilizar la serie de residuos obtenidos al estimar el modelo mediante un análisis de series temporales siguiendo la metodología Box-Jenkins. La utilización de las series de residuos para el proceso AR(1), identificado para la serie, no elimina toda la correlación serial que pueda existir en el proceso, aunque la reduce significativamente. El análisis *R/S* es capaz de detectar la existencia de ciclos y determinar la longitud de los mismos, incluso bajo la presencia de ruido en los datos. A continuación se presenta el algoritmo de cálculo de  $H$ .

1. Se divide la serie temporal, que suponemos de tamaño  $N$ , en  $V$  intervalos de longitud  $n$ . Esto significa que  $Vn = N$ . Denominamos a cada intervalo  $I_v$ , con  $v = 1, 2, \dots, V$ . Cada elemento del intervalo se llama  $N_{k,v}$ , con  $k = 1, 2, \dots, n$ . Se calcula la media de los elementos de cada subintervalo de longitud  $n$  obteniendo  $v$  medias calculadas según:

<sup>10</sup> Una definición detallada sobre el movimiento browniano y la noción matemática del caos, se encuentra en los Apéndices 5 y 6, respectivamente.

<sup>11</sup> Comentado ampliamente por Fernández Díaz (2000).

$$m_v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{k,v}$$

2. Se calculan las desviaciones acumuladas respecto a la media para cada subintervalo, es decir:

$$X_{k,v} = \sum_{i=1}^k (N_{i,v} - m_v) \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, n$$

3. Se define el rango para cada subintervalo  $R_{I_v}$  como la diferencia entre el valor máximo y mínimo de  $X_{k,v}$ :

$$R_{I_v} = \max(X_{k,v}) - \min(X_{k,v})$$

4. Se calcula la desviación típica muestral para cada subintervalo  $I_v$ :

$$S_{I_v} = \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (N_{k,v} - m_v)^2 \right)^{1/2}$$

5. Se divide cada rango por la desviación típica y se obtiene  $R/S$  para cada intervalo. Se calcula ahora el valor medio de  $R/S$  para los intervalos de longitud  $n$ :

$$(R/S)_n = \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V (R_{I_v} / S_{I_v})$$

6. Se aumenta la longitud del intervalo hasta el siguiente valor que verifique que  $N/n$  sea un número entero y se repite todo el proceso desde el paso número 1 para todos los valores posibles de  $n$ .

Se realiza una regresión con  $\log(n)$  como variable independiente y  $\log(R/S)_n$  como variable dependiente. La pendiente de dicha regresión es el valor de  $H$  buscado.

Una de las propiedades más relevantes del análisis  $R/S$  es que se presenta como un análisis robusto para la detección de ciclos. La búsqueda de ciclos ha sido una constante en el estudio económico. Mediante la metodología del análisis  $R/S$  es posible detectar ciclos no periódicos cuyo periodo sea mayor o igual que el periodo muestral (Mandelbrot, 1972) y conocer la duración aproximada de dichos ciclos. Para ello se propone la utilización del estadístico  $V$ , que se define del siguiente modo:

$$V_n = \frac{(R/S)_n}{\sqrt{n}}$$

Graficando el  $\log(n)$  como variable independiente y  $V$  como variable dependiente, podemos observar uno de los siguientes resultados ya mencionados:

- a) Si el proceso es un movimiento browniano ordinario, es decir  $H = 1/2$ , el gráfico será una línea horizontal.
- b) Si el proceso es un movimiento browniano fraccional persistente, es decir,  $H > 1/2$ , obtendremos una línea creciente.
- c) Si el proceso es un movimiento browniano fraccional antipersistente, es decir,  $H < 1/2$ , el resultado será una línea decreciente.

Si existe un comportamiento cíclico, la pendiente cambia cuando termina la longitud del ciclo, por lo que es posible conocer la longitud media del mismo. Para corroborar que el exponente de Hurst ( $H$ ) sea significativamente distinto a  $1/2$ , se recomienda realizar la conocida prueba  $t$  de *Student* para parámetros de regresión.

## 2. 2. EL ESTADÍSTICO *BDS*

El estadístico *BDS* (W. Brock, W. Dechert y J. Scheinkman, 1987) se basa en el cálculo de la integral de correlación<sup>12</sup> para contrastar la independencia estadística de los valores de una serie temporal. No es, por lo tanto, una prueba específica para contrastar la existencia de caos.

La importancia de utilizar una serie preblanqueada radica en que, si existiera cualquier dependencia lineal, se rechazaría la hipótesis de que los elementos de la serie temporal están idéntica e independientemente distribuidos (i.i.d.). El rechazo de la hipótesis no implica que la serie sea caótica, pero si se ha limpiado de toda dependencia lineal, el estadístico muestra que hay evidencia de no-linealidad en la serie. La obtención del estadístico es como sigue:

Supongamos que tenemos una serie temporal  $x_t$  para  $t = 1, 2, \dots, T$ , y que a partir de ella construimos una serie de vectores  $m$  dimensionales según se ha explicado, de forma que  $m$  es la dimensión de inserción. A partir de éstos se calcula la función de correlación mediante:

$$C_m(\epsilon) = \frac{1}{T(T-1)} \sum_{i,j=1}^T Z(\epsilon - |x_i^m - x_j^m|)$$

donde  $Z$  es la función de Heaviside que toma el valor 1 si  $\epsilon - |x_i^m - x_j^m| > 0$  y el valor 0 en caso contrario.

Tomando como hipótesis nula que los valores de la serie estén idéntica e independientemente distribuidos (i.i.d) se cumple que:

$$C_m(\epsilon) = C_1(\epsilon)^m \text{ cuando } T \rightarrow \infty$$

Se puede demostrar que  $C_m(\epsilon) \approx C_1(\epsilon)^m$  sigue una distribución normal con media 0 y varianza

<sup>12</sup> Se explica en el apartado 2.5 del presente capítulo.

$$\sigma_m^2(\epsilon) = 4 \left( K^m + 2 \sum_{j=1}^{m-1} K^{m-j} C^{2j} + (m-1)^2 C^{2m} - m^2 K C^{2m-2} \right)$$

donde  $C = C(\epsilon)$  se puede estimar de forma consistente como  $C_1(\epsilon)$  y  $K = K(\epsilon)$  que puede ser estimado consistentemente mediante la siguiente expresión:

$$K(\epsilon) = \frac{6}{T_m(T_m-1)(T_m-2)} \sum_{t < s < r} h_\epsilon(x_t, x_s, x_r)$$

en la que

$$h_\epsilon(x_t, x_s, x_r) = \frac{1}{3} [Z(x_t, x_s)Z(x_s, x_r) + Z(x_t, x_r)Z(x_r, x_s) + Z(x_s, x_t)Z(x_t, x_r)]$$

y  $T_m = T - (m-1)$

El estadístico *BDS* es

$$W_m(\epsilon) = T^{1/2} (C_m(\epsilon) - C_1(\epsilon)^m) / \sigma_m(\epsilon)$$

que sigue una distribución normal con media 0 y desviación típica 1 bajo la hipótesis nula de i.i.d. Los resultados de este estadístico se contrastan con una tabla elaborada por Brock, Dechert y Scheinkman. Si el estadístico es mayor al contraste de tablas, entonces podemos rechazar la hipótesis nula de que los elementos de la serie temporal están idéntica e independientemente distribuidos (i.i.d.)

En relación con el estadístico *BDS*, Brock, Hsieh y LeBaron (1991) proponen la utilización de un instrumento que permite detectar el cambio estructural, el llamado gráfico de recurrencia. En dicho gráfico, los ejes representan la longitud temporal de la serie a estudiar. En primer lugar, se construyen vectores siguiendo el método de reconstrucción de un atractor extraño<sup>13</sup>, haciendo  $\tau = 1$ . Denominamos a dos vectores construidos de la forma anterior  $x_t^m$  y  $x_s^m$  siendo  $m$  la dimensión de inserción. Se calcula la distancia entre dichos vectores  $d(x_t^m, x_s^m)$  y se dibuja un punto en el gráfico si dicha distancia es mayor que  $\epsilon$ , una distancia mínima arbitraria, mientras que si por el contrario la distancia es menor o igual a  $\epsilon$  no se dibuja ningún punto.

Analizando el resultado, podemos concluir que si en el gráfico aparecen zonas claras, significa que puntos distantes están ocurriendo en un período de tiempo muy pequeño, mientras que áreas oscuras indican que muchos puntos cercanos ocurren en un período de tiempo corto. La no obtención de un gráfico uniforme implica la violación de la hipótesis de i.i.d. y la existencia de cambio estructural. Los cambios de zonas claras a oscuras sugieren un fuerte cambio en la dinámica del sistema, es decir, zonas cuadradas oscurecidas alrededor de la diagonal corresponderán a períodos de estabilidad y escasa volatilidad. El

<sup>13</sup> Para mayor información, consúltese Fernández Díaz (2000); Kellert (1993), Goodwin, (1992) y Morrison (1991).



paso de una zona oscura a una clara vendrá dado por un cambio en la dinámica entre periodos de baja volatilidad y la llegada de un período con mayor volatilidad.

### 2. 3. ANÁLISIS ESPECTRAL

La metodología más extendida para el estudio de series económicas es el análisis de series temporales. Como su nombre lo indica, se trata de estudiar la evolución de una o varias variables en el dominio temporal. El estudio de un sistema económico se puede ampliar si se trabaja en el dominio de frecuencias, lo que se conoce como análisis espectral.

El análisis mediante la transformada de Fourier proporciona información cualitativa y cuantitativa sobre el comportamiento del sistema. Observando el Power Spectral Density (PSD) es posible obtener conclusiones sobre la periodicidad o cuasi periodicidad de un sistema. Pero en economía es común trabajar con series discretas, por lo que la metodología anterior no es la apropiada. Para ello, se debe considerar que las observaciones son el resultado de un modelo armónico<sup>14</sup>, así como también de variables aleatorias que permanecen constantes a través de todo el proceso y de un término completamente aleatorio que está relacionado con lo anterior. La siguiente ecuación muestra lo anteriormente descrito:

$$X_t = \sum_{i=1}^K A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) + \varepsilon_t$$

donde  $\phi_i$  es definida como una variable aleatoria que permanece constante, y  $\varepsilon_t$  es el resultado de un proceso meramente aleatorio. Por lo que nuestra principal preocupación es estimar  $K$ ,  $A_i (i = 1, \dots, K)$ ,  $\omega_i (i = 1, \dots, K)$  y  $\sigma_\varepsilon^2$ , con el fin de poder estimar el periodograma de la serie.

Para realizar estas estimaciones, es necesario conocer la frecuencia de la serie. Como no se tiene información previa disponible sobre la misma, entonces se debe estimar primero su frecuencia, para pasar posteriormente a estimar las variables antes mencionadas. Esto se hace graficando

$$I_p \equiv \frac{2}{N} \left| \sum_{t=1}^N X_t e^{-i\omega t} \right|^2$$

donde  $\omega_i = 2\pi p_i / N$ , contra  $p_i$  donde  $0 \leq p_i \leq [N/2]$  ( $N/2$  si  $N$  es par y  $(N-1)/2$  si es impar), e  $I_p$  es el periodo. Después se observa la gráfica y se ubica aquella observación que presente el pico más alto, y se toma como  $K$ .

<sup>14</sup> Se dice que un objeto, el cual se mueve sobre una recta, tiene *movimiento armónico* si la medida de su aceleración es siempre proporcional a la medida de su desplazamiento a partir de un punto fijo sobre la recta, y su aceleración y desplazamiento tienen sentidos opuestos. Los modelos matemáticos que describen el movimiento armónico, vibraciones u oscilaciones, están dados por las funciones  $f(t) = a \sin b(t-c)$  y  $f(t) = a \cos b(t-c)$ , donde  $f(t)$  representa el desplazamiento del objeto después de  $t$  unidades de tiempo, y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes.

Para probar que esta estimación de  $K$  es correcta, se contrasta el estadístico

$$g = \frac{\max(I_p)}{\sum_{p=1}^{[N/2]} I_p}$$

desarrollado por Fisher (1929), contra la  $z$  de una distribución normal (0, 1). Nuestra regla de decisión será rechazar la hipótesis nula sobre un componente periódico en  $X_t$ , si la  $g$  calculada excede a la  $z$  de tablas con un nivel de significancia de  $(100\alpha)\%$ .

Una vez corroborada la estimación de  $K$ , se procede a estimar las variables anteriores. Por lo que primero se estima

$$\hat{A}_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_t \cos \omega_i t \quad \text{y} \quad \hat{B}_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N X_t \sin \omega_i t$$

Con ello se estiman los datos finales, que son

$$A(\omega_p) = \sqrt{\frac{N}{2}} \hat{A}_i \quad \text{y} \quad B(\omega_p) = \sqrt{\frac{N}{2}} \hat{B}_i$$

para después estimar

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{N-2K} \sum_{t=1}^N \left\{ X_t - \sum_{i=1}^K (\hat{A}_i \cos \omega_i t + \hat{B}_i \sin \omega_i t) \right\}^2$$

y por último

$$E[I_p] = \frac{N}{2} A_p^2 + 2\sigma_\varepsilon^2$$

La esperanza se grafica contra  $\omega_p$ , donde  $\omega_p = \omega_i$ , esta última mostrada anteriormente. Esta última gráfica es el periodograma, que mostrará la periodicidad o cuasi periodicidad de la serie.

Una forma de interpretar esta gráfica es obteniendo una  $T$ , que representaría el ciclo graficado. La  $T = 2\pi/\omega$ , donde  $\omega$  pertenece al  $\omega_p$  del máximo pico. Recordemos que las unidades de  $T$  dependerán de la forma en que está muestreada la serie, pueden ser horas, días, semanas, meses, semestres o años.

## 2. 4. EXPONENTES DE LYAPUNOV

La dependencia de las condiciones iniciales es una de las características de los sistemas caóticos, ya que en este tipo de sistemas las trayectorias cercanas se alejan exponencialmente.

Los exponentes de Lyapunov miden el crecimiento medio de los errores infinitesimales en un valor inicial después de  $n$  iteraciones, por lo que son una medida del grado de sensibilidad a las condiciones iniciales.

Matemáticamente esto es así, se comete un error inicial  $\xi_0$ ; dicho error después de  $n$  iteraciones se habrá convertido en  $\xi_n$ , por lo que la amplificación del error será:

$$\left| \frac{\xi_n}{\xi_0} \right| = \left| \frac{\xi_n}{\xi_{n-1}} \right| \left| \frac{\xi_{n-1}}{\xi_{n-2}} \right| \dots \left| \frac{\xi_1}{\xi_0} \right|$$

Si se toman logaritmos y se calcula el crecimiento medio del error se obtiene:

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \left| \frac{\xi_k}{\xi_{k-1}} \right|$$

Cuando se hace tender a infinito el número de iteraciones y el error inicial es infinitamente pequeño, se obtiene el verdadero exponente de Lyapunov:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\xi_0 \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \left| \frac{\xi_k}{\xi_{k-1}} \right|$$

Esto quiere decir que un error inicial se multiplicará por  $e^\lambda$  en cada iteración. De modo que un exponente positivo implica que órbitas cercanas se alejan, mientras que un exponente negativo implica que órbitas cercanas se aproximan, de donde se deduce que cualquier sistema caótico tiene al menos un exponente de Lyapunov positivo.

En general, un sistema  $n$  dimensional está caracterizado por  $n$  exponentes de Lyapunov, siendo posible el cálculo de los exponentes de Lyapunov para sistemas dinámicos cuyas ecuaciones son conocidas. A manera de ejemplo, se explicará el procedimiento en un sistema unidimensional, tanto por lo ilustrativo del ejercicio, como por ser el caso que nos ocupará después.

Supongamos un sistema unidimensional de la forma  $x_{n+1} = f(x_n)$ ; en este caso, el error será:

$$\left| \frac{\xi_k}{\xi_{k-1}} \right| = \frac{f(x_{k-1} + \xi_{k-1}) - f(x_{k-1})}{\xi_{k-1}}$$

de donde se puede obtener que:

$$\lim_{\xi_0 \rightarrow 0} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \left| \frac{\xi_k}{\xi_{k-1}} \right| = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln |f'(x_{n-1})|$$

y si se hace tender a infinito el número de iteraciones, se obtiene el exponente de Lyapunov, es decir:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln |f'(x_{n-1})|$$

El signo de los exponentes de Lyapunov proporciona una información cualitativa sobre la dinámica del sistema. Como se mencionó anteriormente, un sistema  $n$  dimensional está caracterizado por  $n$  exponentes de Lyapunov de forma que si todos son negativos  $(-, -, \dots, -)$  se trata de un punto fijo, si uno es cero y los demás son negativos  $(0, -, \dots, -)$  estamos ante un

ciclo límite, si  $m$  son ceros y el resto son negativos  $\left( \underbrace{0, \dots, 0}_m, -, \dots, - \right)$  se trata de un toro<sup>15</sup>

$T^m$  y por último, si alguno de ellos es positivo  $(+, \dots, +, 0, -, \dots, -)$  el sistema es caótico.

Como es de suponerse, cuando se investiga una serie temporal, no se conoce *a priori* las ecuaciones que han generado dicha serie. Por ello se han desarrollado algunos métodos para calcular el exponente de Lyapunov de mayor valor. Estos métodos se pueden agrupar en dos tipos, los llamados métodos directos y los métodos de regresión.

La utilización de métodos de regresión permite obtener estimaciones de los exponentes de Lyapunov para series con un componente de ruido. Un método comúnmente usado, tanto por su exactitud como por su sencillez, fue propuesto por Brock (1986), cuyo teorema establece que: Sea  $x_t$  una serie temporal de datos deterministas y caóticos; si se adapta la serie a un modelo  $AR(p)$  con  $p$  infinito y se obtiene la serie de residuos  $\epsilon_t$ , entonces, en general la dimensión de correlación y el exponente de Lyapunov dominante de  $x_t$  y  $\epsilon_t$  son iguales. Recuérdese que un proceso  $AR(\infty)$  tiende a un proceso  $ARMA(1,1)$ , lo cual simplifica enormemente las operaciones.

## 2. 5. DIMENSIÓN FRACTAL. LA DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN

La dimensión fractal es una manera de caracterizar un atractor caótico extraño. Una condición fundamental para poder caracterizar un sistema como caótico es que posea una dimensión pequeña. Existen diversas formas de calcular la dimensión fractal, entre ellas se encuentra la dimensión de correlación, la más común de todas.

Para esto se realiza el cálculo de la integral de correlación, así como de la pendiente instantánea del logaritmo de dicha función respecto al logaritmo de  $r$  que es la separación considerada. La integral de correlación puede ser calculada reconstruyendo el atractor. Esta prueba guarda una gran similitud con el estadístico BDS, ya que la correlación entre los vectores puede medirse como la probabilidad de que un par de puntos del atractor se encuentren a una distancia  $r$  uno del otro, de forma que:

<sup>15</sup> Gráficamente este atractor tiene forma de rosquilla y describe movimientos cuasiperiódicos. En el campo de la Física, los osciladores eléctricos son un claro ejemplo.

$$C_m(r) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1}^N Z(r - |x_i^m - x_j^m|)$$

donde  $Z(x)$  es la función de Heaviside descrita anteriormente.  $N$  es el número de observaciones,  $r$  la distancia y  $C_m(r)$  la integral de correlación para una dimensión de inserción  $m$ . La distancia  $r$  y la integral de correlación  $C_m(r)$  siguen la relación:

$$C_m(r) = ar^{D_c}$$

donde  $D_c$  es la dimensión de correlación.

Si la dimensión de correlación crece con  $m$ , es decir, con la dimensión de inserción (*embedding*), el proceso será estocástico y si es independiente de  $m$ , el proceso será determinístico.

La relación anterior permite calcular la dimensión de correlación como la pendiente del  $\log(C_m)$  respecto al  $\log(r)$ .

## 2. 6. LA ENTROPÍA

Muchos expertos en el tema aseguran que la teoría del caos es muy útil para predecir, pero sólo en el corto plazo, no en el largo plazo, por lo que la pregunta que se sigue es: ¿qué tan corto es el corto plazo? Una técnica que permite calcular el tiempo para el cual puede predecirse el resultado de un sistema caótico es la entropía.

La entropía de una variable aleatoria  $X$ , denotada por  $K(X)$ <sup>16</sup>, fue introducida por E. Shannon como la medida de elección, incertidumbre e información. Concretamente, considerada *ex ante* nos da una medida de la incertidumbre y *ex post* una medida de la información. Sea

$$K(X) = -E[\log p_X(x)]$$

donde  $X$  es una variable aleatoria discreta y  $p_X(x) = Pr[X=x]$ . Si

$$p_i = Pr[X=x] \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, \text{ y } \sum_{i=1}^n p_i = 1,$$

entonces

$$\begin{aligned} K(X) &= K(p_1, p_2, \dots, p_n) \\ &= -\sum_{i=1}^n p_i \log p_i \end{aligned}$$

<sup>16</sup> En su notación original se utiliza  $H(X)$ , pero debido a que la variable  $H$  ya fue utilizada para denotar el exponente de Hurst, se prefirió cambiar la notación a fin de evitar confusiones.

( $0 \log 0$  es definido como el  $\lim_{p \rightarrow 0} p \log p = 0$ ) es la representación habitual para la entropía de  $X$ , cuando  $X$  puede asumir solamente un número finito de valores con probabilidad positiva.

Pero esta no es la única forma de calcular el coeficiente de entropía. El concepto de exponente de Lyapunov también permite estimar la entropía del sistema. Para el caso de un sistema unidimensional (como el que nos ocupa), después de  $N$  iteraciones, un intervalo inicial  $\delta$  se ha visto incrementado a  $\Delta$  según

$$\Delta = \delta e^{\lambda N}$$

Como el máximo valor que puede tomar  $\Delta$  es 1, entonces

$$1 = \delta e^{\lambda N}$$

por lo que

$$N = \frac{1}{\lambda} \log \frac{1}{\delta}$$

donde  $\delta$  puede interpretarse como la precisión con la que se localiza el estado inicial y  $N$  el tiempo para el cual puede predecirse el resultado de un sistema caótico.

## CAPÍTULO 3. MODELO CAÓTICO DEL MERCADO CAMBIARIO

*“Mi tragedia está lista, no me faltan más que los versos.”*

Racine

Aunque si bien es cierto que en el mercado cambiario mexicano son varios los agentes que participan<sup>17</sup>, el modelo de pronóstico supone la existencia de dos agentes económicos principalmente: el Banco de México (BANXICO), que actúa como banco central y que interviene en el mercado cambiario al subastar la divisa estadounidense según sus estatutos (su principal preocupación es la inflación); y los inversionistas, término que engloba no sólo a inversionistas propiamente, sino también a las empresas multinacionales y a especuladores por la similitud de sus estrategias de decisión<sup>18</sup>.

El pronóstico se desarrolla para el mercado al mayoreo, tomando como tipo de cambio de referencia al tipo de cambio para solventar obligaciones en moneda extranjera (fix) ya que, a consideración de especialistas en el tema, refleja más claramente la dinámica del mercado. El modelo se basa en las consideraciones de Thomas Lux (1998) y Sergio Da Silva (2000) sobre las interacciones de los agentes en el mercado accionario y la intervención bancaria en el mercado de divisas, respectivamente.

### 3. 1. GENERALIDADES DE LOS AGENTES Y LAS FINANZAS INTERNACIONALES

Antes de comenzar formalmente el desarrollo del modelo, es conveniente dejar en claro las ideas en que se sustentan algunos supuestos del modelo. Es mejor tratarlos antes del desarrollo y no durante el mismo, para evitar malentendidos y complicaciones en los desarrollos posteriores. Las ideas a tratar son: los tipos de inversionistas en el mercado de divisas, las causas que los motivan a comportarse en cierta forma y, por último, un breve repaso de las finanzas internacionales.

#### 3. 1. 1. TIPOS DE INVERISONISTAS Y EL BANCO CENTRAL

En el modelo, los inversionistas se clasifican en dos tipos, según sus estrategias de decisión: chartistas o técnicos (durante el desarrollo del modelo y las secciones sucesivas nos referiremos a ellos por este último nombre), y fundamentalistas.

Los técnicos tratan de predecir la evolución de los precios basándose en su pasado; piensan que los cambios en la oferta y en la demanda pueden anticiparse observando los *charts* e identificando pautas en los movimientos de los precios de los activos.

---

<sup>17</sup> Véase Apéndice 1.

<sup>18</sup> No se incluye a los bancos comerciales ya que la forma en que determinan el tipo de cambio depende no solo del presentado por BANXICO, sino de diferenciales según sus políticas; y en cuanto a las instituciones financieras no bancarias, actúan similarmente a los bancos comerciales.

Los analistas fundamentales se basan en el valor real o intrínseco de una acción. En su forma más simple, la estrategia del análisis fundamental consiste en que si el precio de la acción está por encima de su valor fundamental, venderán porque esperan que el precio baje, mientras que, si por el contrario, el precio de la acción está por abajo de su valor fundamental, comprarán.

El Banco de México a partir de enero de 1995 ha mantenido un régimen de libre flotación, interviniendo esporádicamente en el mercado cambiario para reducir la volatilidad del peso debida a las condiciones adversas por las que atravesó el sistema económico a nivel global, durante 1997 y 1998. Aunque la última vez que intervino en el mercado fue en septiembre de 1998, ahora nuevamente lo hará subastando 32 millones de dólares diarios del 2 de mayo al 31 de julio del presente año debido al exceso de reservas internacionales. La idea de tipo de cambio libre e intervención son importantes en el desarrollo del modelo.

### 3. 1. 2. LAS FINANZAS INTERNACIONALES

En esta parte, se sigue la línea de investigación de Da Silva (2000), quien realiza una extensión del modelo de Dornbusch (1976) sobre las expectativas y el tipo de cambio. La importancia de incluir este apartado es para mostrar cómo actúa el banco central en nuestro modelo.

De nuestros cursos básicos de Comercio Internacional o Finanzas Internacionales, sabemos que en el largo plazo, la condición de equilibrio nos da la Paridad del Poder Adquisitivo (Purchasing Power Parity, PPP), la cual se representa como:

$$S_t^* = \frac{P_t^*}{P_t^{f*}} \quad (1)$$

donde  $S_t^*$  es el tipo de cambio nominal de equilibrio al periodo  $t$ ;  $P_t^*$  es el nivel de precios de equilibrio del país doméstico al periodo  $t$ ; y  $P_t^{f*}$  es el nivel de precios de equilibrio externo al periodo  $t$ .

Para describir la dinámica del tipo de cambio en el corto plazo, utilizaremos

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = \left( \frac{S_t}{S_t^*} \right)^\chi \quad (2)$$

como un sustituto de la curva de Phillips, la cual permite relacionar cambios en el nivel de precios doméstico y desviaciones con respecto al equilibrio en el tipo de cambio nominal. Se debe mencionar que  $P_{t-1}$  es el nivel de precios en el país doméstico al periodo  $t-1$ ; el parámetro  $\chi \in (0, \infty)$  mide la velocidad actual de ajuste en el mercado de bienes, y puede considerarse como una *proxy* para el nivel de flexibilidad de los precios domésticos, por lo que  $\chi > 0$  establece que cada vez que el tipo de cambio nominal  $S_t$  exceda su valor PPP,



$S_t^*$ , el nivel de precios doméstico se incrementa,  $P_t > P_{t-1}$ ; además, la rigidez de precios ocurre cuando  $\chi \rightarrow 0$ , mientras que la completa flexibilidad se presenta cuando  $\chi \rightarrow \infty$ .

El equilibrio en el mercado de dinero, a cargo del banco central, es dado por la ecuación

$$\left( \frac{\bar{M}_t}{P_t} \right) \left( \frac{S_t}{\bar{S}_t} \right)^\varphi = \frac{Y_t^\delta}{(1+i_t)^\theta} \quad (3)$$

donde  $Y_t$  es el ingreso doméstico real en el periodo  $t$ , el cual se supone igual al nivel del PIB doméstico;  $i_t$  es la tasa de interés nominal doméstica al periodo  $t$ ;  $\bar{M}_t$  es el objetivo de oferta monetaria nominal del banco central doméstico al periodo  $t$ ; y  $\bar{S}_t$  es el tipo de cambio nominal objetivo al periodo  $t$ . Los parámetros  $\delta \in (0, \infty)$  y  $\theta \in (0, \infty)$  son *proxys* de la elasticidad ingreso de la demanda de dinero y el valor absoluto de la elasticidad-interés de la demanda de dinero. El parámetro  $\varphi$  captura el grado de intervención en el mercado cambiario por parte del banco central. Observando con detalle, esta ecuación es una curva LM estándar tal que  $M_t / P_t = Y_t^\delta / (1+i_t)^\theta$ , la cual se transforma en la ecuación anterior al introducir la siguiente regla de política (Marston, 1985; Obstfeld y Rogoff, 1996):

$$\frac{M_t}{\bar{M}_t} = \left( \frac{S_t}{\bar{S}_t} \right)^\varphi \quad (4)$$

donde el parámetro  $\varphi$  es cero bajo libre flotación, y se aproxima al tipo de cambio fijo cuando  $\varphi \rightarrow \pm\infty$  ya que en esta situación las autoridades responsables se enfocan exclusivamente en un objetivo de tipo de cambio nominal sin tomar en cuenta la oferta monetaria nominal doméstica.

Esta regla de decisión da lugar a dos tipos de situaciones: “ir contra el viento” o “ir con el viento”. El “ir contra el viento” significa que se realizan operaciones de intervención con la tentativa de mover el tipo de cambio en dirección opuesta a su tendencia, es decir, si  $S_t > \bar{S}_t$  ( $S_t < \bar{S}_t$ ) por cualquier razón, entonces para ir contra el viento se reduce (incrementa) el tipo de cambio nominal  $S_t$ ; que puede obtenerse reduciendo (incrementando)  $\bar{M}_t$  en (4) cuando  $\varphi < 0$ . Por el contrario, “ir con el viento” significa realizar operaciones motivadas por el deseo del banco central de apoyar la tendencia del tipo de cambio nominal, es decir, si se está en una situación en que  $S_t > \bar{S}_t$  ( $S_t < \bar{S}_t$ ) de tal forma que la intervención implica incrementar (reducir)  $\bar{M}_t$  en (4) cuando  $\varphi > 0$ .

También se debe tomar en cuenta la hipótesis de la paridad de interés no cubierta:

$$\frac{S_{t+1}^e}{S_t} = \frac{1+i_t}{1+i_t^f} \quad (5)$$

donde la variable  $S_{t+1}^e$  es el pronóstico hecho al periodo de tiempo  $t$  para el tipo de cambio nominal al tiempo  $t+1$ ;  $i_t^f$  es la tasa de interés nominal extranjera al periodo  $t$ .

La dinámica del modelo se da por la interacción entre las estrategias de decisión de los inversionistas técnicos y fundamentalistas, los cuales toman sus posiciones en el mercado al periodo  $t$  basándose en los pronósticos que ellos han realizado para el periodo  $t+1$ , utilizando la información disponible en el periodo  $t-1$ , por lo que  $S_{t-1}$  aparecerá más que  $S_t$  en el desarrollo de las ecuaciones. Las ecuaciones antes descritas nos servirán en desarrollos posteriores.

### 3. 2. DESARROLLO

El desarrollo final del modelo se hará como sigue: primero se modelará el comportamiento de ambos tipos de inversionistas, después se modelarán sus técnicas de pronóstico y, por último, la forma en que ambos interactúan en el mercado cambiario, llegando finalmente al modelo propuesto.

#### 3. 2. 1. CONDUCTA DE LOS INVERSIONISTAS

Debemos tomar en cuenta que, dada la naturaleza dinámica del mercado cambiario y la importancia de las expectativas en la conducta de los agentes, no es posible restringir a los agentes a un solo tipo de conducta, y mucho menos que éstos permanezcan indefinidamente en el mercado. Por estos motivos, el modelo permite el cambio de estrategia de los agentes (pasar de ser inversionista técnico a fundamental y viceversa), y la entrada y salida del mercado; así como la probabilidad de que puedan estar sujetos a un “contagio psicológico” que pueda hacer cambiar de opinión a los agentes, pasando de una situación optimista a pesimista, o viceversa; sin olvidar la actuación del banco central, que podrá afectar la percepción de los inversionistas.

Suponemos, al igual que Lux (1998), que todo agente (técnico o fundamentalista) que está en el mercado puede comparar los beneficios obtenidos por sus competidores con los suyos, motivando el deseo de cambiar de estrategia hacia la que crea que proporcione mejores rendimientos. De esta forma, se pueden producir cambios en las proporciones de agentes que siguen una u otra estrategia. Denotemos por  $n_c(t)$  el número de inversionistas que siguen la estrategia técnica; y  $n_f(t)$  el número de inversionistas que siguen la estrategia fundamentalista. Ahora, hemos dicho que los agentes pueden abandonar el mercado, pero también pueden entrar nuevos, por lo que se supone que el número de los agentes en el mercado es constante e igual a  $N$ , donde

$$n_c(t) + n_f(t) = N \quad (6)$$

Cualquier tipo de agente puede abandonar el mercado, pero los entrantes siempre comenzarán con una estrategia técnica, pudiendo cambiar de estrategia una vez dentro.

Denotemos a la proporción de técnicos como

$$z \equiv n_c / N \quad (7)$$

El grupo de los técnicos está compuesto por dos subgrupos: optimistas,  $n_+(t)$ ; y pesimistas,  $n_-(t)$ ; donde  $n_+(t) + n_-(t) = n_c(t)$ . La diferencia  $n \equiv n_+ - n_-$  constituye una medida de la desviación de la disposición de los técnicos para balancear la situación entre técnicos y fundamentalistas. Como las expectativas son importantes, denotemos por

$$x \equiv n / n_c \quad (8)$$

un índice de la opinión promedio de los no fundamentalistas, el cual fluctúa entre -1 (pesimismo uniforme) y 1 (optimismo uniforme). La dinámica del mercado será descrita por los cambios en el tiempo de las fracciones  $z$  y  $x$ , motivadas por el tipo de cambio nominal esperado.

Para que los agentes pasen del optimismo al pesimismo (condición formalizada por el índice de opinión  $x$ ), según la opinión predominante, los técnicos pueden experimentar un contagio de opinión. Esta transición no afecta al número general de agentes en el mercado, solamente a los individuos en los subgrupos  $n_+$  y  $n_-$ . Por el momento, permítasenos asumir que existe una cierta probabilidad  $p_{+-}$  para que un técnico optimista pase a técnico pesimista; análogamente,  $p_{-+}$  se aplicaría para el caso contrario. Bajo estos supuestos, el efecto neto de ambos tipos de transiciones entre los técnicos sería

$$n_- p_{+-} - n_+ p_{-+} \quad (9)$$

De esta forma, se puede formular una dinámica de contagio continua en el tiempo como

$$dn_+ / dt = n_- p_{+-} - n_+ p_{-+} \quad (10)$$

El cambio entre técnicos y fundamentalistas se produce cuando alguno de los dos tipos de agentes observa que la estrategia del otro proporciona mayores ganancias en el corto o mediano plazo. Así que podemos escribir

$$n_f (n_+ / N) p_{+f} \quad (11)$$

para representar el cambio de un flujo de agentes fundamentalistas,  $n_f$ , a técnicos optimistas,  $n_+$ ; es decir, el número de fundamentalistas multiplicado por la probabilidad de

conocer a un técnico optimista,  $n_+/N$ , multiplicado a su vez por la probabilidad de cambiar de estrategia,  $p_{+f}$ . En el caso contrario,

$$n_+(n_f/N)p_{f+} \quad (12)$$

es el cambio de técnico optimista a fundamentalista.

La probabilidad de salida del mercado para cualquier tipo de inversionista del número total se representa por  $a$ . En promedio,  $aN = a(n_+ + n_- + n_f)$  inversionistas saldrán del mercado en cualquier periodo. El número de inversionistas entrantes será  $b$ , donde  $bn_c = aN$ . Nótese que  $b$  no es una constante, pero puede representarse como  $b = aN/n_c = a/z$ . Además, permitámonos suponer que los inversionistas entrantes son optimistas o pesimistas en la misma composición que la que presenta el mercado, por lo que el número de nuevos optimistas (pesimistas) es  $bn_+$  ( $bn_-$ ).

Con esto claro, podemos escribir nuestra primera ecuación como sigue: la primera línea muestra los efectos del contagio en el número de individuos en el grupo  $n_+$ , la segunda línea muestra el efecto de los cambios entre las estrategias, y la tercera línea da el efecto neto de la salida y entrada de especuladores:

$$\begin{aligned} \frac{dn_+}{dt} &= (n_-p_{-+} - n_+p_{+-})(1 - n_f/N) + && \text{Contagio por mimetismo (Ec. 10)} \\ &+ n_f(n_+/N)p_{+f} - n_+(n_f/N)p_{f+} && \text{Cambio en las estrategias (Ec. 11 y 12)} \\ &- (a - b)n_+ && \text{Entrada y salida del mercado} \end{aligned}$$

El efecto de transición es similar en el grupo  $n_-$ , lo cual lleva a:

$$\begin{aligned} \frac{dn_-}{dt} &= (n_+p_{+-} - n_-p_{-+})(1 - n_f/N) + && \text{Contagio por mimetismo} \\ &+ n_f(n_-/N)p_{-f} - n_-(n_f/N)p_{f-} && \text{Cambio en las estrategias} \\ &- (a - b)n_- && \text{Entrada y salida del mercado} \end{aligned}$$

Aquí,  $p_{-f}$  ( $p_{f-}$ ) muestra las probabilidades de un fundamentalista de cambiar al grupo  $n_-$  (y viceversa). El número total de técnicos,  $n_c$ , cambia a través de dos tipos de interacciones: la primera, por las fluctuaciones entre técnicos y fundamentalistas; y la segunda, por la dinámica de entrada y salida del mercado. La dinámica del contagio sólo afecta la distribución de los técnicos entre los subgrupos, dejando el número total de técnicos sin cambio. Formalmente, el tiempo de evolución de  $n_c$  puede ser derivado como  $dn_c/dt = dn_+/dt + dn_-/dt$ . Es decir:

$$\frac{dn_c}{dt} = n_f(n_+/N)p_{+f} - n_+(n_f/N)p_{f+} + n_f(n_-/N)p_{-f} - n_-(n_f/N)p_{f-} - (a - b)n_c \quad (13)$$

Lo más conveniente para el análisis es reformular la dinámica en términos de razones  $x$  y  $z$ , la cual reduce las ecuaciones dinámicas de tres a dos. Ya que  $dn_c/dt = dn_+/dt - dn_-/dt$  y que  $x \equiv n/n_c$ , entonces:

$$dx/dt = (dn_+/dt - dn_-/dt)/n_c - (n/n_c^2)dn_c/dt \quad (14)$$

Tomando en cuenta las identidades  $n_+ = 0.5(1+x)zN$  y  $n_- = 0.5(1-x)zN$ , sustituyendo obtenemos:

$$dx/dt = z[(1-x)p_{+-} - (1+x)p_{-+}] + 0.5(1-z)(1-x^2)(p_{+f} - p_{f+} + p_{f-} - p_{-f}) \quad (15)$$

Lo siguiente es, de la definición de  $z$  (Ec. 7), se sigue que

$$\begin{aligned} dz/dt &= (dn_c/dt)/N \\ dz/dt &= 0.5(1-z)z(1+x)(p_{+f} - p_{f+}) + 0.5(1-z)z(1-x)(p_{-f} - p_{f-}) + a(1-z) \end{aligned} \quad (16)$$

### 3. 2. 2. ESTRATEGIAS DE LOS AGENTES

Hasta el momento, nuestra atención se ha enfocado en la conducta de los inversionistas, más específicamente en el intercambio de estrategias. Ahora es tiempo de hablar de la configuración del mercado en sí, es decir, de las estrategias propiamente dichas y su interacción en el mercado cambiario.

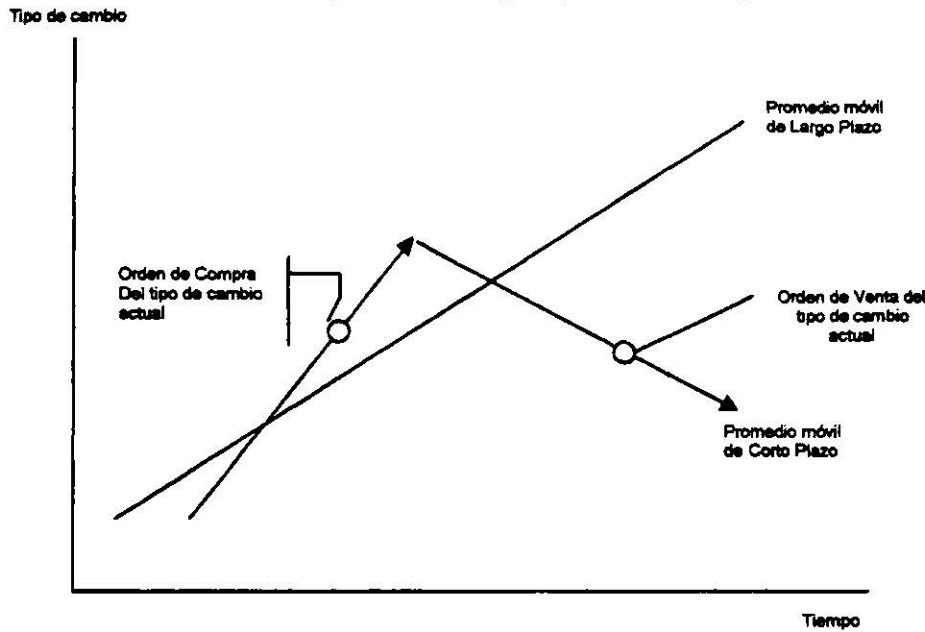
#### 3. 2. 2. 1. TÉCNICOS

Supondremos que, al igual que Da Silva (2000), como regla de decisión los técnicos esperan un incremento en el tipo de cambio nominal cada vez que el promedio de largo plazo,  $S_t^L$ , cruce por debajo al promedio de corto plazo,  $S_t^s$ . En tal caso, se realizará una orden de compra. Por el contrario, esperarán una caída del tipo de cambio nominal cada vez que  $S_t^L$  cruce por encima a  $S_t^s$ . En este caso, se dará una orden de venta. La gráfica 1 muestra lo descrito anteriormente. Esto puede ser representado como

$$\frac{c S_{t+1}^s}{S_{t-1}^s} = \left( \frac{S_t^s}{S_t^L} \right)^{2\nu} \quad (17),$$

en donde  $\nu \in (0, \infty)$  es el grado de extrapolación del pasado utilizado en el análisis técnico. Ya que  $\nu > 0$ , entre mayor  $\nu$ , estará más extrapolado el tipo de cambio pasado en el pronóstico del tipo de cambio futuro. Así que como  $\nu > 0$ , cada vez que  $S_t^s > S_t^L$  ( $S_t^s < S_t^L$ ) los técnicos esperarán un incremento (caída) del tipo de cambio nominal relativo al más reciente valor observado  $S_{t-1}$ .

**Gráfica 1.** Modelo utilizado por lo técnicos para pronosticar el tipo de cambio.



Fuente: Da Silva, 2000.

Suponemos que el movimiento promedio en el corto plazo se basa en el cambio en un periodo:

$$S_t^s = \frac{S_{t-1}}{S_{t-2}} \quad (18);$$

y en el largo plazo se basa en el cambio de dos periodos:

$$S_t^L = \left( \frac{S_{t-1}}{S_{t-2}} \right)^{1/2} \left( \frac{S_{t-2}}{S_{t-3}} \right)^{1/2} \quad (19);$$

con lo cual, la regla de decisión de los técnicos puede ser obtenida sustituyendo estas dos últimas ecuaciones, (18) y (19) en (17).

Con el propósito de simplificar el modelo, consideremos que los técnicos desean recolocar su portafolio en una cantidad fija  $t_c$  (Lux, 1998); por ejemplo, si los inversionistas perciben que el mercado es optimista, trataran de comprar  $t_c$  unidades de dólares, mientras que si, por el contrario, perciben una situación pesimista, intentarán vender  $t_c$  unidades para limitar sus pérdidas. Esto conduce a un exceso neto de demanda del grupo técnico ( $ED_c$ ):

$$ED_c = (n_+ - n_-)t_c \left( \frac{S_{t+1}^s}{S_{t-1}} \right) = nt_c (S_{t-1}S_{t-2}^{-1}S_{t-3})^v = xzNt_c (S_{t-1}S_{t-2}^{-1}S_{t-3})^v; T_c = Nt_c \quad (20)$$

Donde el exceso de demanda generado por los técnicos será el número de técnicos optimistas por la cantidad fija  $t_c$  menos el número de técnicos pesimistas por dicha

cantidad. Así pues, el número de agentes  $N$  que actúan en el mercado multiplicado por  $t_c$  será la constante  $T_c$ .

### 3. 2. 2. 1. FUNDAMENTALISTAS

Supondremos que el pronóstico de los fundamentalistas se basa en la siguiente ecuación

$$\frac{{}_F S_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left( \frac{S_{t-1}^*}{S_{t-1}} \right)^\lambda \quad (21),$$

donde  $S_{t-1}^*$  es el tipo de cambio nominal de equilibrio al periodo  $t-1$ , y el parámetro  $\lambda \in (0, \infty)$  es la velocidad esperada de regreso del tipo de cambio nominal actual hacia su valor de equilibrio. De acuerdo con esta ecuación, cada vez que los fundamentalistas observen el tipo de cambio del mercado sobre (por debajo) del valor PPP, esperarán una caída (incremento) en el futuro. Ya que  $\lambda > 0$ , entre más grande sea su valor, más rápido los fundamentalistas esperarán que el tipo de cambio nominal se incremente (caiga) hacia su valor de equilibrio si  $S_{t-1} < S_{t-1}^*$  ( $S_{t-1} > S_{t-1}^*$ ).

Para poder modelar el exceso de demanda de los fundamentalistas, introduciremos una constante  $\gamma$  que mida la intensidad de la reacción de la respuesta ante la diferencia del valor del tipo de cambio nominal y su valor fundamental. El producto de dicha reacción de respuesta por el número de agentes que actúan en el mercado será la constante  $T_f$  ( $T_f \equiv N\gamma$ ). Por lo que el exceso de demanda de los fundamentalistas será:

$$ED_f = n_f \gamma \left( \frac{{}_F S_{t+1}^e}{S_{t-1}} \right) = (1-z) N \gamma \left( \frac{S_{t-1}^*}{S_{t-1}} \right)^\lambda = (1-z) T_f \left( \frac{S_{t-1}^*}{S_{t-1}} \right)^\lambda \quad (22)$$

### 3. 2. 3. INTERACCIONES EN EL MERCADO CAMBIARIO

Para formular la dinámica del mercado cambiario, supondremos que el tipo de cambio reacciona a las expectativas de ambos agentes, por lo que la ecuación

$$\frac{S_{t+1}^e}{S_{t-1}} = \left( \frac{{}_C S_{t+1}^e}{S_{t-1}} \right) \left( \frac{{}_F S_{t+1}^e}{S_{t-1}} \right) \quad (23)$$

describe este proceso. Esta ecuación propone que la dinámica del mercado se debe a las posiciones de ambos grupos en el momento  $t$  basadas en su pronóstico para el momento  $t+1$ , utilizando la información disponible en el tiempo  $t-1$ .

Nótese que la ecuación anterior (23) sólo toma en cuenta las estrategias, pero no incorpora las pautas de comportamiento de los agentes, es decir, no toma en cuenta si ellos salen o no del mercado, o qué tan optimistas o pesimistas son. Por tal motivo, y siguiendo la lógica de

Da Silva (2000) y Lux (1998) se debe ponderar cada estrategia. Tomando esto en cuenta, la ecuación (23) debe ser multiplicada por  $(n_+ - n_-)t_c$  y  $n_f\gamma$ . Con esto así, e incorporando a lo anterior una constante  $\beta$ , que representa la velocidad de ajuste del tipo de cambio resultante de la interacción entre ambas estrategias, la ecuación resultante que determinará el tipo de cambio será:

$$\frac{dS}{dt} = (n_+ - n_-)t_c \cdot n_f\gamma \cdot \frac{S_{t+1}^*}{S_{t-1}} = \beta(ED_c)(ED_f) = \beta \left[ xzT_c (S_{t-1}S_{t-2}^{-1}S_{t-3})^\nu \right] \left[ (1-z)T_f \left( \frac{S_{t-1}^*}{S_{t-1}} \right)^\lambda \right] \quad (24)$$

Para poder llegar al modelo a estimar, se resolverá esta última ecuación del mercado, utilizando las ecuaciones antes presentadas en el apartado 3. 1. 2.

Primero supondremos que la velocidad de regreso del tipo de cambio nominal hacia su valor fundamental es igual a la velocidad de ajuste de los precios en el mercado de bienes, es decir

$$\lambda = \chi \quad (25)$$

Esto es así porque después de un *overshooting* del tipo de cambio nominal en el periodo del impacto, éste (el tipo de cambio) regresa hacia su valor de equilibrio al mismo lugar que el nivel de precios doméstico (Dornbusch, 1976). Podemos pensar que esta información no podría ser tomada en cuenta por los fundamentalistas.

Sustituyendo (25) en (21) y sustituyendo la ecuación resultante junto con (17) en (23), se obtiene una expresión para  $S_{t+1}^*$ . Lo siguiente es sustituir (1) en (2) y obtener una expresión para  $P_t$ ; y sustituyendo la expresión para  $P_t$  en (3) obtenemos una expresión para  $1+i_t$ . Ahora, sustituyendo esta última expresión en (5) llegamos a una expresión para  $S_t$ . Supongamos ahora que las variables exógenas son constantes y normalizadas a la unidad, e  $i_t^f = 0$ . Notemos que esta última expresión obtenida para  $S_t$  hace pensar que solamente depende de  $S_{t+1}^*$ . Esto también supone que  $S_t^* = S_{t-1}^* = 1$  de tal forma que la PPP se cumple en el equilibrio. Después de sustituir este resultado en la expresión para  $S_{t+1}^*$  (ecuación (24)), y sustituir esto en la expresión para  $S_t$ , obtenemos la solución al modelo para el tipo de cambio nominal:

$$\frac{dS}{dt} = S_t = \left[ \beta xzT_c (1-z)T_f \right]^{\phi_1} S_{t-1}^{\phi_2} S_{t-2}^{\phi_3} S_{t-3}^{\phi_4} \quad (26),$$

donde:

$$\phi_1 = \frac{\theta}{\theta + \varphi - \chi}; \phi_2 = \frac{\theta(1 + \nu - \chi)}{\theta + \varphi - \chi}; \phi_3 = \frac{-\theta\nu}{\theta + \varphi - \chi}; \phi_4 = \frac{\theta\nu}{\theta + \varphi - \chi} \quad (27)$$

Ahora, nótese que las variables de los tipos de cambio retardados están elevadas a  $\frac{\theta\nu}{\theta + \varphi - \chi}$ , y que en ausencia de los ponderadores de cada agente, esto sería precisamente la



expectativa del tipo de cambio, por lo que, con propósitos de simplificar cálculos, esta expresión podría ser reducida a

$$\frac{dS}{dt} = S_t = [\beta S_t x z T_c (1-z) T_f]^{\theta_1} \quad (28),$$

y para obtener la expresión final del tipo de cambio, se despeja  $\frac{dS}{dt}$ , obteniéndose:

$$\frac{dS}{dt} = S_t - [\beta S_t x z T_c (1-z) T_f]^{\theta_1} \quad (29),$$

con fines de simplificar cálculos. De ésta forma hemos encontrado la ecuación que muestra la dinámica del mercado.

### 3. 2. 4. SISTEMA DE ECUACIONES

Los efectos completos de las expectativas pueden ser fácilmente rastreadas a través de toda la economía mediante la solución de ecuaciones dinámicas simultáneas (Adams y Klein, 1979). Con esto en mente, terminaremos de desarrollar nuestro modelo. Se utilizará una constante exponencial  $U$ , para expresar las probabilidades de transición, de esta forma  $U$  captura los factores que incitan a los individuos a cambiar su comportamiento, como ya lo hemos mencionado antes. La tendencia de los agentes de cambiar entre optimista y pesimista, se debe al contagio mimético que se refuerza (disminuye) por el movimiento del tipo de cambio en la dirección esperada (opuesta). Estas probabilidades están dadas por:

$$p_{+-} = \nu_1 \exp(U_1); p_{-+} = \nu_1 \exp(-U_1); U_1 = \alpha_1 x + \alpha_2 \dot{S} / \nu_1; \quad (30)$$

donde  $\dot{S} = dS/dt$  y los parámetros  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son medidas positivas de la fuerza de la influencia del índice de opinión de  $x$  y del movimiento del tipo de cambio, respectivamente;  $\nu_1$  es un parámetro para el tiempo del proceso de contagio.

Recordemos que lo que determina los cambios de técnicos a fundamentalistas, son las ganancias potenciales de ambas estrategias, por lo que las transiciones entre los grupos se deberán a la diferencia en los excesos de las ganancias. Por el lado de los técnicos, esto se ve como sigue: a su ganancia nominal,  $R$ , la cual la consideraremos constante, se le restará la ganancia promedio,  $r$  (ajustada por riesgo), de la economía (donde  $r$  es una variable real). Por simplicidad, las ganancias reales se obtendrán mediante la ecuación siguiente

$$R / S_f = r \quad (31)$$

La expectativa de ganancias extra de los fundamentalistas, cuando  $S < S_f$ , puede escribirse como  $(S_f - S) / S$ . Pero si  $S > S_f$ , esperarán vender y obtener una ganancia de  $(S - S_f) / S$ .

Ahora, para presentar las probabilidades de transición, la expectativa de ganancias extras de los fundamentalistas en ambos casos, será expresada por el valor absoluto de la desviación del tipo de cambio con respecto a su valor fundamental,  $|(S_f - S)/S|$ :

$$p_{+f} = \nu_2 \exp(U_{2,1}); p_{f+} = \nu_2 \exp(-U_{2,1}); U_{2,1} = \alpha_3 \left( (r + \dot{S}/\nu_2)/S_t - R - \iota |(S_f - S_t)/S_t| \right) \quad (32)$$

$\alpha_3$  es un parámetro para la intensidad de reacción entre los diferenciales y  $\nu_2$  es un parámetro para la escala de tiempo de estas reacciones. Nótese que las ganancias de los fundamentalistas han sido descontadas por un factor  $\iota$ ,  $0 < \iota \leq 1$ , debido a la incertidumbre en el horizonte de tiempo de regreso al valor fundamental.

Igualmente se pueden hacer comparaciones de intercambios entre pesimistas, técnicos y fundamentalistas. La ventaja percibida entre una u otra conducta puede ser expresada como la diferencia entre la ganancia promedio de otras inversiones y la ganancia disponible en el mercado:  $r - (R + dS/dt)/S$ . Esto es comparado contra las ganancias esperadas de los fundamentalistas, lo cual nos lleva a las siguientes definiciones de las probabilidades de transición entre fundamentalistas y el grupo de técnicos pesimistas:

$$p_{-f} = \nu_2 \exp(U_{2,2}); p_{f-} = \nu_2 \exp(-U_{2,2}); U_{2,2} = \alpha_3 \left( r - (R + \dot{S}/\nu_2)/S_t - \iota |(S_f - S_t)/S_t| \right) \quad (33)$$

Lo siguiente es tomar estas probabilidades de transición y sustituirlas en  $\frac{dx}{dt}$  y  $\frac{dz}{dt}$ , y

combinarlas con la última expresión de  $\frac{dS}{dt}$ . Con esto obtenemos un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas no lineales, siendo las variables a encontrar  $x$ ,  $z$  y  $S$ . Para formalizar y facilitar el análisis, los términos exponenciales pueden ser transformados en funciones hiperbólicas. Tomando en cuenta las definiciones de  $\text{Sinh}(y) = 0.5(e^y - e^{-y})$ ,  $\text{Cosh}(y) = 0.5(e^y + e^{-y})$  y  $\text{Tanh}(x) = \text{Sinh}(x)/\text{Cosh}(x)$  [49], llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} \approx \dot{x} = 2z\nu_1 [\text{Tanh}(U_1) - x] \text{Cosh}(U_1) + (1-z)(1-x^2)\nu_2 [\text{Sinh}(U_{2,1}) - \text{Sinh}(U_{2,2})] \quad (34),$$

$$\frac{dz}{dt} \approx \dot{z} = (1-z)z(1+x)\nu_2 \text{Sinh}(U_{2,1}) + (1-z)z(1-x)\nu_2 \text{Sinh}(U_{2,2}) + a(1-z) \quad (35),$$

$$\frac{dS}{dt} \approx \dot{S} = S_t - [\beta S_t x z T_c (1-z) T_f]^{\theta_1} \quad (36);$$

donde

$$U_1 = \alpha_1 x + \alpha_2 \dot{S}/\nu_1 \quad (37),$$

$$U_{2,1} = \alpha_3 \left( (R + \dot{S}/v_2) / S_t - r - i \left| (S_f - S_t) / S_t \right| \right) \quad (38),$$

$$U_{2,2} = \alpha_3 \left( r - (R + \dot{S}/v_2) / S_t - i \left| (S_f - S_t) / S_t \right| \right) \quad (39),$$

y  $\phi$  permanece como se definió en (27). De esta forma llegamos al modelo de pronóstico del tipo de cambio nominal. Como es de suponerse, este sistema de ecuaciones, compuesto por (34), (35) y (36), no puede resolverse por medios analíticos convencionales, por lo que es necesario utilizar métodos numéricos que se adecuen a nuestro caso.

### 3. 2. 5. PARÁMETROS DEL MODELO

PARÁMETROS	DEFINICIÓN	FUENTE
$v_1$	Escala de tiempo o de contagio de opinión.	Boletín del Banco de México. (Clima de Negocios). Ecuación (3.1) $v_1 = v_2$ ; ambas multiplicadas por $\beta$
$v_2$	Escala de tiempo o velocidad de transición entre técnico a fundamentalista.	Boletín del Banco de México. (Clima de Negocios)
$a$	Probabilidad de salida de mercado desde cualquier estrategia.	Boletín del Banco de México. (Clima de Negocios, % opinión negativa)
$T_c$	Número de inversionistas por unidad de activo (constante).	Ecuación (3.2)
$T_f$	Número de inversionistas por la intensidad de reacción en respuesta a la diferencia entre el tipo de cambio fundamental y el observado.	Ecuación (3.3)
$\alpha_1$	Mide la influencia del índice de opinión en $x$ (medida media del índice de opinión de + a - de los técnicos).	Boletín Banco de México. (Índice de Opinión) Ecuación (3.4)
$\alpha_2$	Mide la influencia del índice de opinión en $S$ .	Boletín Banco de México. (Índice de opinión) $\alpha_1 = \alpha_2$
$\alpha_3$	Intensidad de reacción entre las diferencias en los rendimientos.	Boletín Banco de México. $\alpha_3 = \alpha_1 \beta$
$R$	Valor nominal de las ganancias.	TIIE 28 días
$r$	Valor real de las ganancias.	Ecuación (3.5)
$i$	Factor de descuento, depende de las expectativas en las ganancias y la aversión al riesgo.	Ecuación (3.6)
$\theta$	Valor absoluto de la elasticidad-interés de la demanda de dinero.	Roman, <i>et al</i> (1996), Banco de México.
$\phi$	Grado oficial de intervención en	Ecuación (3.7), con información del

	el mercado cambiario.	Banco de México.
$\chi$	Velocidad de ajuste en el mercado de bienes/grado de flexibilidad de los precios domésticos.	Roman, <i>et al</i> (1996), Banco de México.(multiplicada por $\beta$ )
$S_f$	Tipo de cambio fundamental.	Boletines Banco de México.
$\beta$	Velocidad de ajuste del tipo de cambio a la interacción de los técnicos y los fundamentalistas.	Ecuación (3.8), con datos publicados por EL NORTE.

Las ecuaciones que se mencionan, al igual que la forma de resolver el sistema de ecuaciones, se explican en los Apéndices 8 y 9.

### 3. 3. ADECUACIÓN DEL MODELO

Se realizarán distintos métodos para corroborar la adecuación del modelo a la serie de tiempo que estamos analizando. Por adecuación del modelo debemos entender la “bondad de ajuste” del mismo, que no es más que comprobar qué tan bien el modelo de pronóstico es capaz de reproducir los datos que son ya conocidos ya que la relevancia del pronóstico es la adecuación de los datos futuros.

Se comenzará con contrastar las propiedades estadísticas de la serie generada por el modelo contra las propiedades estadísticas de la serie presentada por el Banco de México en Internet, como lo sugiere Fernández (2000)<sup>19</sup>. Aparte de esto, también se contrastará con las propiedades estadísticas de otros modelos de pronóstico sugeridos por la literatura econométrica, como son los modelos “ingenuos” (*naive*), el *naive1* (*NF1*), que utiliza la más reciente observación disponible como pronóstico<sup>20</sup>, y el *naive2* (*NF2*), que considera la posibilidad de estacionalidad en las series<sup>21</sup>; el modelo resultante de aplicar la metodología Box-Jenkins, y una combinación de los mismos. Las propiedades a contrastar son la media, la desviación estándar, el coeficiente de asimetría y curtosis.

Después se realizarán las comparaciones del error cuadrático medio (MSE, por sus siglas en inglés), el porcentaje medio del error (MPE, por sus siglas en inglés) y el porcentaje absoluto medio del error (MAPE, por sus siglas en inglés) de la serie modelada, contra las mismas mediciones de los modelos antes mencionados. Antes de explicar cada uno de los pronósticos “ingenuos”, definiremos que es MSE, MPE y MAPE. Primero, el error se define como, adecuándolo a nuestro modelo:

$$e_t = S_t - \hat{S}_t;$$

donde  $S_t$  y  $\hat{S}_t$  son los datos observado y estimado en el tiempo  $t$ , respectivamente, por lo que MSE, MPE y MAPE vienen siendo

<sup>19</sup> Aunque Fernández realizó su estudio para la Bolsa de Valores de España, basándose completamente en el modelo de Lux.

<sup>20</sup> Nótese la similitud con el análisis técnico.

<sup>21</sup> Esta forma de comparar la adecuación del modelo la mencionan Makridakis, Wheelwright y Hyndman (1998).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (e_{t,i})^2, MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left( \frac{S_t - \hat{S}_t}{S_t} \right) \times 100 \text{ y } MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \left( \frac{S_t - \hat{S}_t}{S_t} \right) \times 100 \right|$$

respectivamente.

Como se comentaba anteriormente, el modelo *naive 1* utiliza la más reciente observación disponible ( $t$ ) como pronóstico ( $t+i$ ), es decir

$$\hat{S}_{t+i} = S_t$$

El *modelo naive 2* considera la posibilidad de estacionalidad en las series ya que la estacionalidad generalmente es la responsable de las fluctuaciones en las mismas. Este método se considera mucho mejor que el *NFI*. Se procede a remover la estacionalidad de la serie original con el fin de obtener datos ajustados estacionalmente. Una vez que la estacionalidad ha sido removida, el *NF2* es comparable con el *NFI*, pues se utiliza el mismo procedimiento que en éste último. La forma en que se removerá la estacionalidad será la comentada por Pindyck y Rubinfeld (2001):

1. Primero se calcula un promedio móvil centrado de periodo  $n$ . Como los datos que presenta el BANXICO corresponden a una semana y días laborales, entonces  $n$  es igual a 5.
2. Se dividen los datos originales entre este promedio móvil centrado. Se denotará este resultado por  $\mu_t$ .
3. Se promedian los valores  $\mu_t$  correspondientes al mismo periodo  $t$ . En este caso, el  $\bar{\mu}_n$  estimado será el promedio de todos los  $\mu_t$  correspondientes al mismo día, i.e.,  $\bar{\mu}_1$  correspondería al día lunes, y así sucesivamente.
4. La suma de estos valores  $\bar{\mu}_n$  debe sumar aproximadamente  $n$ , por lo que de no ser así, se multiplicarán por un factor que lleve su suma a  $n$ .
5. Después de realizar lo anterior, se divide cada valor de la serie original entre su correspondiente índice estacional  $\bar{\mu}_n$ . De este modo, la serie ajustada estacionalmente  $s_t^a$ , se obtiene a partir de  $s_t^a = s_t / \bar{\mu}_t$ .

Una vez realizados todos estos pasos, se estima el modelo *NFI*, pero con la serie ajustada  $s_t^a$ . Por último, se pasa a realizar la comparación del MPE y MAPE de las tres técnicas de pronóstico ya descritas (*NFI* y 2 y el modelo en consideración). Obviamente, aquella técnica que presente menores resultados, será la más adecuada para pronosticar. Se recomienda graficar los resultados, para no dar lugar a dudas.

En cuanto a la metodología Box-Jenkins, ampliamente conocida por los analistas económicos, no creemos sea necesario agregar nada al respecto. Con respecto a la combinación de pronóstico, podemos decir que la intuición detrás de ello es poder evaluar un conjunto de modelos de pronóstico, por lo que el MSE del modelo combinado debe ser menor que el del los demás modelos, si es que los demás modelos realmente se ajustan bien

a la serie. De forma ilustrativa, el modelo resultante de la combinación de pronósticos tomaría la siguiente forma

$$C = kf_n + (1-k)g_n$$

donde  $k$  sería la ponderación dada a cada pronóstico, y  $f_n$  y  $g_n$  son pronósticos con distintos enfoques.

También se utilizará el estadístico  $U$  de Theil (1966) que permite una comparación relativa de los métodos formales de pronóstico con los métodos *naive* y, al considerar el cuadrado de los errores, otorga una mayor ponderación a los errores grandes que a los pequeños. Matemáticamente, el estadístico  $U$  de Theil se define como

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{\hat{S}_{t+1} - S_{t+1}}{S_t} \right)^2}{\sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} \right)^2}}$$

Que se interpreta como sigue:

$U = 1$ : El método *naive* es tan bueno como la técnica de pronóstico que esta siendo evaluada.

$U < 1$ : La técnica de pronóstico que está siendo usada es mejor que el método *naive*. Entre menor sea el estadístico  $U$ , es mejor la técnica de pronóstico utilizada con respecto al método *naive*.

$U > 1$ : No existe razón para utilizar un método formal de pronóstico ya que el método *naive* utilizado produce mejores resultados.

Por último, otra medida de bondad de ajuste que utiliza los errores del modelo es el estadístico  $Q$ , mencionado por Bowerman y O'Connell (1993), que determina que cualquier primeras  $K$  muestras de autocorrelaciones de los residuales, consideradas juntas, indica la adecuación del modelo. Dos formas de estimar el estadístico  $Q$  se sugieren, aunque la arbitrariedad de  $K$  puede llevar a discusión. El estadístico puede ser:

a) Estadístico Box-Pierce:  $Q = n' \sum_{l=1}^K r_l^2(\hat{a})$

b) Estadístico Ljung-Box:  $Q^* = n'(n'+2) \sum_{l=1}^K (n'-l)^{-1} r_l^2(\hat{a})$

Donde  $n' = n - d$  es la diferencia entre el número de observaciones,  $n$ , en la serie de tiempo original, y  $d$  es el grado de diferenciación no estacionaria usada para transformar los valores de la serie de tiempo original en series de tiempo con valores estacionales. Además,  $r_l^2(\hat{a})$  es el cuadrado de  $r_l(\hat{a})$ , la autocorrelación muestral de los residuales al retardo  $l$ , es decir, la autocorrelación muestral de los residuales separada por un retardo de  $l$  veces.

Se utilizarán ambos estadísticos, aunque la teoría establece que  $Q^*$  es el mejor de los dos. El proceso supone que se toma en cuenta las relaciones entre las observaciones de la serie de tiempo. Si estas relaciones no se tomarán en cuenta, los residuales no deberían estar correlacionados, por lo que las autocorrelaciones de los mismos deberían ser pequeñas y, en todo caso,  $Q^*$  (ó  $Q$ ) debería ser pequeña. Por tal motivo, un valor alto de los estadísticos indicaría que el modelo de pronóstico es inadecuado. Nuestra regla de decisión sobre la adecuación del modelo se basará en el valor teórico de una  $\chi^2_{[a]}(K - n_p)$ , donde  $(K - n_p)$  son los grados de libertad. Aquí,  $n_p$  es el número de parámetros en consideración. Si nuestro estadístico es menor que la  $\chi^2_{[a]}(K - n_p)$  de tablas, entonces es razonable concluir que el modelo es adecuado. Se presentarán diferentes contrastes, ya que se hará variar  $K$ , procurando llegar hasta el mayor número encontrado en las tablas de  $\chi^2_{[a]}$ .

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS CAÓTICO DEL MERCADO CAMBIARIO

*« Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ses données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux ».*

Pierre-Simon Laplace,  
*Essai philosophique sur les probabilités (1814).*

### 4. 1. ANÁLISIS DE PRUEBAS (HIPÓTESIS ANTE FACTO)

Antes de pasar a los resultados, es conveniente mencionar que para la realización de las pruebas, se transformaron los datos originales que presenta el BANXICO por tasas de variación, a fin de evitar problemas de estacionalidad.

La notación es la siguiente,  $S_t$  denota el tipo de cambio peso/dólar al tiempo  $t$  reportado por el BANXICO, y  $s_t = \log(S_t) - \log(S_{t-1})$  es la tasa continua de variación del tipo de cambio. Con esta última serie se trabajó para todas las pruebas, ya que los datos originales tienden a ser no estacionarios (Brock *et al*, 1992; Da Silva, 2000). Las pruebas se realizaron para el periodo del 1° de enero de 1995 al 31 de marzo de 2003, siendo un total de 2068 observaciones.

#### 4. 1. 1. EL TEST $R/S$

Según la Hipótesis de los Mercados Eficientes, en su versión de eficiencia débil, afirma que el precio de un activo refleja toda la información pública disponible, produciéndose cambios en los precios únicamente cuando aparece nueva información; en este caso, la serie del tipo de cambio se comporta como un movimiento browniano ordinario, por lo que los rendimientos seguirán un camino aleatorio, pudiéndose afirmar, además, que los mercados no tienen memoria sobre lo que ha ocurrido en el pasado.

Como se mencionó en el apartado correspondiente, el análisis  $R/S$  sirve para contrastar la existencia de memoria en una serie temporal. Nuestra serie  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$  da un total de 2067 datos. El cuadro 2 presentan los resultados.

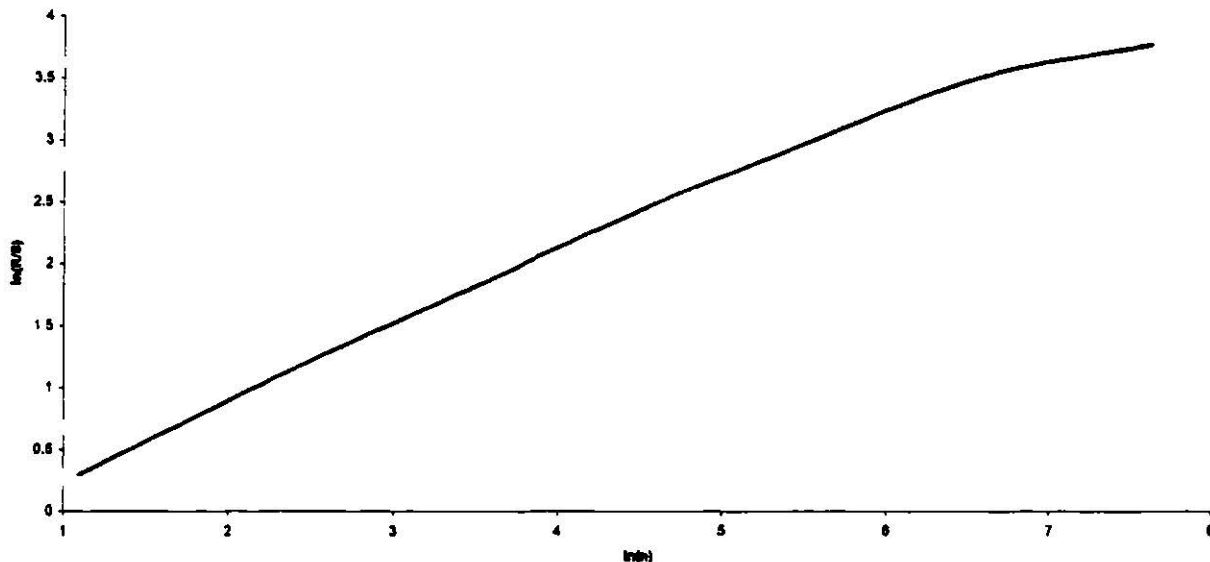
Se obtuvo una  $H = 0.5402$ , lo cual nos indica que el mercado del tipo de cambio presenta un movimiento browniano fraccional persistente. Esto quiere decir que sus correlaciones a largo plazo son infinitas, es decir, que los incrementos del pasado están correlacionados con los del futuro. Si en el pasado tuvimos incrementos positivos, lo más probable es que se produzcan también incrementos positivos en el futuro. Esto es lo que se llama memoria en la serie. Nótese que tal vez esto explique en parte la popularidad del análisis técnico entre los inversionistas, porque ellos, de alguna manera, intuyen la conducta del mercado.



Cuadro 2. Resultados del R/S para el tipo de cambio

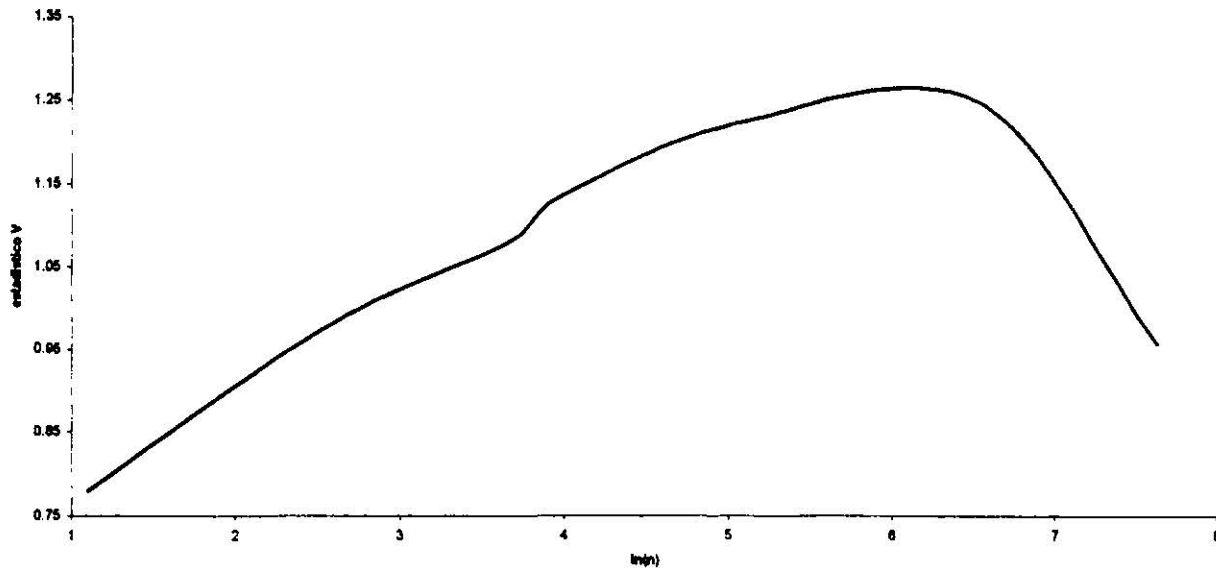
$n$	$V$	$(R/S)_n$	$V_n$
3	689	1.3506	0.7797
13	159	3.5279	0.9784
39	53	6.7372	1.0788
53	39	8.2481	1.1329
159	13	15.4148	1.2224
689	3	32.7438	1.2474
2067	1	43.4873	0.9565

Los cambios de tendencia se observan en las gráficas 2 y 3, que corresponden al análisis  $R/S$  y al estadístico  $V$ . Nótese que en ambos casos el cambio de tendencia más marcado se da en  $n = 689$ , por lo que la longitud del ciclo es de 689 días, aproximadamente dos años (un año y 10 meses para ser exactos).

Gráfica 2. Análisis  $R/S$  para la serie calculada  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$  con un ciclo de 689 días.

Para corroborar lo anterior se realizó una prueba de  $t$  de *Student* al 95% de confianza, encontrándose que no existe razón para rechazar la hipótesis nula de que el coeficiente  $H$  sea significativamente distinto de  $0.5^{22}$ . La evidencia estadística parece sugerir que la serie del tipo de cambio presenta un movimiento browniano ordinario, apoyando a la Hipótesis de los Mercados Eficientes, por lo que la serie no tiene memoria y la utilización del análisis técnico pareciera no estar justificado.

<sup>22</sup> La  $t$  del modelo fue de  $t = 0.3431$  y la  $t$  teórica fue 4.303.

Gráfica 3. Estadístico  $V$  para la serie calculada  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$  con un ciclo de 689 días.

#### 4. 1. 2. EL TEST BDS

La construcción de la serie de vectores requerida por el estadístico se realizó siguiendo la metodología propuesta por Brock, Hsieh y LeBaron (1992), quienes utilizan su estadístico para analizar el mercado cambiario de Estados Unidos. Los vectores se construyeron utilizando la siguiente forma

$$s = \alpha s_t (1 - s_t) \quad (40)$$

donde  $0 \leq \alpha \leq 4$ , y  $s$  representa a los vectores  $s_i$  y  $s_j$ , y  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ , como lo hemos señalado antes. Los resultados se presentan en el cuadro 3.

Cuadro 3. Estadístico BDS del tipo de cambio peso/dólar.

$W_m(\epsilon)$	$\epsilon$					
	0.25	0.5	1	1.25	1.5	2
2	0.1883	0.3767	0.0749	0.9415	1.1297	1.5060
3	1.5595	3.1190	6.2379	7.7973	9.3567	12.4753
4	12.9073	25.8146	51.6287	64.5353	77.4415	103.2524
5	106.8279	213.6552	427.3053	534.1269	640.9452	854.5696
6	884.1622	1768.3191	3536.5958	4420.7049	5304.7874	7072.8515

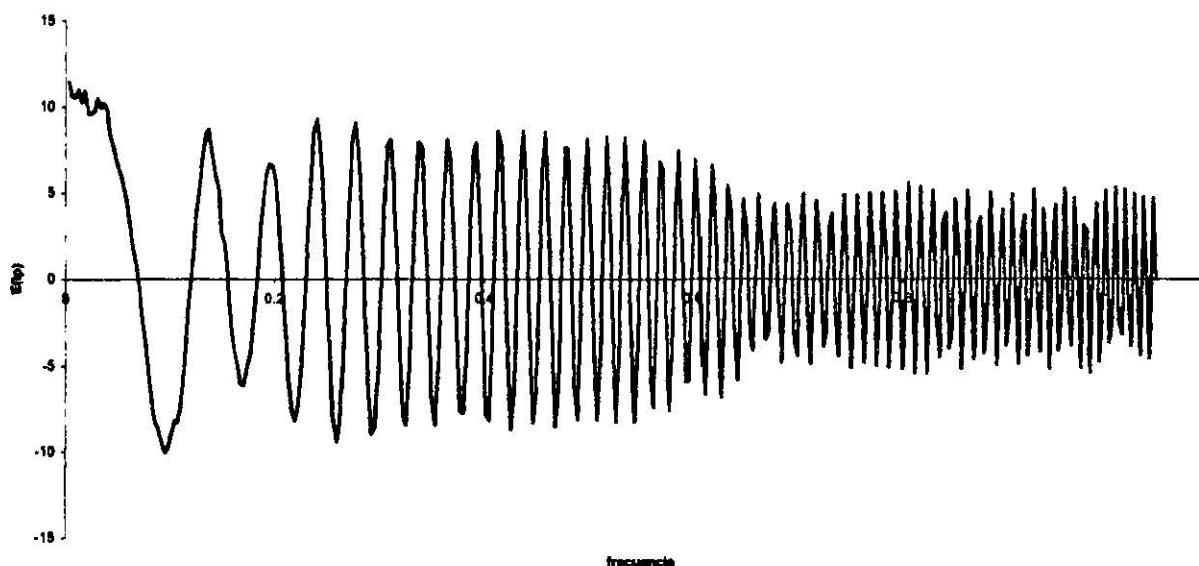
Contrastando estos datos con una  $z$  para muestras grandes ( $z = 1.96$ ), es posible concluir que se rechaza la hipótesis nula de i.i.d. para estimaciones con una dimensión de inserción mayor e igual a 3. Las estimaciones menores a este número, indican una sensibilidad prácticamente nula a los cambios en las condiciones iniciales. En virtud a lo anterior, podemos afirmar que las variaciones del tipo de cambio no se comportan como variables aleatorias independientes. Es importante resaltar el grado de sensibilidad de la serie a medida que aumenta la dimensión de inserción ( $m$ ), sobre todo después de 4. Esto nos da una idea de la sensibilidad del tipo de cambio a cambios en las condiciones iniciales.

Si bien una forma de comprobar gráficamente los resultados de éste estadístico es observar su gráfico de recurrencia, no se podrá incluir su análisis debido a la limitación del paquete computacional EXCEL para realizar dicho trabajo. No obstante, estamos seguros que el resto de las pruebas proporcionará la certeza necesaria para considerar al mercado del tipo de cambio como caótico.

#### 4. 1. 3. EL PERIODOGRAMA

Recordemos que el análisis espectral permite obtener conclusiones sobre la periodicidad o cuasiperiodicidad de un sistema. La gráfica 4 corresponde al periodograma para nuestra serie  $s_t$ . Como nuestra serie es el tipo de cambio diario, la frecuencia viene dada por días<sup>23</sup>. Nótese como al comienzo de la serie, la frecuencia se amplía para después reducirse al final, y presentar un comportamiento medianamente previsible.

Gráfica 4. Periodograma de la serie  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ .



Al parecer, el ciclo que se distingue es demasiado pequeño, ya que  $T = 6.0087$  días, es decir, el ciclo existente es de 6 días, prácticamente una semana. Este tipo de ciclos no aparece claramente reflejado en nuestro análisis  $R/S$  anterior, por lo que es una información extra que debe servirnos para comprender más claramente el comportamiento de nuestra serie en el muy corto plazo.

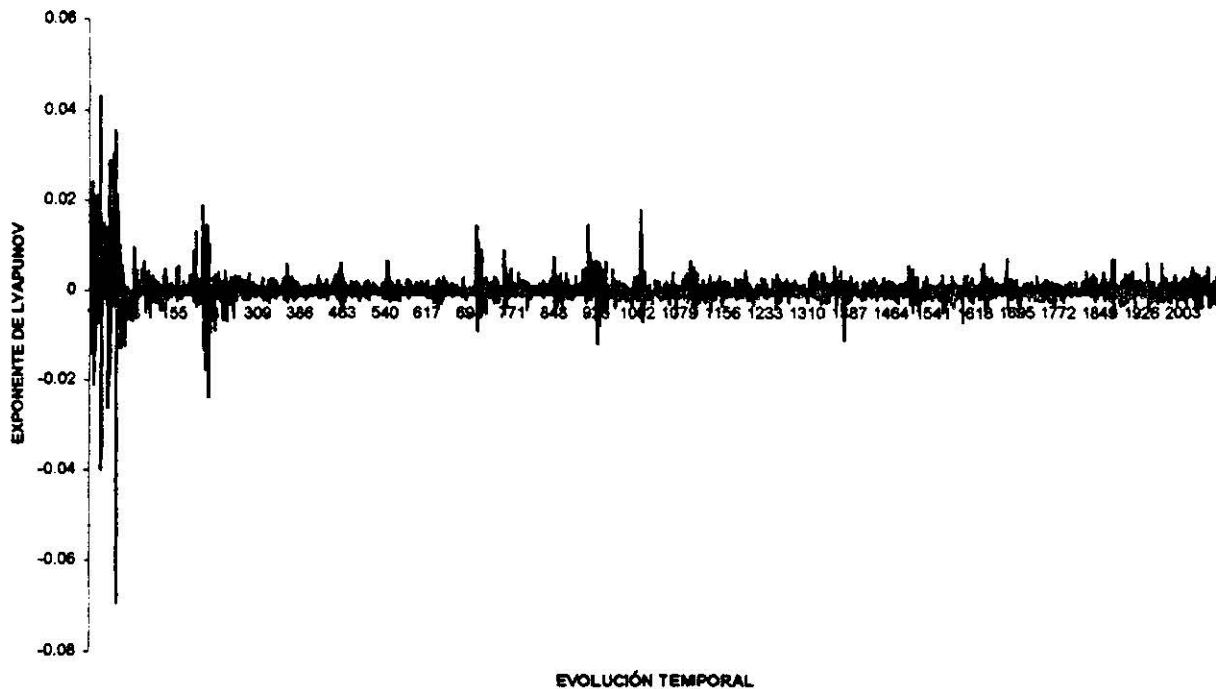
#### 4. 1. 4. EXPONENTES DE LYAPUNOV

Como se mencionó en el primer apartado del capítulo, la existencia de un exponente de Lyapunov en un sistema dinámico permite caracterizarlo como caótico. El exponente mide la convergencia o divergencia de dos condiciones iniciales cercanas, por lo que con un exponente positivo, una pequeña perturbación en las condiciones iniciales crecerá exponencialmente.

<sup>23</sup> El desarrollo del periodograma se presenta en el Apéndice 10.

El cálculo del mayor exponente de Lyapunov se llevará a cabo mediante dos métodos distintos, el algoritmo de Wolf y un método indirecto. Para el cálculo del error inicial,  $\xi$ , se utilizará la ecuación (40), pero  $\alpha$  será el valor del coeficiente de asimetría de la serie  $s_t$ , de esta forma no se realiza de manera arbitraria, y se guarda la lógica de los exponentes. Se obtuvo un exponente de  $\lambda = 0.11$ . La gráfica 5 muestra el exponente de Lyapunov mediante el algoritmo de Wolf.

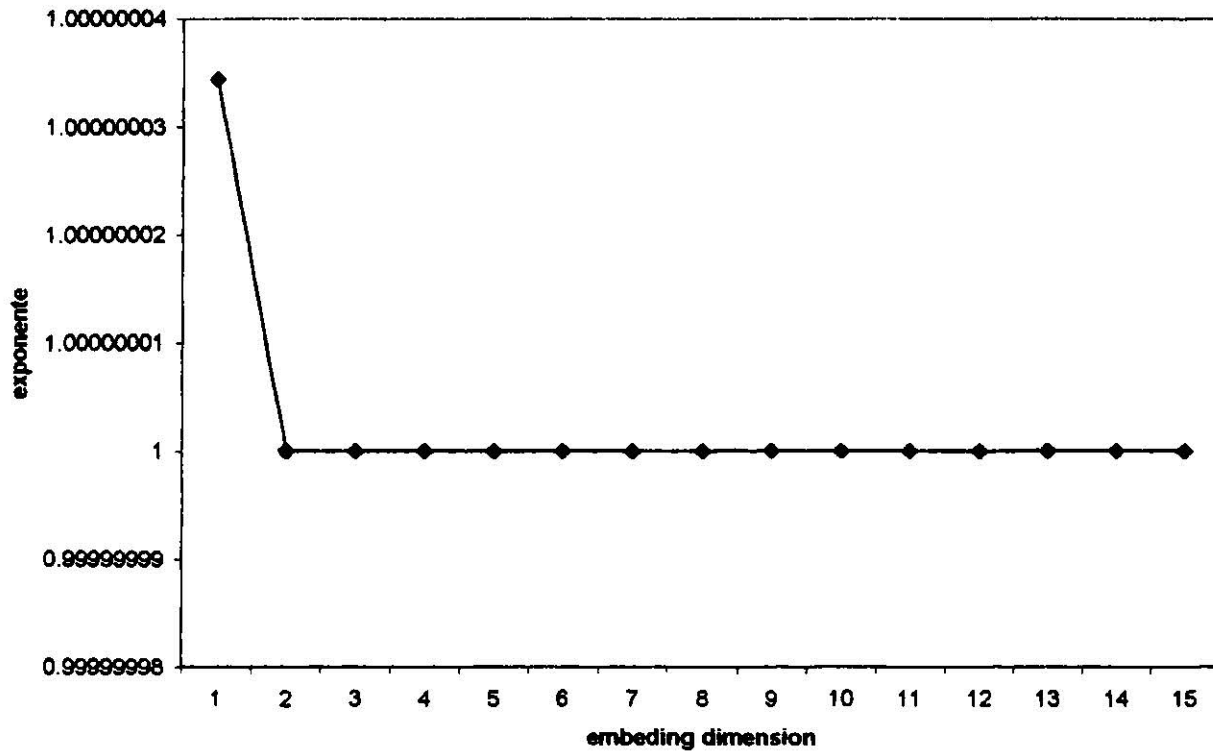
Gráfica 5. Exponente de Lyapunov mediante el algoritmo de Wolf para la serie  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ .



Para estimar el exponente de Lyapunov de manera indirecta, se utilizó el teorema de Brock (1986). Dado que un proceso  $AR(\infty)$  tiende a un proceso  $ARMA(1,1)$ , se realizó la estimación de este último y se obtuvieron los residuales, trabajando en ellos la dimensión de correlación con el fin de obtener los exponentes de Lyapunov. Los resultados se resumen en la gráfica 6.

Ambos métodos de estimación apoyan la idea de la existencia de caos en la serie del tipo de cambio.

**Gráfica 6.** Exponente de Lyapunov obtenido mediante el proceso ARMA(1,1). El exponente converge al valor  $\lambda = 1$ .



#### 4. 1. 5. DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN

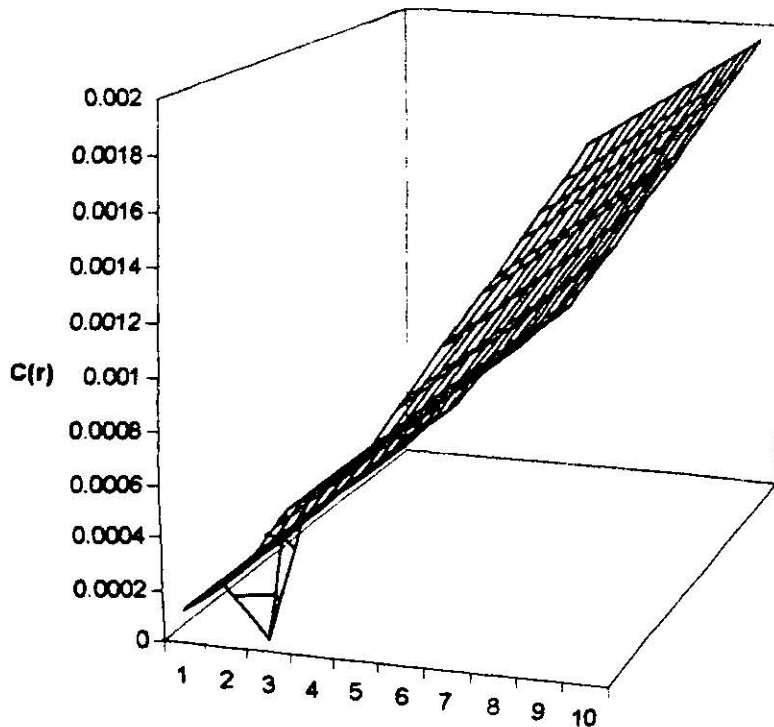
Recordemos que si la dimensión de correlación crece con  $m$ , es decir, con la dimensión de inserción (*embedding*), el proceso será estocástico y si es independiente de  $m$ , el proceso será determinístico.

La relación anterior permite calcular la dimensión de correlación como la pendiente del  $\log(C_m)$  respecto al  $\log(r)$ . El resultado para el cálculo de la integral de correlación para distintos  $r$  y para la dimensión de inserción  $m = 2$  a  $m = 16$  de la serie calculada  $s_t$  se muestra en la gráfica 7. La gráfica 8 muestra la pendiente instantánea de la integral de correlación.

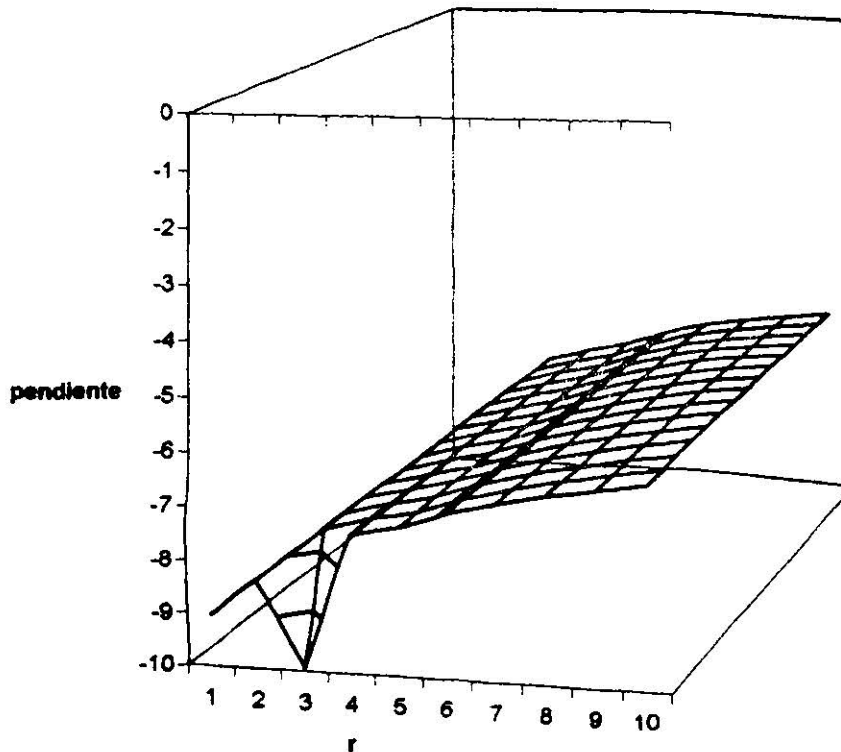
#### 4. 1. 6. EL COEFICIENTE DE ENTROPIA

Una ventaja de calcular los exponentes de Lyapunov mediante el método directo es que se puede utilizar el exponente para determinar la medida de entropía del sistema. Esta medida utilizada *ex ante* nos permite saber qué tanto podremos pronosticar con exactitud en un sistema caótico. En nuestro caso, la medida de entropía nos dirá cuántos días son posibles de pronosticar con exactitud, sin utilizar aún nuestro modelo antes descrito.

Gráfica 7. Integral de correlación para la serie del tipo de cambio fix.



Gráfica 8. Pendiente de la integral de correlación para la serie del tipo de cambio.



Realizando los cálculos necesarios, la medida de entropía obtenida es  $N = 25.0037$ , lo cual indica que podemos esperar pronósticos muy exactos en un periodo de 25 días. Esto es importante porque nos indicará la forma de estimar el modelo propuesto. Esta medida sugiere que el modelo se estime mensualmente ya que el BANXICO registra un promedio de 21 días hábiles mensuales, por lo que si realizamos la estimación mensual, entonces debemos esperar resultados sumamente confiables, ya que el número de días que reporta BANXICO es menor al número de días sugerido por el sistema.

#### 4. 1. 7. RESULTADOS GENERALES

En términos generales, puede afirmarse que la aplicación de distintos test a la serie temporal  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$  correspondiente al periodo 1° de enero de 1995 a 31 de marzo del 2003, arroja información adicional a la que podría obtenerse con los procedimientos tradicionales, permitiendo concluir, muy sistemáticamente, lo siguiente:

- a) De la aplicación del análisis  $R/S$  a la serie  $s_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$  del tipo de cambio, se deduce un valor del exponente de Hurst distinto de 0.5, lo que permite afirmar que la serie presenta persistencia. Por otro lado, contrastando este valor con un estadístico  $t$  nos menciona lo contrario, no permitiendo concluir de manera formal la presencia de memoria en la serie.
- b) El estadístico BDS muestra que hay evidencia de no-linealidad en la serie para dimensiones de inserción mayores e iguales a 3. Desafortunadamente la imposibilidad de presentar el gráfico de recurrencia nos impide obtener una imagen mucho más clara del comportamiento de la serie.
- c) La aplicación del análisis espectral proporciona información sobre el comportamiento cíclico del sistema, pudiendo observar que existen otros ciclos que el test  $R/S$  no reporta tan claramente, como se puede apreciar al comenzar el periodograma, convergiendo a ciclos muy pequeños al final de la serie.
- d) El cálculo del mayor exponente de Liapunov mediante ambos procedimientos, directo e indirecto, nos ofrece resultados positivos, apoyando la existencia de caos en la serie, observando una convergencia a 0.11 y 1, respectivamente.
- e) La serie presenta una tendencia a la saturación de la pendiente para dimensiones de inserción altas alrededor del valor 7, pudiendo ello constituir un indicador de la existencia de caos en la serie.
- f) Por último, el cálculo del coeficiente de entropía mediante los exponentes de Lyapunov permite aconsejarnos sobre la manera de ajustar el modelo. Para el caso *ex ante*, el coeficiente de entropía obtenido nos indica que podemos esperar pronosticar con exactitud un periodo de 25 días.

La mayoría de las pruebas anteriores nos permite concluir, que existe caos en la serie del tipo de cambio fix.

## 4. 2. RESULTADOS DEL MODELO Y BONDAD DE AJUSTE

A diferencia de las pruebas antes mostradas, el periodo de tiempo que comprende la estimación siguiente, corresponde al periodo 1° de enero de 1999 a 31 de marzo de 2003. Esto se debe a la insuficiencia de datos para estimar los parámetros que requiere el modelo.

Después de haber realizado las simulaciones mes con mes como lo sugirió la medida de entropía, se obtendrán los resultados del tipo de cambio fix ( $\hat{S}$ ) del modelo y se compararán contra los valores estimados por los otros modelos<sup>24</sup>, y contra los valores observados que proporciona el Banco de México en su página de Internet. Para hacer comparables estos resultados, se utilizarán sus propiedades estadísticas, como son la media, la desviación estándar, el coeficiente de asimetría y el coeficiente de curtosis. El cuadro 4 presenta dichos resultados.

Cuadro 4. Contraste entre las propiedades estadísticas de la serie del tipo de cambio fix cuando  $\varphi = 0$ .

DISTRIBUCIÓN	BANXICO	NF1	NF2	ARIMA	MODELO	COMBINADO <sup>25</sup>
Media	9.5792	9.5781	5.6055	9.5793	9.5766	9.5780
Desviación Estándar	0.4370	0.4327	0.2558	0.4370	0.4392	0.4378
Coefficiente de Asimetría	1.4325	1.4341	1.4326	1.4326	1.4205	1.4287
Curtosis	2.0135	2.0153	2.0135	2.0113	2.0030	2.0108

Se puede observar que las propiedades estadísticas obtenidas de la serie estimada por el modelo son similares a los datos empíricos del mercado cambiario, aunque parece ser que el modelo ARIMA se ajusta mejor. Pero a pesar de esto, nuestro modelo se perfila como una buena opción de pronóstico. Se debe mencionar que esta estimación supone que la intervención del banco central (BANXICO) en el mercado de divisas es nula durante este periodo de tiempo, por lo que el parámetro de la ecuación (3.7) del Apéndice 8 es cero ( $\varphi = 0$ ).

Los gráficos siguientes muestran los resultados de la simulación. El gráfico 9 muestra la evolución del tipo de cambio  $\hat{S}$ , y lo compara con el tipo de cambio reportado por el BANXICO. El gráfico 10 muestra la evolución de  $z$  y  $x$ .

No es suficiente el comparar las propiedades estadísticas de las series, por lo que a continuación se presentan los resultados obtenidos de comprar nuestro modelo con los métodos comentados al final del capítulo 3. El cuadro 5 presenta los resultados.

Cuadro 5. Comparación entre diferentes técnicas de pronóstico basándose en el MSE, MPE y MAPE.

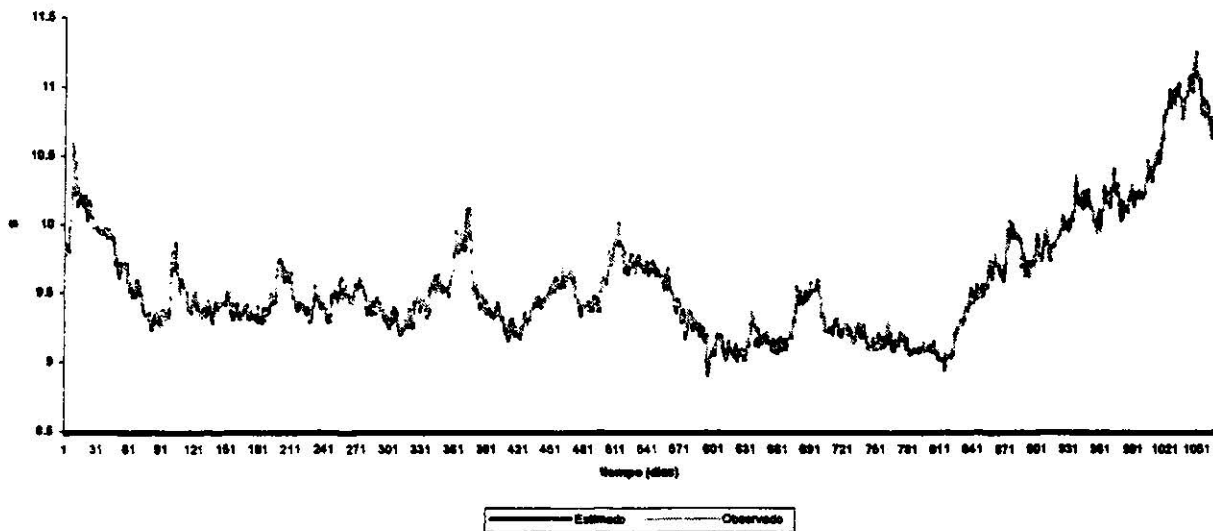
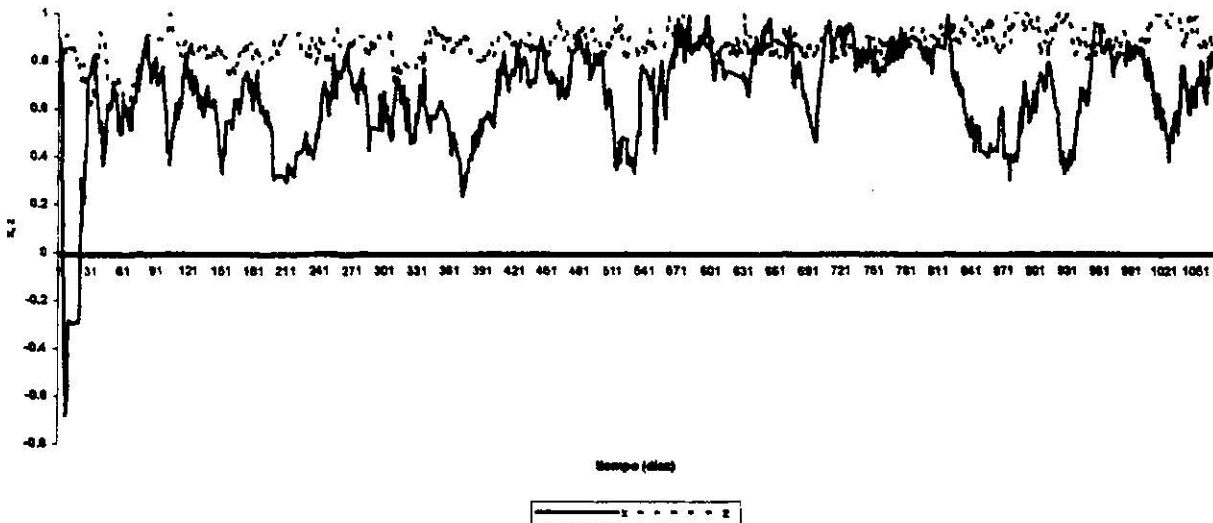
TÉCNICA	NF1	NF2	ARIMA	MODELO	COMBINADO
MSE	0.0026	0.0009	0.0026	0.0010	0.0003
MPE	0.0373	0.0220	0.0371	0.0260	0.0132
MAPE	0.3856	0.2272	0.3845	0.2716	0.1375

<sup>24</sup> El modelo resultante de aplicar la metodología Box-Jenkins es un modelo ARIMA (1, 1, 1).

<sup>25</sup> Este modelo combinado es el resultante de combinar el modelo ARIMA y el modelo propuesto, ya que con esta combinación se obtiene el menor MSE.



Gráfico 9. Series empírica y simulada del tipo de cambio sin intervención del BANXICO

Gráfico 10. Evolución de  $x$  y  $z$  cuando  $(\varphi = 0)$ .

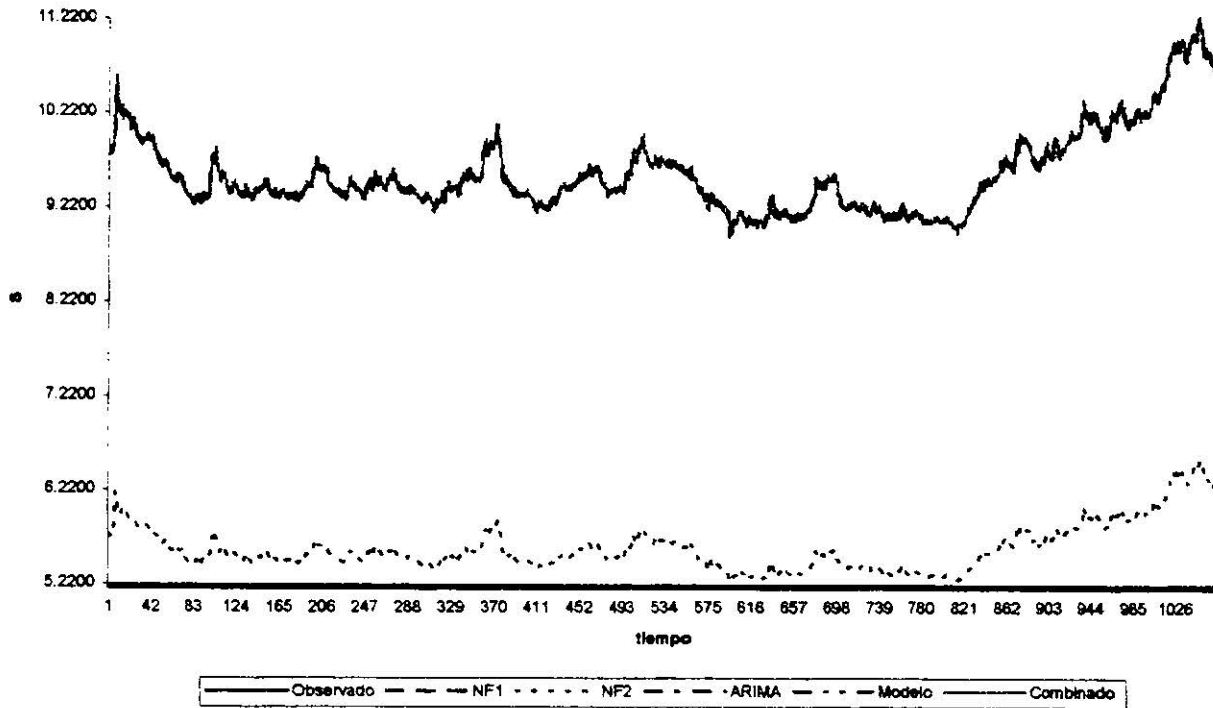
La gráfica 11 pretende ser un poco más explícita, recuérdese que la serie *NF2* está desestacionalizada. Pareciera ser que, de los resultados de la tabla, el modelo combinado y el *NF2* fuesen mejores que el modelo propuesto, pero al observar la gráfica correspondiente, nos damos cuenta que el mejor modelo, entre el *NF2* y el propuesto, sigue siendo el nuestro.

Con respecto a la estimación del estadístico  $U$  de Theil, el cuadro 6 muestra que los mejores modelos son el ARIMA, el nuestro y el combinado. Como se encuentra que son menores a 1, entonces podemos decir que las técnicas de pronóstico que están siendo usadas son mejores que los métodos naive, ya que entre menor sea el estadístico  $U$ , es mejor la técnica de pronóstico utilizada con respecto al método naive. Esto pareciera indicar que el modelo ARIMA presenta menos costos en cuanto a errores se refiere.

Cuadro 6. Estadístico *U* de Theil.

ESTADÍSTICO	NF1	NF2	ARIMA	MODELO	COMBINADO
<i>U</i> de Theil	5.9915	79.1066	0.1007	0.6243	0.3178

Gráfica 11. Comparación entre los modelos y el tipo de cambio observado.



Por último, se calculan los estadísticos *Q*. El cuadro 7 muestra estos contrastes:

Cuadro 7. Estadístico *Q* y *Q\**, el contraste corresponde a una  $\chi^2$  con  $(K-1)$  grados de libertad, al 99.5 % de confianza.

MODELO	ESTADÍSTICO	K				
NF1		21	31	41	61	121
	<i>Q</i>	19.7036	28.9392	61.7913	74.1570	115.2447
	<i>Q*</i>	19.8967	29.3954	63.3684	76.3714	121.4786
NF2						
	<i>Q</i>	20.0444	29.3056	35.0406	47.2296	171.3596
	<i>Q*</i>	20.2351	29.7602	35.7224	48.5389	182.5227
ARIMA						
	<i>Q</i>	20.3117	29.5303	35.4656	47.7525	89.1533
	<i>Q*</i>	20.5060	29.9875	36.1582	49.0781	94.5275
MODELO						
	<i>Q</i>	37.1419	43.1719	54.4790	67.1887	146.4705
	<i>Q*</i>	37.4077	43.6021	55.3523	68.6882	155.7055
COMBINADO						
	<i>Q</i>	22.7633	27.5090	36.1972	46.5533	106.4776
	<i>Q*</i>	22.9826	27.8569	36.8925	47.7752	113.6364
CONTRASTE		40	53.67	66.77	91.95	163.64

De la tabla anterior podemos inferir que, después de contrastar los modelos contra una  $\chi^2$  de  $(K-1)$  grado de libertad al 99.5 % de confianza, nuestro modelo se mantiene como una buena opción de pronóstico.

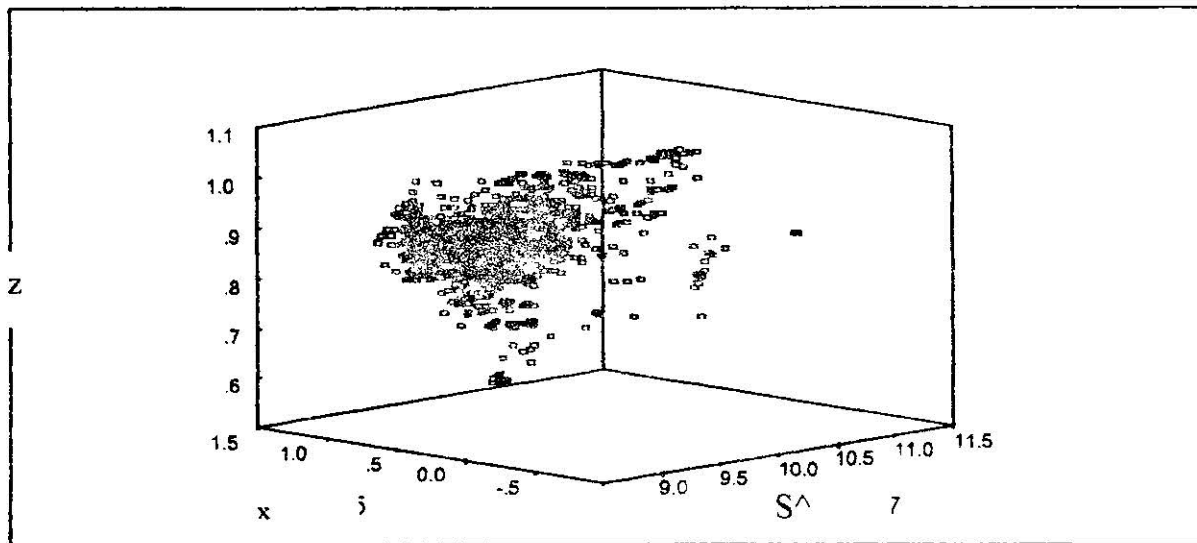
En conclusión, podemos afirmar, sin temor a equivocarnos (ni parecer presuntuosos), que nuestro modelo propuesto en realidad es una buena opción de pronóstico para el tipo de cambio fix diario.

#### 4. 3. EL ATRACTOR DEL TIPO DE CAMBIO

Antes de pasar a la interpretación de los resultados en sí, no se debe dejar de lado el concepto que caracteriza a los sistemas caóticos; nos referimos al atractor extraño. Como se ha tratado en otros apartados, el atractor extraño surge de la antagonica relación atracción-repulsión que ejerce la dinámica del sistema. La gráfica 12 muestra al atractor extraño para el tipo de cambio en un espacio de tres dimensiones.

Desafortunadamente debido a, nuevamente, las limitaciones de paquetes computacionales, especialmente gráficos, no es posible presentar al atractor extraño en todo su esplendor, por lo que se decidió partir el gráfico en tres espacios (pares  $(x, S)$ ,  $(z, S)$  y  $(x,z)$ ), a fin de poder inferir algo del mismo.

#### ATRACTOR DEL TIPO DE CAMBIO



Gráfica 12. Atractor del tipo de cambio. El eje X mide a x, el eje Y mide z y el eje Z mide S.

##### 4. 3. 1. ATRACTOR $(x, S)$

El gráfico 13 muestra al atractor extraño en un espacio de dos dimensiones. En este caso, sólo se presenta la relación entre las variables x (índice medio de opinión entre los técnicos)

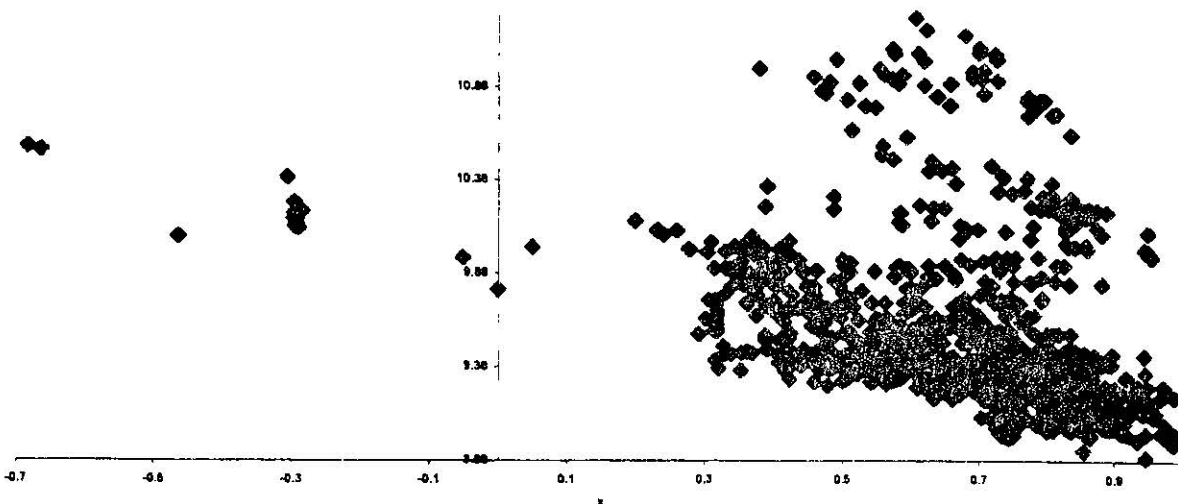
y  $\hat{S}$  (el tipo de cambio estimado). El gráfico 14 muestra la evolución de  $x$  a través del tiempo.

Aunque la primera gráfica parece indicar un comportamiento sumamente errático, podríamos considerar que en general se presenta un movimiento en forma de espiral, predominando opiniones no muy positivas durante el periodo utilizado. Este comportamiento ayuda a sostener la idea de comportamiento caótico, pues dado la característica de una espiral, no se espera que en algún momento llegue a converger a un punto estable, aunque pudieran establecerse ciertos patrones de periodicidad (Frost y Prechter, 2002).

También destaca la tendencia decreciente que muestran los datos, dándonos la idea de una posible relación inversa entre las variables. De esto se hablará más adelante.

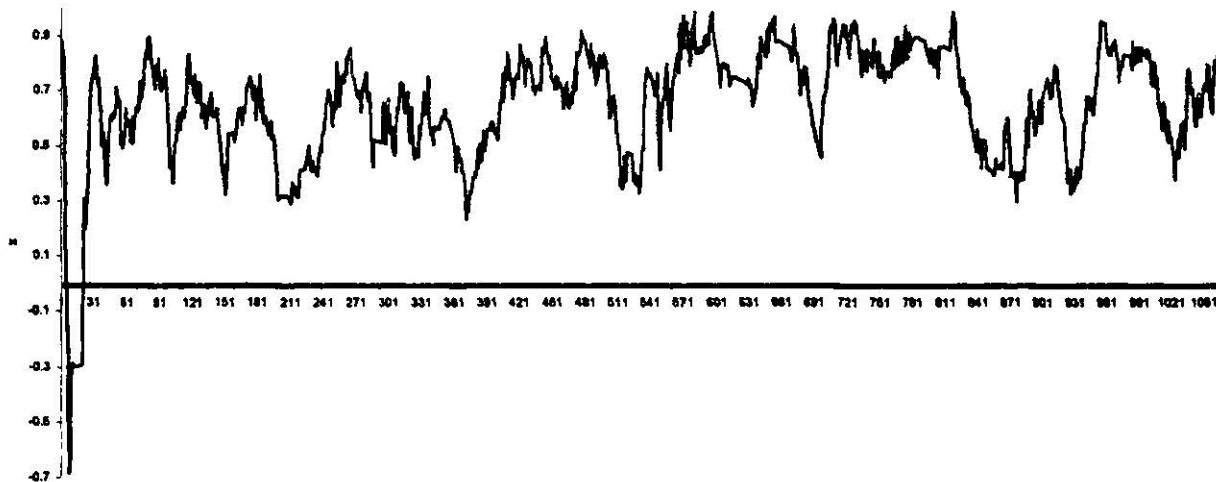
Con respecto a la segunda gráfica, la evolución de  $x$ , parecería lógico preguntarnos por qué no se volvió a presentar una opinión tan pesimista a lo largo del periodo como al principio. Esto puede explicarse por las expectativas.

Gráfica 13. Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensiones ( $x, \hat{S}$ ).



La importancia de las expectativas radica en el punto de cómo se llega a las decisiones, y en cómo las influencias de éstas actúan sobre comportamiento de los mercados y la economía en general.

Se debe considerar al hombre como sujeto por el tiempo, y por ello es probable que la conducta futura resulte influida por la forma en que relaciona aquello que ha aprendido de las experiencias pasadas con las contingencias futuras; pero además, el hombre también está atado, por decirlo así, por la gente; está sometido a influencias sociales y, a menudo, piensa, siente, actúa –y espera– en cuanto miembro de un grupo.

Gráfica 14. Evolución de  $x$  en el tiempo.

Por este motivo, las expectativas proporcionan la estructura psicológica dentro de la cual los estímulos ambientales percibidos se organizan e interpretan. El resultado final de este proceso conduce a las decisiones. Además, la estructura de éstas cambia con el transcurso del tiempo como resultado de nuevos aprendizajes y experiencias. Una consecuencia del cambio constante es que el mismo estímulo producirá patrones diferentes de conducta en distintos puntos del tiempo.

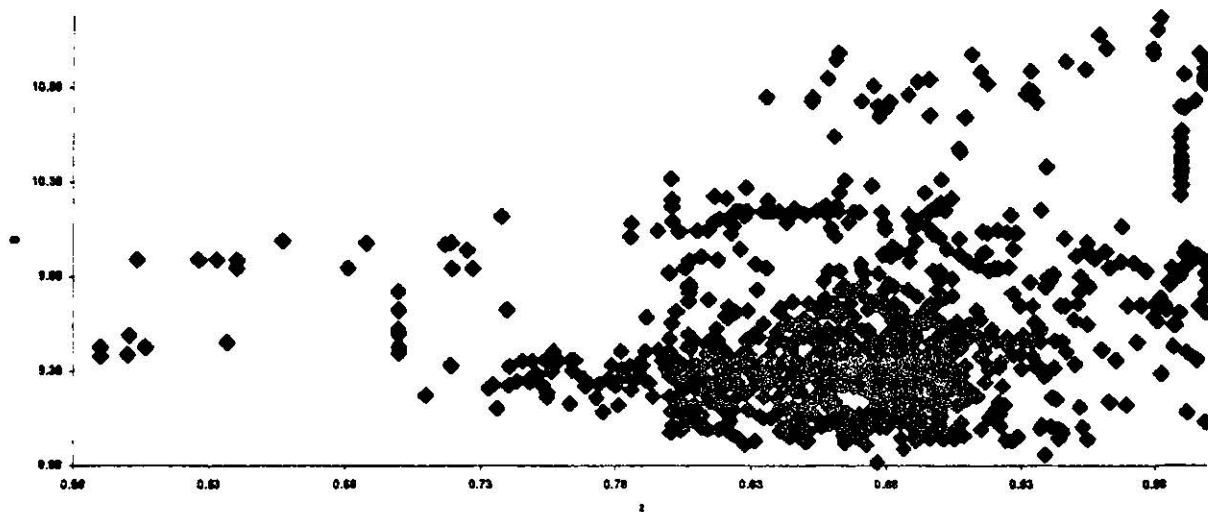
Por tal razón, aunque se mantenga una opinión negativa sobre las situaciones, éstas no serán las mismas como en un primer momento, ocasionando que las respuestas cambien, aunque se siga la misma tendencia, la intensidad cambia. De esta forma se explica, *grosso modo*, la pauta de comportamiento del índice medio de opinión de los técnicos ( $x$ ).

#### 4.3.2. ATRACTOR ( $z, \hat{S}$ )

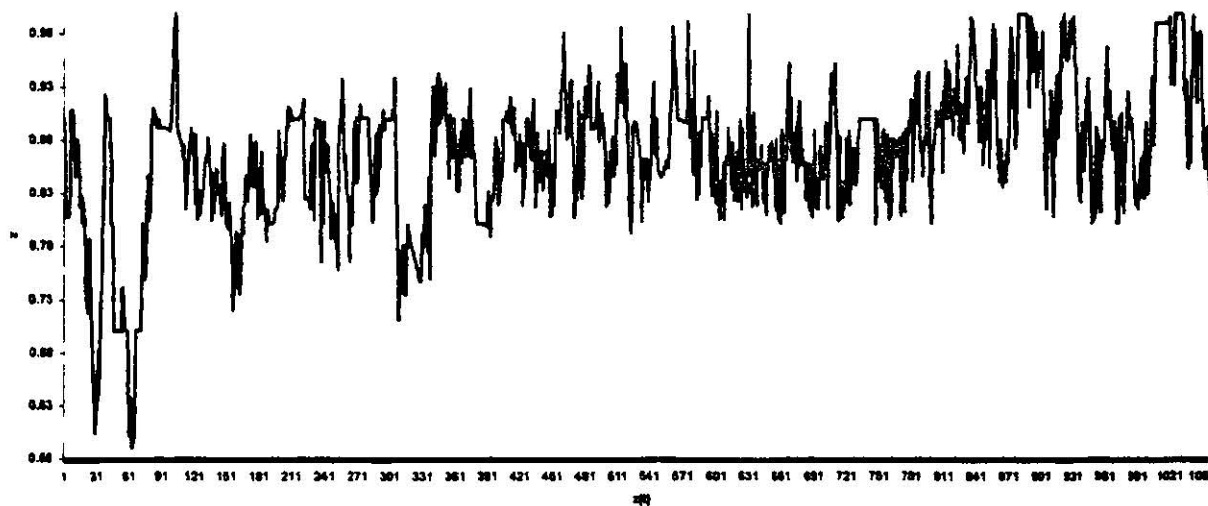
El segundo gráfico derivado del atractor en tres dimensiones, lo muestra la gráfica 15, que presenta al atractor en un espacio de dos dimensiones, considerando a la proporción de técnicos en el mercado,  $z$ , y al tipo de cambio estimado,  $\hat{S}$ .

Al igual que en el caso de  $x$ , la relación de  $\hat{S}$  y  $z$  muestra un comportamiento errático; sin embargo es posible observar un movimiento similar al de  $x$ , aunque menos marcado. Se puede inferir lo mismo, respecto al movimiento de espiral, que en el gráfico de  $x$ , pero debe notarse que, a diferencia de ella, no se muestra una relación tan marcada entre las variables  $z$  y  $\hat{S}$ .

El gráfico 16 muestra que la evolución de  $z$  presenta una tendencia creciente, y aunque presenta periodos de gran inestabilidad, nos hace pensar que la estrategia técnica es la que predomina entre los inversionistas.

Gráfico 15. Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensiones ( $z, \hat{S}$ ).

Tal vez esto se deba a que la estrategia de decisión de los técnicos se basa en predecir la evolución de los precios basándose en su pasado (en nuestro caso en particular, el valor del tipo de cambio futuro dependerá de la evolución del mismo “ $n$ ” periodos hacia atrás). Los técnicos sostienen, en un comprensible intento por justificar el retraso de tiempo, que el mercado “actualiza el futuro”, es decir, que en realidad prevé anticipadamente con éxito cambios en la condición social<sup>26</sup>.

Gráfica 16. Evolución de  $z$  en el tiempo.

En general, los técnicos piensan que los cambios en la oferta y en la demanda pueden anticiparse observando los *charts* e identificando pautas en los movimientos de los precios de los activos, pues suponen que los participantes del mercado suelen comportarse de manera consistente y pronosticable. Hasta el momento no se ha comprobado el valor de

<sup>26</sup> Aunque inicialmente la teoría es atractiva, porque al predecir desarrollos económicos e incluso eventos sociopolíticos el mercado parece sentir los cambios incluso antes de que se produzcan, la idea de que los inversores son clarividentes sigue siendo fantástica (Frost y Prechter, 2002).

predicción del análisis técnico; más aún, es objeto de controversias, ya que la mayoría de los economistas descartan el supuesto de que los participantes del mercado reaccionen de tal manera que ofrezcan sistemáticamente oportunidades de ganancias. Incluso sería lógico suponer que cuando un número suficientemente grande de personas realiza el mismo pronóstico, es imposible superar al mercado<sup>27</sup>.

En cambio, los fundamentalistas basan su estrategia de decisión en el valor real o intrínseco de una acción. Los inversionistas fundamentales estudian la economía en general, las condiciones de la industria, la situación financiera y la administración de determinadas compañías. En su forma más simple, la estrategia del análisis fundamental consiste en que si el precio de la acción está por encima de su valor fundamental, venderán porque esperan que el precio vaya a bajar, mientras que, si por el contrario, el precio de la acción está por abajo de su valor fundamental, comprarán. El valor fundamental se considera como el valor intrínseco de una acción que depende de la situación de la empresa.

Como puede intuirse, y después de haber tratado el punto de las expectativas, las estrategias adoptadas por los inversionistas no se emplean propiamente para solucionar un problema, sino más bien como una alternativa satisfactoria, si llena ciertos criterios mínimos propios de cada inversionista. Es así que las técnicas, lejos de ser investigaciones dirigidas a determinar resultados a largo plazo, se utilizan como retroalimentación inmediata. No se enfocan como objetivos de largo alcance, sino de manera fraccionada. Lo anterior apoya la idea del cambio de estrategias, es decir, pasar de inversionista técnico a fundamental y viceversa, aunque parezca que la estrategia técnica sea la más utilizada. Esto permite explicar las fluctuaciones de inversionistas técnicos en el mercado.

#### 4. 3. 3. ATRACTOR (x, z)

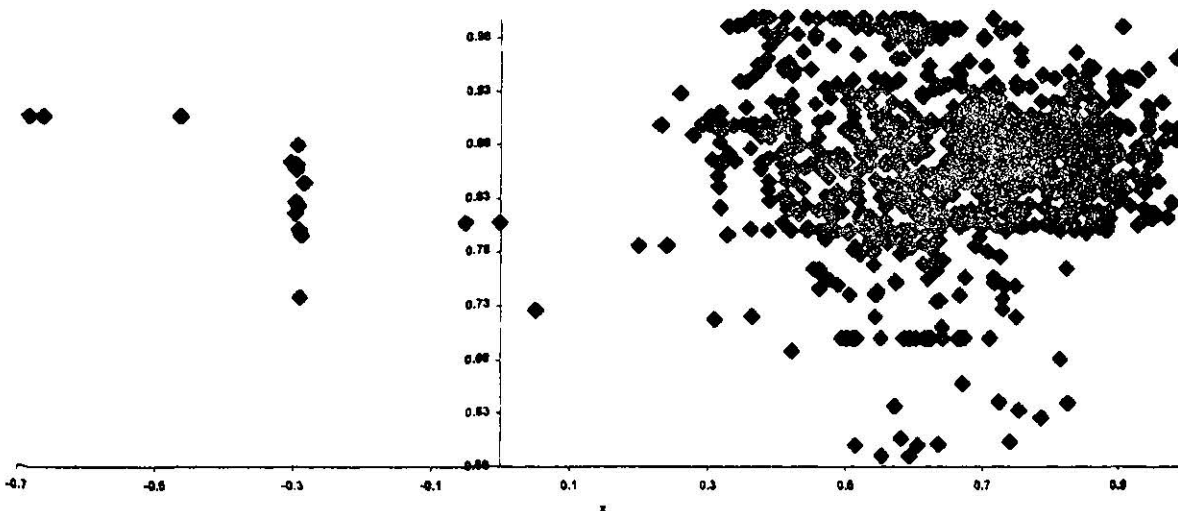
Por último, se presenta el atractor del índice medio de opinión,  $x$ , y la proporción de técnicos,  $z$  en la gráfica 17. Es importante considerar esta relación, pues de los supuestos del modelo, sería lógico pensar que existe una relación inversa entre ellos.

A diferencia de los gráficos precedentes, las variables  $x$  y  $z$  presentan un comportamiento sumamente errático, imposibilitando la mención de algún movimiento subyacente; inclusive, a simple vista, se deja de lado la idea de alguna relación bien definida entre las variables, aventurándonos a decir pueden ser completamente independientes.

Esto no es de esperarse, pues si la variables  $x$  mide el índice medio de opinión entre los técnicos y  $z$  la proporción de éstos en el mercado, entonces cabría esperar que entre mayor sea el índice de opinión entre los técnicos, menor sea la proporción de ellos en el mercado, optando cambiar por la estrategia fundamentalista, pues verían que su pronóstico es mas acertado que el de ellos. Pero la gráfica pareciera indicar que no es así.

<sup>27</sup> No obstante muchos participantes en el mercado cambiario, especialmente los bancos grandes, utilizan el análisis técnico para decisiones a muy corto plazo (Frost y Prechter, 2002; Mansell, 1998).

Gráfico 17. Atractor del tipo de cambio en un espacio de dos dimensiones (x, z).



#### 4. 3. 4. RELACIONES ENTRE VARIABLES (HIPÓTESIS *POST FACTO*)

Ahora se pasará a comprobar si existe relación entre las variables  $\hat{S}$ ,  $x$  y  $z$ . Para corroborar esto, se corrieron regresiones simples con el fin de obtener los valores de las pendientes entre estas tres variables, y se realizan pruebas estadísticas para comprobar que fueran estadísticamente distintas de cero<sup>28</sup>. Se esperaría que existiera una relación negativa entre  $x$  y  $z$ , una relación negativa entre  $x$  y  $\hat{S}$ , y una relación positiva entre  $z$  y  $\hat{S}$ . Los resultados se presentan a continuación en el siguiente cuadro.

Cuadro 8. Pendientes de relación y estadístico  $t$  entre ( $z, x$ ), ( $S, z$ ) y ( $S, x$ ).

RELACIÓN	$z, x$	$\hat{S}, z$	$\hat{S}, x$
PENDIENTES	-0.0006	1.4341	-0.7345
ESTADÍSTICO $t$	0.1074	707.2191	116.1390

Al contrastar los resultados del estadístico contra una  $t$  de *Student* al 95 % de confianza para muestras grandes ( $t = 1.96$ ), encontramos que existe evidencia estadística suficiente para no descartar la existencia de relaciones entre las variables del tipo de cambio ( $\hat{S}$ ) y la proporción de técnicos en el mercado ( $z$ ), y el tipo de cambio y el índice medio de opinión ( $x$ ). Por extraño que parezca, los datos muestran, al igual que la gráfica del atractor, que no existe relación alguna entre la proporción de técnicos en el mercado y el índice medio de opinión, aunque el signo corresponde a lo esperado.

Las dos relaciones anteriores pueden interpretarse como sigue: entre más alto sea el índice medio de opinión entre los técnicos, menor será el valor  $\hat{S}$ ; y entre mayor sea la proporción de técnicos en el mercado ( $z$ ), mayor será el valor de  $\hat{S}$ . La primera relación parece lógica, ya que los técnicos al percibir un ambiente positivo, sin grandes fluctuaciones o riesgos por factores externos o internos, entonces realizarán inversiones en el país, lo que apreciará al

<sup>28</sup> Las ecuaciones de las regresiones se presentan en el Apéndice 11.



tipo de cambio. Pero si los inversionistas perciben un aumento en el riesgo país o esperan que algún acontecimiento considerado adverso este a punto de desatarse, entonces provocarán una salida de divisas hacia lugares más seguros y atractivos, depreciando al tipo de cambio.

La segunda relación no parece tan clara como la primera, pero se desprende del modelo y va acorde con algunas ideas de diversos analistas económicos. Estas ideas son básicamente dos: los inversionistas técnicos son los causantes de la mayor parte de las fluctuaciones más grandes, y que son ellos mismos quienes le dan liquidez al sistema financiero mundial. Esto se debe, principalmente a la forma de realizar el análisis por parte de los inversionistas técnicos y a la evaluación de sus ganancias.

El análisis técnico provee mayor certidumbre para la toma de decisiones que el análisis fundamental, pues los primeros toman valores pasados para poder pronosticar el futuro inmediato, mientras que los fundamentales establecen un tipo de cambio como base para tomar sus decisiones. Y, como lo afirma la regla, no la excepción, pareciera que este primer tipo de enfoque (técnico) es más apropiado para ambientes con alto grado de inestabilidad, como lo es nuestro mercado cambiario (y el mercado cambiario en general), aunque ha presentado periodos de estabilidad. Es por eso que el análisis técnico sería el más utilizado en nuestra economía, por considerarse adecuado.

Ahora, este enfoque castiga más duramente la evaluación de las ganancias que el fundamental<sup>29</sup>, por lo que sería más sensible a las condiciones adversas presentadas en la economía o derivadas (contagiadas) del exterior.

Es por eso que, cuando se percibe que el ambiente es adverso, la probabilidad que un inversionista fundamental cambie a uno técnico aumenta, trayendo como consecuencia un incremento en la proporción de inversionistas técnicos y con ello una mayor salida de capitales, pues el riesgo que ellos perciben no les resulta tolerable. De esta forma, al aumentar la proporción de inversionistas técnicos, se deprecia (aumenta) el tipo de cambio.

Por lo anterior, se esperaba que entre más alto fuera el promedio del índice de opinión ( $x$ ) entre los técnicos, es decir más optimistas, mayor fuera la proporción de fundamentalistas en el mercado. Esto sería así, ya que al no percibir grandes riesgos en el mercado, entonces los inversionistas no considerarían el análisis técnico como adecuado, ya que no se presentan grandes fluctuaciones que hagan peligrar sus ganancias, por lo que utilizarían el análisis fundamental para tomar sus decisiones de inversión. De esta forma, al ser más optimistas los técnicos, mayor será la probabilidad de cambiar de estrategia (de técnica a fundamental), y de esta forma, la proporción de inversionistas fundamentales aumentaría, o bien, la proporción de inversionistas técnicos disminuiría, al aumentar el índice medio de opinión entre los técnicos. Pero la evidencia estadística obtenida no respalda esta relación.

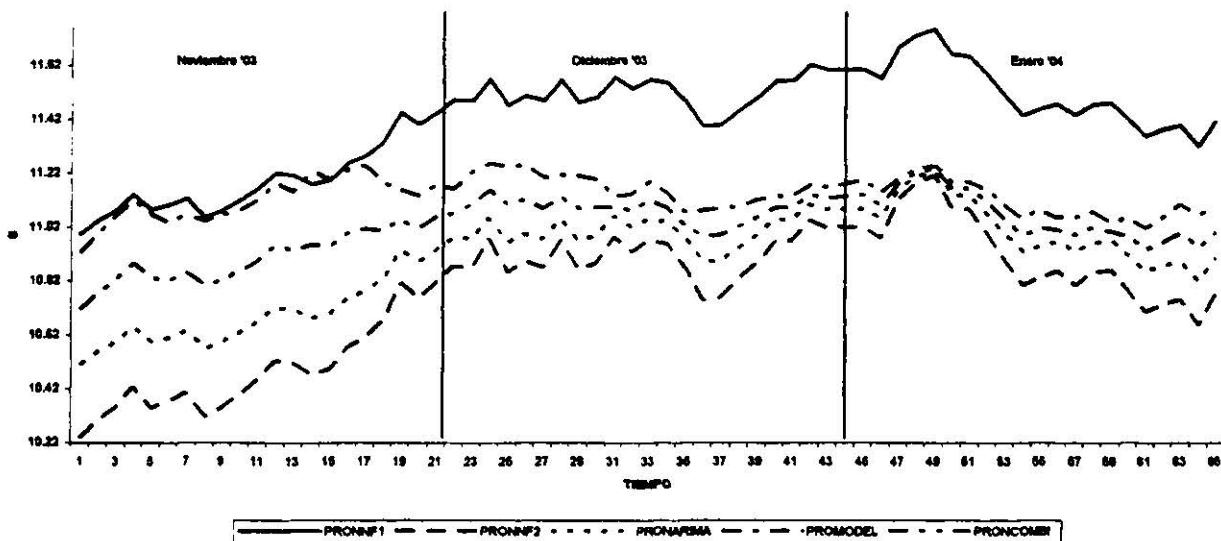
---

<sup>29</sup> Ecuaciones 3.2 y 3.3 del Apéndice 8.

### 4. 3. PRONÓSTICO

Recordemos que la medida de entropía *ex post* nos indica hasta cuanto tiempo podemos pronosticar, con considerable exactitud, al utilizar un modelo que se base en un sistema dinámico caótico. Utilizando la serie estimada del tipo de cambio, obtenemos un coeficiente de entropía igual a  $N = 55.8972$ , es decir, que nuestro modelo es capaz de pronosticar con exactitud aproximadamente 56 días. Esta es una buena medida, ya que el BANXICO considera un periodo de 65 días hábiles, a partir del 3 de noviembre del presente año, en los que llevará a cabo la subasta de 6 millones de dólares diarios (o para efectos del modelo, intervendrá). De esta forma, aunque nuestro modelo debe pronosticar un periodo de 65 días, podemos tener la certeza que en los primeros 56 días el ajuste del modelo será satisfactorio, perdiéndose algo de información, de manera gradual, pasado ese periodo. La gráfica 18 muestra el pronóstico del modelo propuesto y los considerados en el ajuste<sup>30</sup>.

Gráfica 18. Pronóstico para los meses de noviembre y diciembre del 2003, y enero del 2004.



Del cuadro 9, donde se muestra el tipo de cambio promedio para los distintos meses considerados en el pronóstico, podemos decir que sólo el modelo NF2 espera un tipo de cambio menor a los 11 pesos por dólar, mientras que los demás lo sitúan por arriba de ese tope. Sólo el modelo NF1 presenta datos demasiado deprimentes, al situar al tipo de cambio por arriba de los 11.50 pesos por dólar.

Cuadro 9. Tipo de cambio promedio de la serie de pronósticos.

PRONÓSTICO	Noviembre '03	Diciembre '03	Enero '04	Tres meses
NF1	11.1765	11.5154	11.5202	11.4127
NF2	10.4711	10.9044	10.9105	10.7731
ARIMA	10.6827	11.0012	11.0057	10.9047
MODELO	11.1145	11.1662	11.1179	11.1339
COMBINADO	10.8986	11.0837	11.0618	11.0193

<sup>30</sup> Las ecuaciones de los modelos a estimar se presentan en el Apéndice 12.

Por los resultados anteriores, podemos inclinarnos a creer que el tipo de cambio se mantendrá por arriba de los 11 pesos por dólar, como lo ha venido haciendo durante el mes de octubre<sup>31</sup>.

---

<sup>31</sup> Los pronósticos de los modelos considerados se presentan en el Apéndice 14.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

*“... no dudo que el tiempo, que continúa siendo el padre de las verdades futuras y que nos ha revelado muchas cosas que nuestros antepasados ignoraban, también manifestará a nuestros sucesores lo que nosotros ahora deseamos saber y no podemos.”*

John Wilkins,  
*El descubrimiento de un mundo en la Luna, 1638*<sup>32</sup>

El estudio de sistemas caóticos, ya sean naturales o sociales, se encuentra en pañales. No obstante, podemos estar convencidos de que el mundo está repleto de ellos; sistemas que forman estructuras no sólo como mera respuesta a *inputs* externos sino también, y en primer lugar, como respuestas a su propia lógica interna. Si el tiempo meteorológico global es un sistema caótico, como lo mostró Edward Lorenz, la economía global lo tendría que ser también.

A este respecto, y considerando el caso específico de los mercados de divisas, cabe incluso interpretar o deducir que, contrariamente a lo que puede pensarse y habitualmente se mantiene, la existencia del caos en la serie temporal estudiada, el tipo de cambio fix diario peso/dólar, abre mayores posibilidades para un mejor conocimiento de su evolución, que si se tratase de una serie estricta o auténticamente estocástica. Obviamente esto es así, si se entiende y acepta el contenido y el significado del caos.

### 5. 1. CONCLUSIONES GENERALES DE LAS TÉCNICAS PARA DETECTAR CAOS

El primer capítulo de esta Tesis se dedicó exclusivamente a detallar la teoría del caos, a partir de la cual surge la dinámica caótica. Al explicar su desarrollo y la intuición detrás de este concepto, se facilita la comprensión de la metodología presentada en el capítulo dos, así como la interpretación de sus resultados.

Es por eso que para probar nuestra primer hipótesis, la existencia de comportamiento caótico en la serie del tipo de cambio fix diario, en el capítulo dos se presentaron formalmente las técnicas de detección del caos, cuidando de ser lo más explícitos posible, para evitar confusiones y con ello malinterpretar resultados; por otro lado, también se propusieron medidas alternativas para corroborar los resultados de las pruebas, siempre que las mismas lo hicieran posible, de esta forma se podría tener una mayor certitud sobre los resultados de las pruebas mencionadas.

Es así como nuestra sospecha sobre la presencia de comportamiento caótico en la serie del tipo de cambio fix peso/dólar, en su periodicidad diaria, fue satisfactoriamente confirmada. Y decimos *“satisfactoriamente”*, porque solo una de las pruebas, el test *R/S*, no fue

<sup>32</sup> Citado por Carl Sagan, 2001.

plenamente concluyente, pues al aplicársele una prueba estadística para corroborar sus resultados, se encontró que no era estadísticamente diferente a 0.5, valor que representa nuestro criterio de decisión sobre la existencia de memoria o no en la serie, según la metodología empleada.

A parte de realizar las pruebas de detección del caos, creímos conveniente estimar el coeficiente de entropía. La importancia del coeficiente en este tipo de sistemas radica en dos importantes implicaciones: Primero, el coeficiente calculado de manera *ex ante* permite aconsejarnos sobre la manera de realizar el ajuste del modelo. Calculado de esta manera, el coeficiente nos indica que las estimaciones para ajustar el modelo deben ser mes a mes, pudiendo pronosticar con precisión, utilizando la serie del tipo de cambio observado, un periodo de 25 días; Segundo, el coeficiente calculado de manera *ex post* nos indica el límite de tiempo al cual podemos pronosticar el tipo de cambio, utilizando solamente nuestro modelo. Dicho cálculo menciona que el modelo puede pronosticar, prácticamente, con precisión, un periodo menor a 60 días, es decir, sólo tres meses.

Esto nos indica que el modelo es plenamente de corto plazo, lo que vendría siendo un complemento a aquellos modelos basados en la tradicional teoría monetarista, que han demostrado ser sumamente precisos en el largo plazo.

Como indicamos al principio de la Tesis, la existencia de caos en la serie no debe ser considerada como algo deseable y mucho menos, por lo que los resultados expuestos anteriormente no deben ser interpretados como éxitos o fracasos de las políticas monetarias implementadas por el BANXICO. Lo que se propone que se haga, es tomar en cuenta dicho comportamiento para poder adecuarlos, en un futuro, en modelos de pronóstico del tipo de cambio, con el fin de disminuir incertidumbres.

## 5. 2. CONCLUSIONES GENERALES SOBRE LA APLICACIÓN DEL MODELO

Tomando en cuenta la existencia de comportamiento caótico en el mercado cambiario, se procedió a desarrollar un modelo que contemplara lo anterior. Antes de realizar la prueba de fuego (realizar un pronóstico para los meses de Noviembre y Diciembre del 2003 y Enero del 2004), se procedió a contrastar la bondad de ajuste del modelo, frente a otros modelos que figuran en libros de texto especializados en pronósticos. Los modelos utilizados fueron el NF1, NF2, ARIMA (1, 1, 1) y una combinación de los modelos ARIMA y el nuestro, ya que esta combinación representaba un menor costo en cuanto a MSE se refiere.

A pesar de lo (probablemente) complicado del modelo, y de la manera (inusual) de resolverlo, nuestro modelo logra posicionarse como una opción aceptable de pronóstico, aunque en algunos casos el modelo ARIMA pareciera una mejor alternativa, pero esta ventaja no es tan superior. La verdadera prueba de fuego se presenta al final, al realizar un pronóstico para los meses de Noviembre y Diciembre del 2003 y Enero del 2004. De esta forma, al contrastar los resultados obtenidos (estimados) por todos los modelos, contra los reportados (observados) por el BANXICO, podremos evaluar, de forma imparcial, la aceptabilidad del modelo.

Cabe mencionar que la mayoría de los modelos pronostican un tipo de cambio promedio para los tres meses mayor a los 11 pesos por dólar. De ser esto así, parecería ser que la medida del BANXICO de subastar 6 millones de dólares diarios durante los tres meses pronosticados, no ayudaría al peso a ganarle terreno al dólar. Aunque se debe tomar en cuenta que estos meses son especiales en si mismos, pues es el fin de año y el comienzo de otro, por lo que podríamos esperar un aumento en la demanda de dólares por cuestiones estacionales. Por otra parte, en esos meses se comienzan a vencer los contratos de energéticos como el gas, por lo que existe la posibilidad de que esto también presione al alza al tipo de cambio. Además, aún se tiene incertidumbre sobre cuestiones de reformas fundamentales y sobre la elección de nuevo gobernador del BANXICO. Por todo lo anterior, cabe la posibilidad de que el tipo de cambio no baje de los 11 pesos por dólar.

En cuanto al resto de las hipótesis *post facto* podemos estar convencidos de que las relaciones son robustas. Los movimientos del tipo de cambio se deberán a los cambios en la percepción del mercado y a la forma en que se configure el mismo. Con respecto a la supuesta nula relación entre percepción del mercado y su configuración, podemos decir que aunque el signo que se obtiene es el esperado, la evidencia estadística no avala lo anterior. Esto se puede deber a que la decisión entre ser técnico o fundamentalista radica primordialmente, en la diferencia de las ganancias obtenidas por cada tipo de estrategia y no de sus percepciones del mercado.

### 5. 3. CONSIDERACIONES FINALES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

¿Y qué tiene de bueno el concepto de economía dinámica caótica? Pensamos que cualquier cosa que nos obligue a replantearnos nuestra manera de concebir la ciencia económica, tiene forzosamente una pertinencia práctica. Podemos estar seguros de que los sistemas económicos caóticos tienen varios mensajes útiles para los hacedores de políticas. Nos podemos imaginar más o menos el uso que podrían tener estos tipos de modelos como herramientas de planeación de políticas monetarias.

Primero, la interdependencia entre varios actores o agentes puede crear múltiples tipos de conductas internas agregadas consistentes. Como resultado de lo anterior, el ambiente económico puede llegar a ser una colección indeseable de puntos estáticos. Segundo, las consecuencias de las políticas dependerán críticamente de la naturaleza de las interdependencias. En particular, los efectos de diferentes políticas pueden ser altamente no-lineales, convirtiendo a la historia en una pobre guía para evaluar la efectividad de las políticas.

Pero no nos engañemos, podemos imaginar todavía lo útiles que podrían resultar en el campo de la especulación. Si algo como este modelo de pronóstico resulta ser realmente útil a la hora de analizar las fluctuaciones económicas, podría resultar útil también para la toma de decisiones y, principalmente, para hacer predicciones.

Pero sabemos que no hay panaceas en nuestra ciencia. Muestra de ello es nuestra rica historia del pensamiento económico, que muestra la inquietud de nuestro espíritu al intentar

responder de una vez por todas las preguntas básicas de la economía<sup>33</sup>. Y aunque nuestras investigaciones se vean limitadas por la imposibilidad de experimentar directamente, no debemos olvidar lo mencionado por Friedman, al decir que "...la cuestión de si una teoría es bastante realista sólo puede resolverse comprobando si sus predicciones son bastantes buenas para el propósito que se persigue."<sup>34</sup>

Es por eso que, aunque nuestro modelo de pronóstico tiene como limitantes el periodo de confiabilidad del pronóstico, limitante propia de la naturaleza del modelo; y la estimación de los parámetros, debido a la carencia de datos disponibles e inexistencia de algunos de ellos; es susceptible a futuras modificaciones con miras de ajustar mejor el modelo y, sobre todo, simplificarlo. Pero de lo que sí estamos seguros es que la hipótesis de existencia de comportamiento caótico presente en la serie de tiempo estudiada, no cambia.

Estudios futuros podrían utilizar esta metodología para comprobar si el comportamiento caótico del mercado cambiario es invariable de la periodicidad con la que se estudie, o del régimen cambiario que se aplique<sup>35</sup>. E inclusive, se podría realizar una comparación entre las diferentes modalidades del tipo de cambio, y si se quiere ir más allá, realizar comparaciones entre países, para mostrar cual país o conjunto de países presenta una mayor susceptibilidad a este tipo de conductas y, quien sabe, tal vez generar leyes y teorías de carácter general y no solo particular.

Debemos tener cuidado en la utilización de los conceptos, y especialmente las técnicas, relacionados al caos. Debemos tener plena conciencia de esta nueva teoría para evitar parecer superfluos al incorporar este tipo de nuevas ideas en la investigación económica. Por este motivo, se decidió ser un poco extensos a lo que la metodología se refiere, sin dejar de lado el bagaje filosófico que hay detrás de ello.

Por consiguiente, el estudioso e interesado por estos temas, que haya tenido la paciencia de concluir esta lectura, habrá podido comprobar el *mélange* legítimo de Economía, Matemáticas, Estadística, Metodología y Filosofía de la Ciencia, y algo de Física. Creemos, al igual que Keynes en su definición de economista presentada al principio de la tesis, que ningún economista solvente puede carecer de los conocimientos básicos y necesarios contenidos en las cuatro primeras ramas del saber y, por supuesto, nada le impide que posea el suficiente en el campo específico de la última, es decir, de la Física.

Tengamos en mente que hacemos importante a nuestra ciencia gracias al valor de nuestras preguntas, y a la profundidad de nuestras respuestas.

<sup>33</sup> ¿Qué producir?, ¿para quién producir?, ¿cómo producir?

<sup>34</sup> Tomado de Fernández Díaz *et al*, 2002.

<sup>35</sup> Para darnos un ejemplo de nuestra rica experiencia en regimenes cambiarios, consúltese el Apéndice 13.

## APÉNDICES

### A. 1. EL MERCADO CAMBIARIO EN MÉXICO. CARACTERÍSTICAS GENERALES

Al igual que los mercados cambiarios de Hong Kong, Londres o Nueva York, el mercado de cambios mexicano es parte integral del mercado internacional ya que es descentralizado, continuo y electrónico. No obstante, el mercado cambiario en México, al igual que la participación mexicana en este mercado, tiene varias características especiales:

- La mayor parte de las operaciones se realizan en el mercado del peso/dólar, con mínimas actividades en el mercado de divisas ajenas al dólar.
- La prohibición de liquidar transacciones en pesos fuera de México ha dividido las operaciones del peso contra divisas diferentes al dólar en dos partes: peso/dólar y dólar/otra moneda.
- En el pasado, existía un mercado cambiario dual peso/dólar, el mercado controlado y el libre, los cuales fueron unificados.
- El mercado peso/dólar maneja un concepto distinto de mercado al contado y mercado adelantado al que impera en los mercados cambiarios internacionales. Además, cuenta con un original Mercado de Coberturas Cambiarias de Corto Plazo.
- El mercado de cambios mexicano tiene una estructura institucional característica de México, donde los bancos y las casas de cambio desempeñan papeles específicos en el mercado.

En la actualidad, el mercado del peso/dólar abre a las 9:00 y cierra a las 13:30 horas. Las centrales de cambios de los bancos mexicanos y las casas de cambio pueden realizar operaciones en el mercado cambiario internacional de otras monedas ajenas al peso a cualquier hora. Sin embargo, los bancos y casas de cambio mexicanos por lo general también cierran sus operaciones ajenas al dólar a las 13:30 horas. Los participantes en el mercado de cambios son los mismos que en el mercado cambiario internacional. No obstante, los arreglos institucionales para los bancos comerciales y casas de cambio en el mercado cambiario mexicano tienen ciertas características únicas<sup>1</sup>.

El Banco de México (BANXICO), junto con la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y la Comisión Nacional Bancaria regulan y supervisan el mercado mexicano de divisas. En su capacidad de banco central y autoridad monetaria, el BANXICO participa en el mercado cambiario de todas las monedas clave, tanto para diversificar su propia cartera como para satisfacer los requisitos del gobierno y, más importante aún, para instrumentar la política cambiaria. En ese orden de ideas, el BANXICO desempeña un papel similar al de los bancos centrales en otros países. También ha

---

<sup>1</sup> **BANCOS COMERCIALES.**- Si bien la central de cambios opera en el nivel de mayoreo, muchos bancos comerciales en México cuentan con sus propias casas de cambio para operaciones al mayoreo y al menudeo. Actualmente, los bancos comerciales mexicanos pueden efectuar transacciones en dólares en todas sus sucursales. Las sucursales efectúan principalmente operaciones al menudeo en billetes, cheques de viajero, giros y transferencias. Por lo general, cada banco comercial cuenta con una sucursal que puede efectuar operaciones cambiarias en las distintas regiones bancarias, las cuales, a grandes rasgos, corresponden a los diversos estados. El mayor número de sucursales se concentra en las regiones metropolitanas más importantes.

**CASAS DE CAMBIO.**- Estas instituciones se clasifican conforme a dos factores: *i*) operaciones que las caracterizan (mayoreo y menudeo), y *ii*) forma de propiedad, por ejemplo, casas de cambio bancarias, independientes o bursátiles.

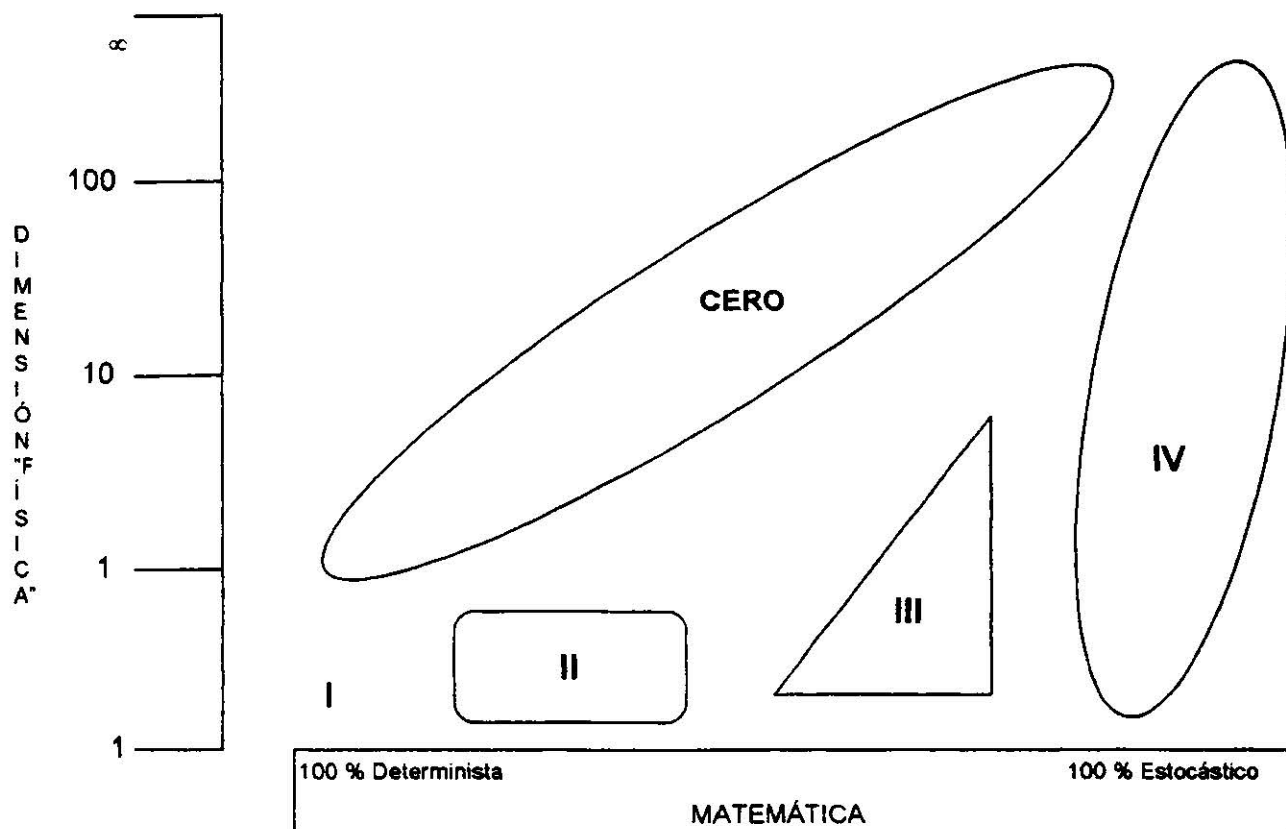


desempeñado un papel clave en el establecimiento del tipo de cambio: en el pasado ha intervenido en la compra de dólares con pesos y la venta de dólares por pesos, cuando la oferta y la demanda de dólares no se equilibraban al tipo de cambio deseado.

## A. 2. JERARQUÍA DE LOS SISTEMAS DINÁMICOS

Aunque podríamos pensar que una característica más de un sistema dinámico caótico es la no-linealidad de las ecuaciones del sistema, actualmente muchos investigadores han encontrado conductas caóticas en sistemas matemáticos simples. Esto lleva a esquematizar los sistemas dinámicos para poder clasificarlos, y de esta forma estudiarlos sin miedos al equívoco. Existen cinco tipos en la Jerarquía de los Sistemas Dinámicos, llamados Tipo Cero, Tipo I, Tipo II, Tipo III y Tipo IV. Se mencionarán brevemente, con el fin de ubicar al lector en el tipo de sistema dinámico que nos ocupa. La gráfica A. 1 ayuda a entender mejor lo explicado.

**Gráfica A. 1.** Representación esquemática de la Jerarquía de los Sistemas Dinámicos.



Fuente: Morrison. 1991.

- Tipo Cero.** No es dinámica, estrictamente hablando. Este estado permanece sin cambio, y son los más utilizados.
- Tipo I.** Comprende los sistemas solucionables. De acuerdo a la teoría matemática, todas las ecuaciones diferenciales tienen soluciones que pueden ser construidas. Por "solucionables" se entiende que sus soluciones pueden ser expresadas en diferentes maneras. Se refieren básicamente a los problemas "del libro de texto".

- c) **Tipo II.** Problemas que pueden ser resueltos por técnicas de perturbación. En la práctica esto significa que usualmente las soluciones aproximadas pueden ser construidas por procesos limitados que envuelven “pequeños” parámetros.
- d) **Tipo III.** Sistemas que tienen soluciones caóticas. Una trayectoria típica puede presentar un comportamiento normal y entonces sufrir inesperadamente un cambio de curso.
- e) **Tipo IV.** Sistemas que son “aleatorios” Una ruleta es un buen ejemplo. Estos sistemas han sido tratados exitosamente por técnicas estadísticas.

Muchos sistemas clásicos de ecuaciones diferenciales y en diferencias exhibirán diferentes tipos de comportamiento cuando un parámetro sea variado de cero a un valor de uno o más grande. En algunos casos estos pueden representar posibles tipos de conducta sistemática actual; en otros serán solamente posibilidades matemáticas.

Como puede deducirse de lo expuesto anteriormente los sistemas caóticos comprenden la transición entre sistemas solucionables y cuasi-solucionables y aquellos que son completamente estocásticos o aleatorios.

### A. 3. EL LUGAR DEL CAOS EN LA HISTORIA ECONÓMICA

El esquema del cuadro A.1 pretende ubicar el desarrollo de la economía caótica, dentro de las escuelas de pensamiento.

**Cuadro A. 1.** Evolución de las principales escuelas de pensamiento económico (1500-1997)

<i>Mercantilismo</i>	1500	Petty (1675)	Diversas corrientes Escasa sistematización
<i>Fisiocracia</i>	1750	Quesnay (1758)	Algunos principios
<i>Clásica</i>		Smith (1776)	Enfoque global
	1870	Ricardo (1817)	Armonía limitada y parcial del orden natural
<i>Neoclásica</i>		Malthus (1820)	
	1930	Menger (1875)	Determinismo mecanicista
		Walras (1874)	Teoría General como puente entre micro- macro
		Pareto (1906)	Análisis estático
<i>Keynesianismo Síntesis N-K</i>	1974	Marshall (1890)	
<i>Post-keynesianismo</i>		Keynes (1936)	Incertidumbre sicologismo
		Hicks-Hansen (1938-1953)	desequilibrio macroeconomía
		Sraffa (1960)	estática comparativa
		Kalecki (1938-1954)	
	J. Robinson (1962)		
	Pasinetti (1974)		
<i>Monetarismo Equilibrio General</i>		Friedman (1953)	Equilibrio automatismo
		Phelps (1967)	Desarrollo TEG
		Arrow (1954) (1971)	

		Debreu (1959) Hahn (1971)	Teoremas puntos fijos agotamiento progresivo
<i>Teoría de los Desequilibrios</i>		Malinvand (1977, 1980) Benassy (1984)	Equilibrio no-walrasiano (síntesis)
<i>Nueva Macroeconomía Clásica y Teoría del Ciclo Real</i>		Lucas, Barro (1981- 1986) MacCallum (1986) Kydland-Prescott (1986)	Determinismo reduccionista agente representativo
<i>Nueva Economía Keynesiana</i>		Blanchard (1989) Mankiw (1991)	Fundamentación micro fallos del mercado
<i>Juegos Dinámicos</i>		Kreps (1990) Gibbons (1992)	Nuevos desarrollos
<i>Dinámica Caótica y Campos Afines</i>		Goodwin (1990) Arrow (1988) Grandmont (1985) Romer, P. (1986, 1990) Lorenz (H. W.) (1989) Day (1994) Simon (1996) Krugman (1996)	No-equilibrio y no- linealidad endogeneidad sistemas jerárquicos y complejidad  autoorganización
	1997		

(Conclusión) Fuente: Ekelund *et al*, 1998; Fernández Diaz, 2000.

Como podemos observar, el último bloque del esquema constituye un núcleo de pensamiento en torno a la dinámica caótica, que va de las conocidas obras de Richard Goodwin y Keneth Arrow hasta las aportaciones más recientes de Paul Krugman, jugando un papel decisivo en esta materia el trabajo interdisciplinario que desarrolla el Santa Fe Institute.

#### **A. 4. ECONOMÍA CAÓTICA ; HACIA UN NUEVO PARADIGMA?**

La economía es una ciencia finalista que parte del conocimiento de una realidad preexistente que resulta insatisfactoria, así como de la voluntad de modificar dicha realidad. Su carácter de “ciencia-problema” es evidente y de ahí también su naturaleza eminentemente teleológica.

En la Ciencia Económica ha prevalecido un determinismo mecanicista o reduccionista, asumiendo que el equilibrio constituye el estado normal y no la excepción. La situación se radicaliza a partir de los años ochenta de la mano de la Nueva Macroeconomía Clásica y de la Teoría del Ciclo Real, en las que la introducción del “agente representativo”, con todas sus “virtudes” nos aleja aún más de la realidad compleja. Y no cabe argumentar que se admite la incertidumbre y que se construyen modelos de optimización intertemporal en tiempo continuo bajo condiciones estocásticas, porque ello no afecta de forma relevante a la concepción determinista del fenómeno económico y de la estructura y relaciones que lo definen y fundamentan. Dicho de otro modo, no es suficiente añadir a la conducta de Robinson Crusoe la posibilidad, por ejemplo, de que la evolución de la productividad sea considerada como una variable aleatoria con determinadas características.

Entonces ¿por qué una ciencia como la Física, que es tan rigurosa, asume la indeterminación y en cambio la Economía no lo hace? La explicación, quizás, se deba a un problema de escalas, como lo explicaremos a continuación. En los niveles “meso” y “macro” la Economía, como sistema finito, puede presentar “aparentemente” un comportamiento determinista debido a la posibilidad de realizar predicciones, pero sería un craso error identificar una cosa con otra pues, como hemos mencionado anteriormente, podemos encontrarnos con comportamientos irregulares e impredecibles que en el fondo esconden leyes deterministas.

Es así que a simple vista, la idea del orden a partir del desorden puede parecer contradictoria, e incluso un atentado contra la “teoría del conocimiento”; pero en realidad, puede servir como base o cuña entre dos posiciones aparentemente irreconciliables: el determinismo y el indeterminismo.

Supongamos lo siguiente: dado un sistema determinista en el que expresamos con  $S$  el espacio de todas las posibles trayectorias, y con  $s: S \rightarrow T$  las funciones, es preciso cumplir, las dos condiciones siguientes si queremos realizar predicciones:

- a) Debemos ser capaces de calcular la función que permite determinar el estado futuro  $s(t)$  a partir de la situación en el momento inicial  $s(t_0)$ .
- b) Deberemos, asimismo, estar en condiciones de medir el estado inicial del sistema con la precisión suficiente como para garantizar que los errores de las predicciones sean mínimos.

De ello se derivan, como lo puede intuir el lector, dos nociones de impredecibilidad ligados respectivamente, al grado de fiabilidad de las mediciones y a la sensibilidad respecto a las condiciones iniciales. Esta segunda característica o exigencia constituye, sin duda alguna, la marca de la dinámica caótica.

Evidentemente existe una conexión entre la impredecibilidad, entendida en términos de complejidad algorítmica, y el caos, entendido en términos de dependencia sensible de las condiciones iniciales. En algunos trabajos se ha pretendido demostrar de forma rigurosa que ambos enfoques o componentes no son sino caras de la misma moneda.

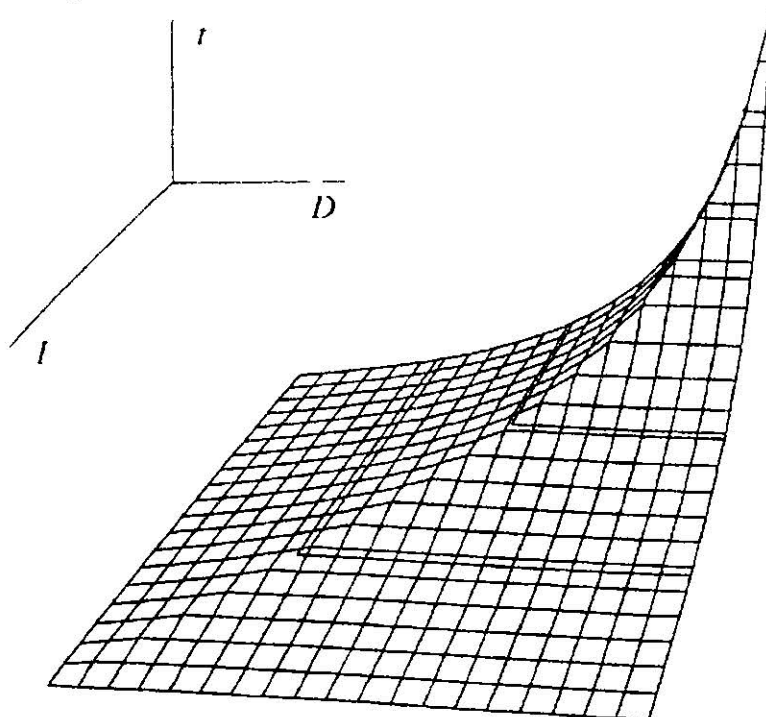
De una forma más precisa podrían establecerse las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de caos, considerando conjuntamente la impredecibilidad, la divergencia exponencial de las trayectorias, así como la permanencia de las mismas en una región finita del espacio  $S$ , aunque ello podría provocar algunos problemas de incompatibilidad.

Todo esto nos lleva, sin más dilaciones, a poner de relieve como característica de los sistemas caóticos el hecho de que son deterministas, pero se comportan como si no lo fueran. A corto y mediano plazos podríamos hablar, de forma general en los campos de la ciencia, de indeterminismo, en tanto que a largo plazo puede hablarse de determinismo. Se trataría entonces de un planteamiento a escala: macroscópicamente deterministas y microscópicamente indeterministas. De esto se deriva que puede darse o contemplarse de manera simultánea el indeterminismo y el determinismo en el mismo fenómeno.

Lo anterior, sin duda, vendría a romper nuestros esquemas. Sin embargo, hay que reconocer que la Ciencia trata siempre de descubrir el orden oculto de la Naturaleza y que sin esta paradójica composición de lugar no podría explicarse los fenómenos de turbulencia, los cambios climáticos o las fluctuaciones en los mercados cambiarios, tema que nos ocupa. Detengámonos un momento en este último caso. Se trata de un ejemplo típico en el que la aparente aleatoriedad en las series temporales puede deberse al comportamiento caótico de un sistema no-lineal, pero determinista, que permite llevar a cabo predicciones a corto plazo más precisas que las que podrían realizarse con modelos estocásticos lineales.

Esta dualidad determinista-indeterminista del fenómeno nos permite pensar en una relación de complementariedad no estricta entre ambos conceptos en el sentido que de una forma gráfica, y tan sólo a efectos ilustrativos, exponemos en la gráfica A. 2.

**Gráfica A. 2.** Representación tridimensional sobre el caos. Los ejes representan I = indeterminismo, D = Determinismo, t = tiempo.



**Fuente:** Fernández Díaz, 2000.

Como podemos observar, se comprueba que, para cualquier punto de la superficie, el valor concreto en el eje temporal está dosificando la mezcla de determinismo e indeterminismo. Sabiendo, como ya hemos dicho, que determinismo no implica forzosamente predicibilidad, y en la medida en que el grado de indeterminación se deba a la no-linealidad, a la fuerte dependencia de pequeñas variaciones en los valores iniciales y, en general, a las condiciones que caracterizan el fenómeno como algo más que puramente aleatorio, podemos considerar efectivamente que nuestra superficie representa el lugar geométrico de un conjunto de puntos en el espacio con diferentes graduaciones de caos. En fin, parece ser que el caos no es tan caótico. Tiene cierta regularidad y orden.

Por consiguiente, el pensar en el caos como una nueva forma de ver y pensar debe impulsarnos a considerar el principio de una nueva rama de la Economía, y no sólo considerarla como un conjunto de modelos o técnicas matemáticamente elegantes y filosóficamente sofisticados. Además, no rompe con la tradicional manera de pensar, sino que más bien la complementa.

La naturaleza no-lineal de la mayor parte de los fenómenos económicos, su extrema dependencia de pequeñas variaciones de los valores iniciales, su habitual ubicación lejos o fuera del equilibrio, así como sus innumerables efectos multiplicadores y comportamientos emergentes, permiten “amortizar” rápidamente el nuevo acervo teórico mostrado, garantizando la utilidad y pertinencia del mismo. Claro, no pensamos que el caos sea la panacea, pero definitivamente puede ayudarnos a comprender mejor el por qué de los fenómenos económicos.

### **A. 5. EL MOVIMIENTO BROWNIANO**

En el estudio de los mercados de capitales, una de las teorías que ha tenido más aceptación y que ha suscitado mayor número de estudios es la del movimiento browniano. El movimiento browniano consiste en lo siguiente: una partícula de materia sólida dentro de un líquido se mueve debido al

impacto de otras partículas, de forma que el movimiento de dicha partícula no sigue una pauta fija, sino que es aleatorio. Como es de suponerse, en el movimiento browniano no existe relación entre los desplazamientos de la partícula en los distintos momentos del tiempo.

El movimiento browniano es importante por varias razones, las principales son:

- 1) Numerosos funcionales de los procesos, tales como las distribuciones de primer paso de tiempo, pueden ser calculadas explícitamente.
- 2) El movimiento browniano es el análogo en el tiempo continuo de las sumas de variables aleatorias independientes por el principio de invarianza<sup>2</sup>.
- 3) El movimiento browniano es el ejemplo central de un tiempo-continuo o proceso de Markov camino-continuo (un proceso de difusión). Un proceso arbitrario de difusión unidimensional puede ser construido de un movimiento browniano por transformaciones homeomórficas en el estado especial más una reescala arbitraria temporal.

En 1923, Wiener introdujo el concepto de función aleatoria para un movimiento browniano. Si consideramos un proceso aleatorio gaussiano normalizado  $\{\xi\}$ <sup>3</sup>, el incremento en la posición de una partícula browniana es:

$$X(t) - X(t_0) \rightarrow \xi |t - t_0|^H \quad \text{con } H = 0.5$$

es decir, que si se quiere conocer la posición de una partícula en un momento  $t$ , sabiendo la posición en un punto de referencia  $t_0$ , se elige un número aleatorio  $\xi$  que siga una distribución gaussiana, se multiplica por  $|t - t_0|^{0.5}$  y se añade este resultado a la posición en  $t_0$  que es  $X(t_0)$ .

Una generalización de la función aleatoria anterior es el movimiento browniano fraccional introducido por Mandelbrot y Van Ness (1968) y Mandelbrot (1982), que consiste en considerar la función aleatoria anterior en la que el exponente  $H$  puede tomar cualquier valor del intervalo  $(0,1)$ . A esta función se le denomina  $B_H(t)$ . La función aleatoria definida de esta forma tiene media 0 y varianza proporcional a  $|t - t_0|^{2H}$ . Para el caso particular de  $H = 0.5$  la función aleatoria corresponde al movimiento browniano ordinario.

El movimiento browniano fraccional tiene como característica que sus correlaciones a largo plazo son infinitas, es decir, que los incrementos del pasado están correlacionados con los del futuro. Sabemos que cuando una partícula pasa de  $-t$  a 0 se ha producido una variación medida por  $B_H(0) - B_H(-t)$  y cuando pasa de 0 a  $t$  la variación es  $B_H(t) - B_H(0)$ . Si establecemos  $B_H(0) = 0$  la correlación entre los incrementos futuros y pasados de  $B_H(t)$  se puede calcular según:

<sup>2</sup> Si  $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$  es una suma de variables aleatorias idéntica e independientemente distribuidas, y  $\{\xi_i\}$  tiene media cero y varianza unitaria, entonces para  $n \rightarrow \infty$ , el proceso  $B_n(t) = n^{-1/2} S_{[nt]}$  converge débilmente en la función especial apropiada de un movimiento browniano estándar [29].

<sup>3</sup> Consideremos un proceso estocástico  $\{X(t)\}$  con la propiedad de que para un conjunto arbitrario de  $n$  instantes  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  la distribución conjunta de  $X(t_r)$ ,  $r = 1, 2, \dots, n$ , es una normal  $n$ -variante. Entonces el proceso se denomina *gaussiano*. Si, además, para cualquier conjunto finito de instantes  $\{t_r\}$ ,  $r = 1, 2, \dots$  las variables aleatorias son mutuamente independientes y  $X(t)$  tiene distribución normal para todo  $t$ , entonces se denomina *proceso gaussiano puramente aleatorio*.

$$C(t) = \frac{\text{Cov}(-B_H(-t), B_H(t))}{\text{Var}(B_H(t))} = 2(2^{2H-1} - 1)$$

Para el caso particular de  $H = 1/2$ , es decir, cuando estamos ante un movimiento browniano ordinario, la correlación es igual a 0. Si  $H > 1/2$ , la correlación es positiva y el proceso se puede calificar de persistente, es decir, que si en el pasado tuvimos incrementos positivos, lo más probable es que se produzcan también incrementos positivos en el futuro<sup>4</sup>. Si por el contrario  $H < 1/2$ , la correlación es negativa, lo que indica que el proceso es antipersistente, es decir, una tendencia creciente en el pasado implica probablemente una tendencia decreciente en el futuro y viceversa.

## A. 6. EL CAOS

Cuando se estudia un sistema dinámico es posible encontrar un comportamiento regular y periódico que puede inesperadamente convertirse en irregular y turbulento sin razón aparente.

El caos puede reunir estos dos tipos de comportamientos dentro de un sistema determinista, afirmándose, en general, que un sistema es caótico si presenta las siguientes características:

- a) **Dependencia de las condiciones iniciales.** Se dice que una función  $f$  tiene dependencia de las condiciones iniciales si existe un  $\delta > 0$  tal que para todo  $x \in V$  y cualquier vecindad  $N$  de  $x$  existen un  $y \in N$  y un  $n \geq 0$  tal que  $|f^n(x) - f^n(y)| > \delta$ <sup>5</sup>. Intuitivamente esto quiere decir que si tomamos dos condiciones iniciales arbitrariamente cercanas, después de  $n$  iteraciones se separan en al menos un valor positivo  $\delta$ .
- b) **Transitividad o mezclado.** Se dice que  $f$  presenta transitividad topológica si para cualquier par de conjuntos  $U$  y  $W$  pertenecientes a  $V$  existe un  $k > 0$  tal que  $f^k(U) \cap W \neq \emptyset$ . Es decir, siempre es posible encontrar condiciones iniciales de  $U$  que después de iteradas, conduzcan a elementos de  $W$ , sean cuales fueren esos conjuntos  $U$  y  $W$ .
- c) **Puntos periódicos densos.** Una función  $f$  tiene puntos periódicos densos en  $V$  si para cualquier condición inicial  $v_0$  existe otra condición inicial  $z_0$  que está a una distancia arbitrariamente pequeña de  $v_0$  y que además es periódica.

## A. 7. ECUACIONES DEL MODELO

En esta apartado presentamos la obtención de algunas ecuaciones del modelo, y la estimación de los diversos parámetros que intervienen en la resolución del mismo. Debe mencionarse que no pretenderemos abusar de las ecuaciones, por lo que favoreceremos la explicación intuitiva (esperamos no tener que apelar a argumentos *ad misericordiam*). En cuanto a la estimación de parámetros se refiere, podemos decir que la mayor parte de los datos se recabaron de los Índices de Opinión y del Clima de Negocios que aparecen en las Encuestas realizadas por BANXICO a economistas del sector privado. Aunque la utilización de este tipo de datos puede causar controversias, ya que por lo general se consideran que miden cuestiones cualitativas y no cuantitativas, si las encuestas están bien delimitadas y metodológicamente bien controladas, como suponemos lo hace el BANXICO, entonces proporcionarían datos de hechos y no solamente juicios de valor.

<sup>4</sup> Nótese que apoya la idea de que el análisis técnico es mejor, ya que la serie presenta estos comportamientos.

<sup>5</sup>  $f^n(x)$  es la iteración de  $f(x)$   $n$  veces.

### Ecuación 15

De la ecuación 14 tenemos que  $dx/dt = (dn_+/dt - dn_-/dt)/n_c - (n/n_c^2)dn_c/dt$ . De la información proporcionada podemos obtener lo siguiente

$$\begin{aligned}\frac{dn_+}{dt} &= (n_-p_{+-} - n_+p_{-+})(1 - n_f/N) + n_f(n_+/N)p_{-f} - n_+(n_f/N)p_{f+} - (a-b)n_+, \\ \frac{dn_-}{dt} &= (n_+p_{+-} - n_-p_{-+})(1 - n_f/N) + n_f(n_-/N) - n_-(n_f/N)p_{f-} - (a-b)n_-, \text{ y} \\ \frac{dn_c}{dt} &= n_f(n_+/N)p_{+f} - n_+(n_f/N)p_{f+} + n_f(n_-/N)p_{-f} - n_-(n_f/N)p_{f-} - (a-b)n_c\end{aligned}$$

Sustituyendo lo anterior en la ecuación 14, y después de varias (tediosas) manipulaciones algebraicas, llegamos a la ecuación 15

$$\frac{dx}{dt} = z[(1-x)p_{+-} - (1+x)p_{-+}] + 0.5(1-z)(1-x^2)(p_{+f} - p_{f+} + p_{f-} - p_{-f}) \quad (15)$$

### Ecuación 16

De la ecuación 7 tenemos que  $z = \frac{n_c}{N}$ , por lo que  $\frac{dz}{dt} = \frac{dn_c}{dt} \left( \frac{1}{N} \right)$ . Después de sustituir lo que

equivale  $\frac{dn_c}{dt}$ , llegamos a lo siguiente

$$\frac{dz}{dt} = \left[ n_f(n_+/N)p_{-f} - n_+(n_f/N)p_{f+} + n_f(n_-/N)p_{-f} - n_-(n_f/N)p_{f-} - (a-b)n_c \right] \frac{1}{N}$$

se realizan algunas manipulaciones algebraicas y llegamos a la ecuación 16

$$\frac{dz}{dt} = 0.5(1-z)(1+x)z(p_{+f} - p_{f+}) + 0.5(1-z)(1-x)z(p_{-f} - p_{f-}) + a(1-z) \quad (16)$$

## A. 8. PARÁMETROS

### Ecuación (3.1)

$$S_t = \nu_0 + \nu_1 \text{Clima de Negocios} + e$$

$$S_t = \text{Tipo de cambio en el tiempo } t \text{ según BANXICO}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 0.0009$$

### Ecuación (3.2)

Lo que nos interesa estimar es  $t_c$ . Aunque podemos aproximar el valor de  $N$  (número de agentes en el mercado al mayoreo) consultando al BANXICO, nos quedaría el término  $t_c$  por estimar. A continuación se presenta el desarrollo para su estimación.

Como  $t_c$  representa la unidad de activos a invertir, entonces podemos pensar que el inversionista enfrenta una decisión común de inversión, como lo presenta Van Horne (1997), es decir,



$$S_{t_c} = \sum \frac{{}_c S^e t_c}{(1+R)^n} - S_0 t_c$$

donde  $S_0$  = Tipo de cambio en el periodo 0, y  ${}_c S^e t_c$  sería el tipo de cambio esperado, en su forma más sencilla, por los técnicos en el corto plazo. Ahora, como lo explica Van Horne, expandemos el término de la sumatoria hasta  $n$ , obteniendo lo siguiente:

$$S_{t_c} = \frac{{}_c S^e t_c}{(1+R)} + \frac{{}_c S^e t_c}{(1+R)^2} + \dots + \frac{{}_c S^e t_c}{(1+R)^n}$$

Después multiplicamos ambos lados por  $(1+R)$ . Por último, se restan ambas expresiones y se obtiene

$$S(1+R) - S = {}_c S^e - \frac{{}_c S^e}{(1+R)^n}$$

Al acercarse  $n$  al infinito,  $\frac{{}_c S^e}{(1+R)^n}$  se acerca a 0. Así

$$S t_c R = {}_c S^e t_c$$

y

$$R = \frac{{}_c S^e t_c}{S t_c}$$

Los términos  $t_c$  se cancelan, y se pasa a la expresión original, obteniéndose

$$R = \frac{{}_c S^e}{S} - S_0 t_c$$

De aquí se despeja para  $t_c$  y se obtiene  $t_c \approx \frac{1}{S_0} \left[ \frac{{}_c S^e}{S} - R \right]$ , que sustituyendo el término  $\frac{{}_c S^e}{S}$  nos

da  $t_c \approx \frac{1}{S_0} \left[ \left( \frac{S_{t-1} S_{t-2}}{S_{t-3}} \right)^v - R \right]$ ; donde

$v$  = Grado de extrapolación del pasado utilizado en el análisis técnico y

$$v = v_1 \rightarrow S_t = v_0 + v_1 (S_{t-1} S_{t-2} S_{t-3}) + e$$

**Ecuación (3.3)**

$$T_f = N\gamma;$$

$$\gamma = \gamma_1 \rightarrow S_{f_t} = \gamma_0 + \gamma_1 (S_{f_t} - S_t) + e$$

$$T_f = 140.1314; N = 316, \gamma = 0.4434$$

**Ecuación (3.4)**

$$S_t = \alpha_0 + \alpha_1 \text{ÍndiceOpinión} + e;$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 = 0.4447$$

### Ecuación (3.5)

Definida según el modelo

$$r_t = R_t / S_{f_i}$$

### Ecuación (3.6)

$$t_t = \frac{1}{(1+r_t)}$$

Es un factor de descuento típico.

### Ecuación (3.7)

$$\varphi = \left( \frac{\text{cantidad en venta diaria}}{\text{total reservas}} \right) (\text{número de días})$$

Para el pronóstico de los tres meses,  $\varphi = 0.0075$

El número de días, así como la cantidad en venta diaria y el total de reservas, lo define BANXICO. En nuestro caso fueron 65 días.

### Ecuación (3.8)

$$\beta = \frac{\text{tiempo en que tardan en reaccionar los agentes}}{\text{horario Banxico}}$$

$$\beta = 0.0741$$

El tiempo estimado en que tardan en reaccionar los agentes, según datos obtenidos en una nota periodística de EL NORTE (Quintana, 2003), es de aproximadamente 20 minutos. El horario de BANXICO en el mercado cambiario, es de 9:00 a.m. a 13:30 p.m.

## A. 9. RESOLUCIÓN DEL MODELO. ITERACIONES DE NEWTON

Para solucionar este sistema de ecuaciones no lineales es necesario utilizar un método iterativo. Existen diversos métodos para resolver este tipo de sistemas, los más utilizados son las iteraciones con sustituciones sucesivas y la iteración de Newton, utilizada esta última para solucionar el sistema. A continuación se explica brevemente el proceso iterativo de Newton, según lo explica Nakamura (1997).

Las ecuaciones no lineales pueden hacerse lineales mediante una expansión de Taylor. Supongamos que el sistema de ecuaciones tiene la forma

$$f_i = (x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.1})$$

donde  $f_i$  es una función no lineal de las  $x_j$ . Si tenemos una estimación inicial de las solución, ésta puede escribirse así:

$$x_j = \hat{x}_j + \Delta x_j \quad (\text{A.2})$$

donde  $\hat{x}_j$  es la estimación inicial y  $\Delta x_j$  es una corrección desconocida. Si expandimos la ecuación (A.1) para obtener un polinomio de Taylor truncado de primer orden alrededor de  $\hat{x}_j$ , obtenemos

$$\sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Delta x_j = -f_i = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \quad (\text{A.3})$$

donde las derivadas parciales se evalúan con las estimaciones iniciales. La ecuación (A.3) puede escribirse en forma de matriz así:

$$J\Delta x = -f \quad (\text{A.4})$$

donde J es la matriz jacobiana dada por

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

y

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \dots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} f_1(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \\ f_2(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \\ \dots \\ f_n(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Las derivadas parciales pueden evaluarse con una aproximación de diferencia, por ejemplo,

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \approx \frac{f_i(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_j + \sigma x_j, \dots, \hat{x}_n) - f_i(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_j, \dots, \hat{x}_n)}{\sigma x_j} \quad (\text{A.7})$$

donde  $\sigma x_j$  es un valor pequeño elegido arbitrariamente, aunque para nuestro caso, utilizaremos la tasa de variación del tipo de cambio y del índice de opinión. El paquete computacional utilizado para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones no lineales será el MatLab edición para estudiantes 4.1.

Como en realidad las estimaciones que se obtendrán serán el resultado de simulaciones, es necesario hacer un cambio de notación en el sistema, a fin de no hacer confusa su estimación, contrastación e interpretación. El tipo de cambio estimado se denotará por  $\hat{S}$ , por lo que las ecuaciones (36), (38) y (39) sufrirán modificaciones en su notación, cambiando a la siguiente manera:

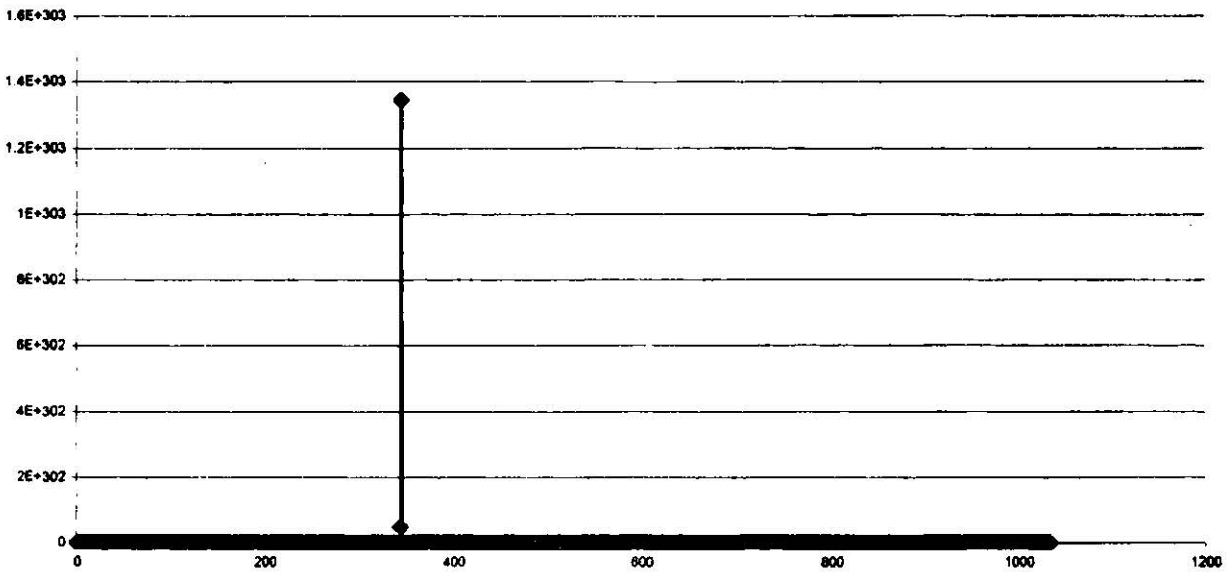
$$\frac{dS}{dt} \approx \dot{S} = \hat{S}_t - \left[ \beta \hat{S}_t x z T_c (1-z) T_f \right]^{\phi_1} \quad (36);$$

$$U_{2,1} = \alpha_3 \left( (R + \dot{S}/v_2) / \hat{S}_t - r - t \left| (S_f - \hat{S}_t) / \hat{S}_t \right| \right) \quad (38),$$

$$U_{2,2} = \alpha_3 \left( r - (R + \dot{S}/v_2) / \hat{S}_t - t \left| (S_f - \hat{S}_t) / \hat{S}_t \right| \right) \quad (39),$$

Sin nada más que aclarar, se puede proceder a la estimación del modelo.

### A. 10. PERIODOGRAMA. RESULTADOS DEL ESTADÍSTICO G



**Gráfica A. 3.** Inspección de  $K$ . El máximo pico se obtiene en  $p = 344$ . Existen otros picos, pero no se observan por la forma de la gráfica.

La estimación de  $g$  arroja el siguiente resultado  $g = 0.9639$ . La estadística  $z$  contra la cual se contrasta, se construye como sigue (Priestley, 1981). Se parte de lo siguiente  $P[g > z] = n'(1 - z)^{n'-1}$ .  $n'$  es  $n/2$  (o  $n-1/2$  si  $n$  es impar); se elige el grado de significancia ( $\alpha$ ) al que se desee contrastar, y se sustituye por el miembro de la izquierda. Después se despeja para  $z$ , llegando a la expresión de contraste

$$z = 1 - e^{\frac{\log(\alpha/n')}{n'-1}}$$

Utilizando niveles de significancia al 95% podemos ver que nuestra  $g$  es mayor que la  $z = 0.0041$  de nuestro estadístico. Por lo tanto no podemos dudar que nuestra primera estimación es correcta.

### A. 11. REGRESIONES

Para comprobar las hipótesis *post-facto* mencionadas, se estimaron las siguientes regresiones simples:

$$\begin{aligned} z &= \alpha_0 + \alpha_1 x + e \\ \hat{S} &= \beta_0 + \beta_1 z + e \\ \hat{S} &= \rho_0 + \rho_1 x + e \end{aligned}$$

## A. 12. MODELOS DE AJUSTE

Presentamos las ecuaciones de los modelos para realizar el pronóstico de los meses noviembre y diciembre del 2003, y enero del 2004.

$$\text{NF1: } \hat{S}_{t+1} = 0.078S_t$$

$$\text{NF2: } \hat{S}_{t+1} = 0.01994 + 0.997S_t$$

$$\text{ARIMA: } \hat{S}_{t+1} = 0.07329S_t - 3.599e^{-14}\varepsilon_{t-1}$$

$$\text{COMBINADO: } C = 0.5\text{MODELO} + 0.5\text{ARIMA}$$

## A. 13. CRONOLOGÍA DEL TIPO DE CAMBIO EN MÉXICO

Con el fin de presentar al lector de una manera más didáctica, y simplificada, nuestra riquísima experiencia como país en este tema, presentamos en el siguiente cuadro las fechas más importantes, así como las decisiones en política monetaria.

**Cuadro A. 2. El tipo de cambio en México (1938-2004)**

FECHA	SISTEMA DE TIPO DE CAMBIO
1938	Devaluación: 4.80 pesos/dólar.
1938-1948	Estabilidad del tipo de cambio en 4.80 pesos/dólar
1948	Se devalúa el peso, llegando a 8.65 pesos/dólar, por lo cual la devaluación fue de 78.3%. Durante el sexenio de Miguel Alemán Valdés, el peso tuvo una relación promedio de 7.42 pesos/dólar.
1954	Se devalúa el peso, llegando a una relación de 12.50 pesos/dólar, lo que significó una depreciación de 44.5%.
1954-Agosto 1976	Tipo de cambio fijo en 12.50 pesos por dólar.
Septiembre-Diciembre 1976	Tipo flotante.
Diciembre 1976-Febrero 1982	Desliz controlado del peso.
Febrero 1982	El banco central se retira del mercado. Devaluación: de 26 pesos/dólar a 45 pesos/dólar.
Agosto 1982	Introducción del tipo de cambio dual. Devaluación a 95 pesos/dólar y a 120 pesos/dólar
Septiembre 1982-Diciembre 1982	Completo control de ambos tipos de cambio. Se eliminan en gran medida los controles cambiarios. Continúan los tipos de cambio duales. Desliz hasta de 245 pesos/dólar.
Diciembre 1982-Diciembre 1987	Intervención del BANXICO en el manejo de los tipos de cambio, según las condiciones del mercado y las metas de la política. Medio punto en el tipo controlado, que implica una devaluación del 16.7%.

	<p>Manejo flotante, secciones de la fijación diaria. Cese de intervenciones en el mercado libre. Aumenta el tipo de cambio controlado en 18%; se reduce el <i>spread</i> al 1.5%. Desliz controlado de 245.42 a 347.50 pesos por dólar.</p>
Diciembre 1987-Febrero 1988	<p>Se fija el tipo de cambio a 2 297.50. Flotación manejada. Se reduce el diferencial entre el tipo de cambio controlado y libre.</p>
Enero 1989	<p>Aumenta el tipo de cambio en \$1.0 diario. Se fija el tipo de cambio en 2 257 pesos por dólar.</p>
Enero 1989-Noviembre 1991	<p>Desliz controlado: depreciación preanunciada que inicialmente era de 1 peso diario, después paso a 80 centavos diarios y después a 40 centavos diarios.</p>
Noviembre 1991	<p>Fusión de los tipos libres y controlados e introducción de la banda de flotación que se ensancha 20 centavos diariamente, en función de la cotización máxima de venta en el tipo de cambio bancario al menudeo. Banda de flotación con tope inferior en 3 050 pesos/dólar y desliz anunciado de 20 centavos diarios.</p>
Septiembre 1992-Diciembre 1994	<p>Depreciación del techo de la banda de N\$0.0004 diarios. Banda de flotación con tope inferior en 3 050 pesos/dólar y desliz anunciado de 40 centavos diarios.</p>
Diciembre 19, 1994*	<p>Aumenta el techo de la banda 15.3%</p>
Diciembre 20, 1994	<p>Piso superior de la banda se incrementó 15.3%.</p>
Diciembre 22, 1994	<p>Fin del régimen de la banda de flotación y adopción del tipo de cambio flexible. Flotación libre a partir de la devaluación ocurrida. La depreciación total del peso durante 1994 fue de 71%.</p>
1995	<p>Se autoriza el establecimiento de mercados de futuros en diez instituciones de banca múltiple y en la Lonja de Chicago.</p>
Noviembre 1995-Diciembre 1995	<p>Interviene el banco central vendiendo 300 y 205 millones de dólares, respectivamente.</p>
Agosto 30, 1996	<p>La Comisión de Cambios anuncia un nuevo esquema para acumular reservas internacionales mediante subasta entre los bancos comerciales de derechos de venta de dólares. Se compran 20 millones de dólares al mes.</p>
Diciembre 1996	<p>Se incrementa la subasta de derechos de venta hasta 300 millones de dólares mensuales.</p>
Febrero 19, 1997	<p>Introducción de la flotación dirigida, variando la</p>

	cantidad subastada u ofreciendo dólares según las condiciones del mercado.
Septiembre 10, 1998	Intervención del banco central por el contagio de los <i>Efectos Dragón, Vodka y Samba</i> .
Mayo 2-Julio 31, 2003	Subasta de 32 millones de dólares diarios, provenientes de las reservas internacionales, entre las instituciones de crédito del país.
Agosto 1°-Octubre 31, 2003	Subasta de 14 millones de dólares diarios.
Noviembre 3, 2003-Enero 30, 2004	Subasta de 6 millones de dólares diarios.

(Conclusión) FUENTE: BANCO DE MÉXICO (2003), Cárdenas (2000), Clavijo (2000), Delgado de Cantú (1994, 1996), Mansell (1998), Samuelson *et al* (1998), Solís (1999).

#### **A. 14. PRONÓSTICOS DEL TIPO DE CAMBIO SEGÚN MODELOS**

FECHA (dd/mm/aaaa)	MODELOS				
	NF1	NF2	ARIMA	MODELO	COMBINADO
03/11/2003	10.9934	10.2371	10.5107	10.9234	10.7170
04/11/2003	11.0438	10.3015	10.5580	10.9949	10.7765
05/11/2003	11.0818	10.3502	10.5938	11.0564	10.8251
06/11/2003	11.1427	10.4279	10.6510	11.1191	10.8850
07/11/2003	11.0828	10.3515	10.5947	11.0670	10.8309
10/11/2003	11.1008	10.3744	10.6116	11.0366	10.8241
11/11/2003	11.1272	10.4082	10.6365	11.0643	10.8504
12/11/2003	11.0558	10.3170	10.5694	11.0438	10.8066
13/11/2003	11.0821	10.3506	10.5941	11.0638	10.8289
14/11/2003	11.1207	10.3999	10.6304	11.0850	10.8577
17/11/2003	11.1644	10.4557	10.6714	11.1191	10.8952
18/11/2003	11.2187	10.5251	10.7224	11.1820	10.9522
19/11/2003	11.2114	10.5158	10.7155	11.1515	10.9335
20/11/2003	11.1803	10.4760	10.6863	11.2267	10.9565
21/11/2003	11.1965	10.4967	10.7015	11.1979	10.9497
24/11/2003	11.2602	10.5782	10.7614	11.2346	10.9980
25/11/2003	11.2853	10.6103	10.7850	11.2488	11.0169
26/11/2003	11.3355	10.6745	10.8322	11.1811	11.0066
27/11/2003	11.4445	10.8138	10.9346	11.1575	11.0460
28/11/2003	11.4012	10.7584	10.8939	11.1361	11.0150
01/12/2003	11.4448	10.8142	10.9349	11.1731	11.0540
02/12/2003	11.4923	10.8748	10.9794	11.1613	11.0704
03/12/2003	11.4897	10.8715	10.9770	11.2236	11.1003
04/12/2003	11.5693	10.9733	11.0519	11.2552	11.1535
05/12/2003	11.4736	10.8509	10.9619	11.2449	11.1034
08/12/2003	11.5074	10.8941	10.9937	11.2490	11.1214
09/12/2003	11.4890	10.8706	10.9764	11.2035	11.0899
10/12/2003	11.5661	10.9692	11.0489	11.2108	11.1298
11/12/2003	11.4810	10.8604	10.9689	11.2089	11.0889
12/12/2003	11.5004	10.8851	10.9871	11.1972	11.0921
15/12/2003	11.5759	10.9818	11.0581	11.1306	11.0944
16/12/2003	11.5332	10.9271	11.0179	11.1417	11.0798
17/12/2003	11.5669	10.9702	11.0496	11.1869	11.1182

FECHA	MODELOS				
	(dd/mm/aaaa)	NF1	NF2	ARIMA	MODELO
18/12/2003	11.5584	10.9593	11.0416	11.1460	11.0938
19/12/2003	11.4882	10.8696	10.9756	11.0753	11.0255
22/12/2003	11.3980	10.7543	10.8909	11.0827	10.9868
23/12/2003	11.4023	10.7598	10.8949	11.0928	10.9939
24/12/2003	11.4552	10.8274	10.9446	11.0998	11.0222
25/12/2003	11.5018	10.8870	10.9885	11.1237	11.0561
26/12/2003	11.5642	10.9668	11.0471	11.1336	11.0904
29/12/2003	11.5656	10.9685	11.0483	11.1356	11.0920
30/12/2003	11.6256	11.0452	11.1047	11.1757	11.1402
31/12/2003	11.6057	11.0197	11.0860	11.1699	11.1280
01/01/2004	11.6060	11.0201	11.0863	11.1822	11.1343
02/01/2004	11.6053	11.0192	11.0856	11.1947	11.1402
05/01/2004	11.5724	10.9772	11.0547	11.1472	11.1010
06/01/2004	11.6866	11.1232	11.1621	11.1990	11.1806
07/01/2004	11.7303	11.1791	11.2031	11.2347	11.2189
08/01/2004	11.7555	11.2113	11.2268	11.2457	11.2362
09/01/2004	11.6630	11.0930	11.1399	11.1854	11.1626
12/01/2004	11.6578	11.0864	11.1350	11.1872	11.1611
13/01/2004	11.5841	10.9921	11.0657	11.1585	11.1121
14/01/2004	11.5077	10.8945	10.9940	11.0986	11.0463
15/01/2004	11.4375	10.8048	10.9280	11.0512	10.9896
16/01/2004	11.4615	10.8355	10.9506	11.0853	11.0179
19/01/2004	11.4796	10.8586	10.9676	11.0570	11.0123
20/01/2004	11.4355	10.8022	10.9261	11.0554	10.9907
21/01/2004	11.4734	10.8507	10.9617	11.0767	11.0192
22/01/2004	11.4813	10.8607	10.9691	11.0382	11.0037
23/01/2004	11.4246	10.7883	10.9159	11.0563	10.9861
26/01/2004	11.3616	10.7078	10.8567	11.0161	10.9364
27/01/2004	11.3848	10.7375	10.8785	11.0562	10.9674
28/01/2004	11.3983	10.7547	10.8912	11.1064	10.9988
29/01/2004	11.3224	10.6577	10.8199	11.0655	10.9427
30/01/2004	11.4153	10.7765	10.9072	11.0967	11.0019

(Conclusión)



## BIBLIOGRAFÍA

BANCO DE MÉXICO. *ENCUESTA SOBRE LAS EXPECTATIVAS DE LOS ESPECIALISTA EN ECONOMÍA DEL SECTOR PRIVADO*. Publicación Mensual, Años 1999, 2000, 2001, 2002, 2003.

BANCO DE MÉXICO. *RESUMEN DEL INFORME ANUAL*. Años 1997, 1998, 1999, 2000, 2001 y 2002.

BALAAM, David N. y Michael Veseth (2001): *"Introduction to International Political Economy"*; Prentice Hall, Estados Unidos.

BARRIENTOS, Alberto (2003): *"Definen Subastas de Dólares"*; Periódico EL NORTE, Sección Negocios, Primera Plana, Miércoles 23 de Abril, México.

BECKER, Gary S. y Guity Nashat Becker (2002): *"La Economía Cotidiana"*; Editorial Planeta, México.

BENHABIB, Jess (editor) (1992): *"Cycles and Chaos in Economic Equilibrium"*; Princeton University Press, Estados Unidos.

BOLDRIN, Michele y Michael Woodford (1990): *"Equilibrium Models Displaying Endogenous Fluctuations and Chaos"*; *Journal of Monetary Economics*, pag: 189-222.

BOWERMAN, Bruce L. y Richard T. O'Connell (1993): *"Forecasting and Time Series. An Applied Approach"*; Duxbury Press, Estados Unidos, 3ra. Edición.

BROCK, William A., David A. Hsich y Blake Le Baron (1992): *"Non linear Dynamics, Chaos and Instability. Statistical Theory and Economic Evidence"*; MIT Press, Inglaterra, 2da. Edición.

CAPORAL, J. A. (2003): *"Estados Unidos Sacude la Economía Mundial"*; *Revista Vértigo*, Año II, No. 97, Febrero. Sección Gobierno pag: 12-16, México.

CÁRDENAS, Enrique (2000): *"La Política Económica en México, 1950-1994"*; Fondo de Cultura Económica, México.

CIFTCIOGLU, Serhan (1997): *"La Estabilidad a Corto Plazo de una Pequeña Economía Abierta con Indización del Tipo de Cambio"*, Vol. LXIV (4), No. 256, Octubre-Diciembre, pag. 475-497, México.

CLAVIJO, Fernando (compilador) (2000): *"Reformas Económicas en México, 1982-1999"*; *Lecturas* No. 92, Fondo de Cultura Económica, México.

Da SILVA, Sergio (2000): *"The Dornbusch Model with Chaos and Foreign Exchange Intervention"*, *Kredit und Kapital*, 33, pag: 309-345.

Da SILVA, Sergio (2001): *"Chaotic Exchange Rate Dynamics Redux"*; *Open Economies Review*, 12, pag: 281-304.

DAMM, A. (2003): *"Apuntes. Tipo de Cambio: ¿Qué paso?"*; *Revista Vértigo*, Año II, No. 97, Febrero, pag: 64, México.

- DAY, Richard H. y Weihong Huang (1990): "*Bulls, Bears and Market Sheep*"; **Journal of Economic Behavior and Organization**, 14, pag: 299-329.
- DELGADO DE CANTÚ, Gloria M. (1994): "*Historia de México 1. El Proceso de Gestación de un Pueblo*"; Addison Wesley Longman, México, 2da. Edición.
- DELGADO DE CANTÚ, Gloria M. (1996): "*Historia de México 2. Estado Moderno y Crisis en el México del siglo XX*"; Addison Wesley Longman, México, 3ra. Edición.
- DELGADO DE CANTÚ, Gloria M. (1998): "*México. Estructuras Política, Económica y Social*"; Addison Wesley Longman, México.
- DICCIONARIO DE TÉRMINOS BURSÁTILES. Dearbon Financial Institute, Estados Unidos.
- DIECK ASSAD, Alejandro (1998): "*La Crisis Financiera de Asia: Implicaciones para México*"; **Entorno Económico** Vol. XXXVI, No. 213 Marzo-Abril, pag: 1-5, Centro de Investigaciones Económicas, Facultad de Economía UANL, México.
- DORNBUSCH, Rudiger (1976): "*Expectations and Exchange Rate Dynamics*"; **Journal of Political Economy**, Vol. 84, No. 6, pag: 1161-1176.
- DORNBUSCH, Rudiger (1996): "*México: Estabilización, Deuda y Crecimiento*"; **El Trimestre Económico**, Vol. LXIII (2), No. 250, pags. 921-980.
- DURLAUF, Steven N. (1997): "*What Should Policymakers Know About Economic Complexity?*"; Department of Economics, University of Wisconsin and Santa Fe Institute, 13 Septiembre.
- EKELUND J. R., Robert B. y Robert F. Hébert (1992): "*Historia de la Teoría Económica y de su Método*"; McGraw-Hill, México, 3ra. Edición.
- ELERT, Glen (2000): "*The Chaos Hypertextbook. Mathematical Experiments*".
- ELIZONDO, Everardo (2003): "*Tres Aclaraciones (Quizás) Necesarias sobre la Política Cambiaria*"; **Periódico EL NORTE**, Sección Negocios, Colaborador Invitado, Lunes 3 de Febrero, p.2, México.
- ENCYCLOPEDIA OF STATISTICAL SCIENCE. Vol. II, John Wisley & Sons, Estados Unidos, pag: 512-516, 1982.
- FERNÁNDEZ DÍAZ, Andrés (2000): "*Dinámica Caótica en Economía. Teoría y Aplicaciones*"; McGraw-Hill, España, 2da. Edición.
- FERNÁNDEZ DÍAZ, Andrés; José Alberto Parejo Gámir y Luis Rodríguez Sáiz (2002): "*Política Económica*"; McGraw-Hill, España, 3ra. Edición.
- FERNÁNDEZ-VEGA, C. (2003): "*Los Barones del Dinero. La Volatilidad del Peso*"; **Revista Vértigo**, Año II, No. 97, Febrero, Sección Dinero pag: 62-63, México.
- FROST, A. J. y R. Prechter (2002): "*El Principio de las Ondas de Elliot. Claves para Entender la Bolsa*"; Editorial Gestión 2000, España.

- GALLANT, A. Ronald; Peter E. Rossi y George Tauchen (1993): "*Nonlinear Dynamic Structures*"; *Econometrica*, Vol. 61, No. 4, Julio, pag: 871-907.
- GEYMONAT, Ludovico (1998): "*Historia de la Filosofía y de la Ciencia*"; Editorial Grijalbo Mondadori, España.
- GONZÁLEZ GONZÁLEZ, Enrique (1998): "*Crisis Asiática y Financiamiento Externo a Mercados Emergentes*"; *Entorno Económico* Vol. XXXVI, No. 213 Marzo-Abril, pag: 11-14, Centro de Investigaciones Económicas, Facultad de Economía UANL, México.
- GOODWIN, Richard M. (1992): "*Chaotic Economic Dynamics*"; Clarendon Press Oxford, Inglaterra.
- GRABBE, J. Orlin: "*Chaos and Fractals in Financial Markets*"; disponible en: <http://www.aci.net/kalliste/Chaos.htm>
- GRANGER, C. W. J. (1980): "*Forecasting in Business and Economics*"; Academia Press, Estados Unidos.
- GREENE, William H. (1999): "*Análisis Económico*"; Prentice Hall, España, 3ra. Edición.
- HELD, David, Anthony McGrew, David Goldblatt y Jonathan Perraton (2002): "*Transformaciones Globales. Política, Economía y Cultura*"; Oxford University Press, México.
- HIBERT SÁNCHEZ, Abel (1998): "*Efectos Globales de la Crisis Asiática en la Economía Mexicana*"; *Entorno Económico* Vol. XXXVI, No. 212 Enero-Febrero, pag: 1-6, Centro de Investigaciones Económicas, Facultad de Economía UANL, México.
- HOFMANN, Joseph Ehrenfried (2002): "*Historia de la Matemática. Desde el Comienzo hasta la Revolución Francesa*"; Limusa Noruega Editores, México.
- HORNEDO, Eduardo (1939): "*El Tipo de Cambio y la Moneda*"; *El Trimestre Económico*, Vol. VI. No. 22, pag: 193-221.
- KELLERT, Stephen H. (1993): "*In the Wake of Chaos. Unpredictable Order in Dynamics and Systems*"; The University of Chicago Press, Estados Unidos.
- KRUGMAN, Paul R. (1996): "*La Organización Espontánea de la Economía*"; Antoni Bosch Editor, España.
- KRUGMAN, Paul R. (1999): "*Regreso a la Economía de la Depresión*"; *Revista Este País. Tendencias y Opiniones*, 8vo. Aniversario, No. 97, Abril, pag: 2 a 10, México.
- KRUGMAN, Paul R. y Maurice Obstfeld (1999): "*Economía Internacional. Teoría y Política*"; McGraw-Hill, España, 4ta. Edición.
- LEITHOLD, Louis (1998): "*El Cálculo*"; Oxford University Press, México, 7ma. Edición.
- LOMELÍ ORTEGA, Héctor E. e Irma Beatriz Rumbos Pellicer (2003): "*Métodos Dinámicos en Economía. Otra Búsqueda del Tiempo Perdido*"; Internacional Thomson Editores, México.

- LUX, Thomas (1998): "*The Socio-economics Dynamics of Speculative Markets: interacting agents, chaos, and the fat tails of return distributions*", **Journal of Economic Behavior and Organization**, 33, pag: 143-165.
- MAKRIDAKIS, Spyros, Steven C. Wheelwright, Rob J. Hyndman (1998): "*Forecasting. Methods and Applications*"; John Wiley & Sons, Estados Unidos, 3ra. Edición.
- MANSELL CARSTENS, Catherine (1998): "*Las Nuevas Finanzas en México*"; Editorial Milenio, México, 8ava. Reimpresión.
- MAX, Hermann (1997): "*Investigación Económica. Su Metodología y su Técnica*"; Fondo de Cultura Económica, Colombia, 3ra. Edición, 1ra. Reimpresión.
- MENDOZA MUÑOZ, Carlos H. y Roberto M. Guarneros (1998): "*Tango, Samba y Tequila. Latinoamérica y los Efectos de la Globalización*"; **Revista Muy Interesante**, Edición Especial: Dinero y Economía, No. 21, pag: 40-44, México.
- MILLÁN ALARID, Alfredo (*coordinador*) (1999): "*La Crisis Asiática y Sinaloa*"; Universidad Autónoma de Sinaloa, México.
- MORAN, Kate (1995): "*Análisis de Inversiones para Ejecutivos no Financieros*"; Editorial Folio, España.
- MORRISON, Foster (1991): "*The Art of Modeling Dynamics Systems. Forecasting for Chaos, Randomness and Determinism*"; Multiscience Press, Estados Unidos.
- NAKAMURA, Shoichiro (1997): "*Análisis Numérico y Visualización Gráfica con MatLab*"; Pearson Education, México.
- NAVARRO, Adolfo (2003): "*...Mientras Volatilidad Cambiaria Persiste*"; **Periódico EL NORTE**, Sección Negocios, Primera Plana, Jueves 23 de Enero, México.
- OBSTFELD, Maurice y Kenneth Rogoff (1995): "*Exchange Rate Dynamics Redux*"; **Journal of Political Economy**, Vol. 103, No. 3.
- PINDYCK, Robert S. y Daniel L. Rubinfeld (2001): "*Econometría. Modelos y Pronósticos*"; McGraw-Hill, México. 4ta. Edición.
- PORTER, Mason A. y Richard L. Liboff (2003): "*Caos en la Escala Cuántica*"; **Revista de Investigación y Ciencia**, Abril No. 319, Prensa Científica, España.
- PRIESTLEY, M.B. (1981): "*Spectral Analysis and Time Series. Vol. I: Univariate Series*"; **Probability and Mathematical Statistics**, Academic Press, Estados Unidos.
- QUINTANA, Enrique; Joel Martínez y Hugo de la Torre (2003): "*Evalúan Frenar al Dólar*"; **Periódico EL NORTE**, Sección Negocios, Primera Plana, Jueves 23 de Enero, México.
- QUINTANA, Enrique (2003): "*Por qué va a Bajar el Dólar*"; **Periódico EL NORTE**, Sección Negocios, Editorial Coordinadas, Jueves 23 de Enero, p.4, México.

- QUINTANA, Enrique (2003): “¿BANXICO vs. SHCP?”; Periódico EL NORTE, Sección Negocios, Editorial Coordinadas, Jueves 30 de Enero, p.4, México.
- QUINTANA, Enrique (2003): “Febrero Loco”; Periódico EL NORTE, Sección Negocios, Editorial Coordinadas, Lunes 3 de Febrero, p.4, México.
- QUINTANILLA, Ismael (1997): “*Psicología Económica*”; McGraw-Hill, España.
- RÍOS INSUA, David; Sixto Ríos Insua y Jacinto Martín (2000): “*Simulación. Métodos y Aplicaciones*”; Alfaomega Grupo Editor, Colombia.
- ROMÁN AGUILAR, Fernando y Abraham E. Vela (1996): “*La Demanda de Dinero en México*”; Documento de Investigación, Julio No. 9602, Dirección General de Investigación Económica, Banco de México.
- SAGAN, Carl (2001): “*Cosmos*”; Editorial Planeta, España, 19ª. Edición.
- SAMUELSON, Paul A.; William D. Nordhaus; Lourdes Dieck y José de Jesús Salazar (1998): “*Macroeconomía con Aplicaciones a México*”; McGraw-Hill, México, 15ª. Edición.
- SCHUMPETER, Joseph A. (1971): “*Historia del Análisis Económico*”; Fondo de Cultura Económica, México.
- SKIBA, Yuri N. (2001): “*Introducción a los Métodos Numéricos*”; UNAM, México.
- SILVESTRE MÉNDEZ, José: (1998): “*Problemas Económicos de México*”; McGraw-Hill, México, 4ta. Edición.
- SOLÍS, Leopoldo (1999): “*Evolución de la Economía Mexicana*”; El Colegio Nacional, México.
- STERMAN, John D. (1989): “*Deterministic Chaos in an Experimental Economic System*”; *Journal of Economic Behavior and Organization*, 12, pag: 1-28.
- STIGLITZ, Joseph E. (2002): “*El Malestar en la Globalización*”; Editorial Taurus, España, 5ta. Edición.
- STRUMPEL, Burkhard; James N. Morgan y Ernest Zahn (1979): “*La Conducta Humana en las Relaciones Económicas*”; Editorial Trillas, México.
- SZPIRO, George G. (1994): “*Exchange Rate Speculation and Chaos Inducing Intervention*”; *Journal of Economic Behavior and Organization*, 24, pgs: 363-368.
- TAPIA MARURI, Joaquín (1990): “*Diferenciales de tasas de interés y paridad del poder de compra en regímenes cambiarios flexibles: La experiencia mexicana 1978.01-1987.02*”; *El Trimestre Económico*, Vol. LVII (3), No. 227, Julio-Septiembre, pgs. 737-753, México.
- VALENCIA, J. G. (2003): “*Tiempos Modernos. País a la Baja, Dólar a la Alza*”; *Revista Vértigo*, Año II, No. 97, Febrero, pag: 8, México.
- Van HORNE, James C. (1997): “*Administración Financiera*”; Prentice Hall Hispanoamérica, 10ma. Edición.

VÁZQUEZ SERNA, Jorge (2003): "*La Nueva Realidad del Tipo de Cambio*"; **Periódico EL NORTE**, Sección Negocios, Colaborador Invitado, Jueves 30 de Enero, p.4, México.

WIJNBERGEN, Swedervan (1990): "*Crecimiento. Deuda Externa y Tipo de Cambio Real en México*"; **El Trimestre Económico**, vol. LVII (3), No. 227, Julio-Septiembre, pgs. 755-792, México.

